

**MAPAS CONCEPTUALES HÍBRIDOS PARA LA ENSEÑANZA DE LA FÍSICA Y  
MATEMÁTICA EN EL AULA**

**HYBRID CONCEPTUAL MAPS FOR THE TEACHING OF PHYSICS AND MATHEMATICS IN THE  
CLASSROOM**

Nehemías Moreno Martínez

*Facultad de Ciencias, Universidad Autónoma de San Luis Potosí,  
nehemias\_moreno@live.com*

Rita Guadalupe Angulo Villanueva

*Facultad de Ciencias, Universidad Autónoma de San Luis Potosí,  
rodriguezcenobia@gmail.com*

Isnardo Reducindo Ruiz

*Facultad de Ciencias de la Información, Universidad Autónoma de San Luis Potosí,  
isnardo.rr@gmail.com*

**Resumen**

Se presenta al Mapa Conceptual Híbrido como una representación que permite describir el sistema de prácticas presentes en la resolución de situaciones problematizadas de la física o la matemática que se estudian en el aula. El proceso de elaboración e interpretación del Mapa Conceptual Híbrido se apoya en algunos elementos teóricos del Enfoque Ontosemiótico. La representación permite visualizar los distintos objetos matemáticos o físico-matemáticos, las relaciones entre dichos objetos, la organización de las prácticas y algunos procesos implicados en la resolución de problemas. Se presentan algunas sugerencias para implementar dichas representaciones en el aula.

**Palabras clave:** Resolución de problemas, Diagrama de flujo, Representación, Práctica, Objetos matemáticos.

**Abstract**

The Hybrid Conceptual Map is presented as a representation that allows to describe the system of practices in the resolution of problematized situations of physics or mathematics that are studied in the classroom. The process of elaboration and interpretation of the Hybrid Conceptual Map is based on some theoretical elements of the Ontosemiotic Approach. The representation allows to visualize the different mathematical or physical-mathematical objects, the relations between said objects, the

organization of the practices and some processes involved in the resolution of problems. Some suggestions are presented to implement these representations in the classroom.

**Key words:** Problem solving, Flowchart, Representation, Practice, Mathematical objects

## 1. INTRODUCCIÓN

Como recurso didáctico, la formulación de problemas y su resolución buscan acercar a los alumnos a los conceptos del conocimiento científico y, frecuentemente, contextualizarlos en escenarios de lo cotidiano. En la literatura se encuentran numerosas investigaciones acerca del aprendizaje de la física y la matemática escolar mediante la estrategia de resolución de problemas, sin embargo, no han contribuido a reducir las elevadas tasas de fracaso de los alumnos (Gil, Martínez y Senent, 1988; Buteler et al., 2001).

En la mayoría de estas investigaciones se han realizado comparaciones entre las prácticas de resolución de problemas que llevan a cabo novatos y expertos, y se han propuesto recomendaciones útiles para mejorar el aprendizaje de los alumnos. Cabe señalar que, por un lado, en dichos trabajos no se ha considerado por qué el experto actúa de cierta manera al resolver los problemas, cuándo y cómo adquirió las habilidades para aprender dicho proceso y qué procesos individuales pueden enseñarse en determinados estados de desarrollo (Gangoso, 1999). Una manera de atender estos aspectos podría ser a través de propuestas o investigaciones donde se tomen en cuenta las representaciones que forman los sujetos, novatos o expertos, cuando resuelve problemas.

Por otro lado, se han reportado diversas investigaciones en las que se han propuesto modelos para la resolución de problemas matemáticos (Mayer, 1992; Garofalo y Lester, 1985), las cuales, en general, plantean que la resolución de un problema matemático se lleva a cabo en cuatro fases: (i) Identificación y definición del problema, (ii) planificación de la solución, (iii) ejecución del plan y (d) verificación (Juidías y Rodríguez, 2007). Mediante la primera, el sujeto transforma el enunciado del problema en una representación mental, reconoce cierta estructura y la categoriza dentro de una estructura general a la que también pertenecen otros problemas que ha resuelto previamente. En la segunda fase, el sujeto planea las acciones que va a llevar a cabo para resolver el problema, mientras que en la tercera fase lleva a cabo las acciones o pone en marcha el plan elaborado en la fase anterior. En la última fase el sujeto lleva a cabo una evaluación de sus acciones y de los resultados obtenidos.

Sin embargo, en cada una de las fases anteriores es posible que los estudiantes se enfrenten a ciertas dificultades, por ejemplo, en la primera fase los alumnos podrían tener problemas en sus conocimientos previos o la poca claridad del problema, en la segunda y tercera fase los alumnos podrían presentar escasa reflexión sobre el problema y que se podría traducir en respuestas impulsivas inadecuadas, en la tercera fase se podrían presentar una baja deficiencia respecto a la evaluación del proceso seguido (Juidías y Rodríguez, 2007).

En este trabajo se presenta una propuesta para contribuir a superar dichas dificultades en el contexto de la enseñanza de la matemática, o de la física escolar, mediante el empleo de la técnica del Mapa Conceptual Híbrido interpretada desde el Enfoque Ontosemiótico (EOS a partir de ahora) (Godino, Batanero y Font, 2007). Se pretende que dicha propuesta pueda ser empleada por los profesores en la clase a través de una exposición plenaria, con objeto de que el docente presente, analice y reflexione con los alumnos sobre cuáles son las estrategias que los expertos emplean cuando resuelven una situación problematizada que implica la utilización de un concepto específico. La propuesta se realiza a través de la discusión de dos ejemplos donde se reconstruyen dos sistemas de prácticas implicados en la resolución de dos problemas distintos, uno llevado a cabo por los autores de un libro de texto de física en el contexto de la resolución de un problema de cinemática, y otro llevado a cabo por un estudiante cuando resuelve un problema relacionado con el contenido de porcentaje. Mediante estos ejemplos se pretende dar luz acerca del proceso de elaboración de los mapas conceptuales híbridos y de los elementos que hay que considerar para su elaboración según la teoría del EOS.

Los Mapas Conceptuales Híbridos, permiten abordar algunos aspectos relacionados con la representación. La noción de representación es entendida en el presente trabajo en el sentido del EOS, en términos de las perspectivas duales ostensivo/no-ostensivo y personal/institucional, las cuales, según Font, Godino y D'Amore (2007), a diferencia de la interpretación de la representación como interna/externa, permiten dar cuenta de la componente institucional escolar.

Desde la perspectiva de las dualidades anteriores, en este trabajo también se emplean otros elementos teóricos que provienen del EOS tales como objetos matemáticos o físico-matemáticos primarios, función semiótica, prácticas y sistemas de prácticas, así como también, algunos procesos cognitivos como el de idealización, significación y tratamiento,

los cuales son señalados por el EOS como elementos que participan en la resolución de problemas.

El EOS es un marco teórico que ha sido desarrollado y utilizado en Matemática Educativa, sin embargo, algunos investigadores lo han adaptado y empleado para investigar fenómenos educativos relacionados con la física escolar (Moreno, Font y Ramírez, 2016; Moreno, 2017; Moreno, Angulo y Reducindo, 2018). En el presente trabajo, se interpreta la técnica del Mapa Conceptual Híbrido (MCH en adelante) desde la perspectiva sistémica del EOS. Desde esta perspectiva, el MCH puede ser considerado como una representación ostensiva del sistema de prácticas operativas y discursivas que se realizan durante el proceso de resolución de una situación física problematizada. Cabe señalar que, en el trabajo de Moreno (2017), se ha realizado también una interpretación del MCH desde el EOS, sólo que ésta desde una perspectiva unitaria considerando al MCH como la representación de una sola práctica.

La interpretación ontosemiótica del MCH (MCH-EOS a partir de ahora) es presentada en este trabajo como una herramienta que permite representar los saberes institucionales referentes a la resolución de problemas tanto de la física como de la matemática escolar (problemas contextualizados o de modelación). El MCH-EOS también puede ser empleado para indagar las concepciones de los alumnos, sin embargo, esta última queda fuera del alcance del presente trabajo.

## 2. MARCO TEÓRICO

Como se ha señalado anteriormente, la propuesta que se presenta en este trabajo se apoya en una interpretación del MCH desde la perspectiva del EOS. A continuación, se describe en un primer momento el EOS, posteriormente, se discute la técnica del MCH, y por último, se describe la interpretación sistémica del MCH según el EOS.

### 2.1 El Enfoque Ontosemiótico

Desde la perspectiva del EOS (Godino, Batanero y Font, 2007; Moreno, Font y Ramírez, 2016; Moreno, 2017), la resolución de un problema matemático o físico-matemático implica la realización de una práctica en la que participa un conjunto de objetos

primarios: conceptos, lenguaje, propiedades, procedimientos y argumentos. Así mismo, según el EOS, los objetos primarios pueden ser vistos o interpretados desde cinco perspectivas: personal/institucional, ostensivo/no-ostensivo y expresión/contenido, unitario/sistémico e intensivo/extensivo, las tres primeras se describen más adelante.

A lo largo de la práctica de resolución del problema también se realizan procesos cognitivos tales como el de idealización, materialización, argumentación, entre otras. Mediante el proceso de idealización un objeto ostensivo u observable, es convertido o pensado como un objeto no ostensivo (Font y Contreras, 2008). Y a la inversa, a través del proceso de materialización, un objeto matemático pensado por un sujeto puede ser representado de manera ostensiva sobre el papel y ser observado públicamente. Otros procesos cognitivos también son llevados a cabo: el proceso de argumentación (que permite justificar el procedimiento empleado en la resolución de un problema), visualización (Godino et al., 2012), representación, entre otros.

Por otro lado, el significado de un objeto matemático o físico-matemático en el EOS es entendido, por un lado, desde la perspectiva expresión/contenido como “función semiótica”, y por otro lado, desde es entendido desde una perspectiva sistémica como “sistema de prácticas”. Mediante el primero, el significado es interpretado mediante la correspondencia entre un antecedente (expresión) y un consecuente (significado o contenido) establecidos por un sujeto (persona o institución) de acuerdo a ciertos criterios (convenios, reglas matemáticas o físico-matemáticas).

Mediante el segundo, el significado del objeto es entendido como: el sistema de prácticas en las que dicho objeto es determinante para su realización. En este último, el sistema de prácticas se puede parcelar en diferentes clases de prácticas más específicas que son utilizadas en un determinado contexto y con un determinado tipo de notación produciendo un determinado “sentido” (perspectiva unitaria) del objeto matemático (Moreno, 2017, p. 63).

## 2.2 Los mapas conceptuales híbridos

El Mapa Conceptual es una red de conceptos ordenados jerárquicamente. Los conceptos se conectan mediante “frases de enlace”, produciendo una red de estructuras

proposicionales donde el significado no sólo se encuentra en la relación entre concepto y concepto, sino que se extiende a las relaciones que a su vez estos conceptos tienen con otros conceptos que conforman la red (Aguilar, 2006).

Por otro lado, el desarrollo del mapa conceptual y su implementación en otros campos de conocimiento ha dado lugar a la combinación del Mapa Conceptual con otro tipo de representaciones, tal es el caso de la técnica del MCH, que resulta de la combinación de la técnica del Mapa Conceptual con la técnica de Diagramas de Flujo, que permite representar de manera gráfica a los procesos. En la literatura hay escasos señalamientos sobre el uso del MCH, sin embargo, en el trabajo de Aguilar (2006) es posible encontrar al MCH como una representación esquemática de la actividad de construcción del Mapa Conceptual.

### *2.2.1 Interpretación ontosemiótica de los mapas conceptuales híbridos*

Desde la perspectiva del EOS, el MCH-EOS puede ser interpretado como una representación ostensiva de la práctica de resolución de un problema de la matemática o la física escolar (Moreno, Aguilar y Villanueva, 2017). En este sentido el MCH-EOS, interpretado como representación de la práctica, puede ser interpretado como representación institucional, que es elaborado a partir de la producción de un docente experto, o bien personal, para el caso de un MCH-EOS elaborado a partir de la producción de un estudiante inexperto.

El MCH-EOS considera: (1) lenguaje, para representar de manera observable objetos pensados o no ostensivos (tales como conceptos, propiedades, entre otros); (2) conceptos, que aparecen organizados de manera jerárquica mediante palabras o frases de enlace en el MCH-EOS; (3) propiedades, que son representadas mediante algunas rutas de lectura en el MCH-EOS y que describen relaciones entre conceptos de tipo algebraico, geométrico, por mencionar algunas; (4) procedimientos, empleados para representar la parte algorítmica del MCH-EOS y se presentan mediante una componente de diagrama de flujo y (5) argumentos, representados mediante diferentes rutas de lectura y que son empleados para justificar el procedimiento de resolución de la situación problematizada (Moreno, Aguilar y Villanueva, 2017).

El MCH-EOS, en su componente interpretativa, representa la organización jerárquica de los conceptos, la cual va de los conceptos de mayor a menor generalidad. El paso de una

jerarquía a otra conlleva la realización de ciertos procesos tales como el de idealización, argumentación, tratamiento, entre otros. El significado en el MCH-EOS también puede ser visto tanto de una perspectiva unitaria como sistémica. Desde la perspectiva unitaria, las representaciones que se muestran en el MCH-EOS dan cuenta del establecimiento de funciones semióticas (Moreno, Aguilar y Villanueva, 2017), por ejemplo, el *objeto concepto* de “fuerza” puede estar expresado mediante el *objeto primario propiedad* “ $F = ma$ ”.

Por otro lado, desde una perspectiva sistémica, el significado en el MCH-EOS puede decirse que permite representar el sistema de prácticas que participa en la resolución de un problema matemático o físico-matemático, el cual se puede parcelar a su vez en otras prácticas.

### 3. ELABORACIÓN DE MAPAS CONCEPTUALES HÍBRIDOS

Al igual que el MC, el cual puede ser elaborado a partir de un conjunto de reglas heurísticas (Aguilar, 2006), también es posible elaborar el MCH-EOS mediante una serie de pasos. Para elaborar el MCH-EOS institucional o experto y presentarlo posteriormente a los estudiantes en plenaria, es necesario desmenuzar o descomponer el problema que se desea estudiar en problemas más pequeños. La resolución de estos problemas pequeños implica la realización de prácticas, las cuales, al ser organizadas por el sujeto que resuelve el problema, dan lugar a la emergencia del sistema de prácticas que permite resolver el problema mayor. En general, el MCH-EOS correspondiente a problemas matemáticos contextualizados o situaciones físicas problematizadas, consta de un sistema de práctica que combina prácticas discursivas y operativas, y para su elaboración, requiere considerar a todos los objetos primarios.

Una manera de entender cómo la técnica MCH-EOS permite describir de una forma más adecuada el sistema de prácticas que participa en la resolución de un problema de la física o la matemática escolar es a través de contrastar la técnica con lo que se presenta actualmente en los libros de texto. Por ejemplo, en la Figura 1 se ilustra la resolución de un problema de cinemática que aparece en un libro de segundo de secundaria (Gutiérrez y Zarzosa, 2017) que se emplea actualmente en los cursos de Física. En la Figura 1 se puede

apreciar una enseñanza de tipo algorítmica, es decir, se presenta la resolución de un *Problema ejemplo* como una práctica que puede reducirse únicamente a un proceso en el que, a partir de la lectura de la situación física problematizada de una caja que se desliza sobre una pendiente, se supone que el alumno va a ser capaz de advertir los datos y luego introducirlos a la “máquina” de *Fórmula-Sustitución-Resultado*, dejando inclusive al alumno la tarea, no tan obvia, de interpretar la Gráfica 1.20.

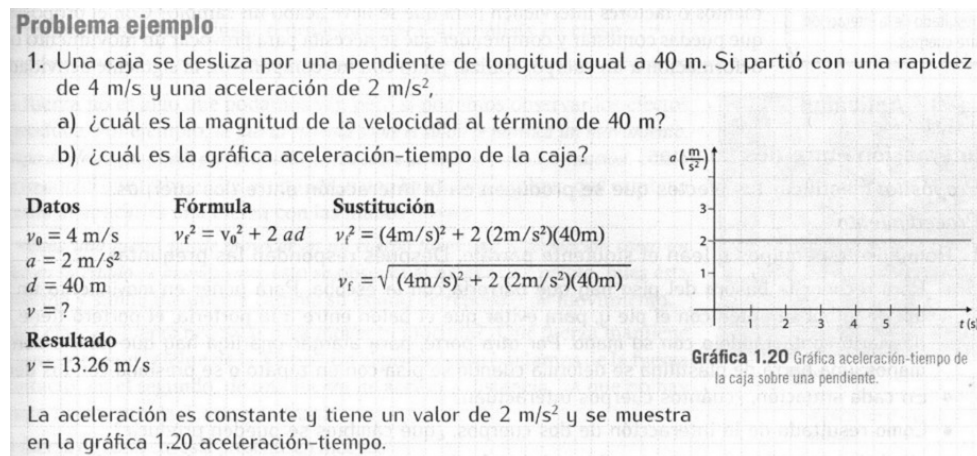


Figura 1. Práctica de resolución de un problema de cinemática presentada en el libro de Gutiérrez y Zarzosa (2017).

En la práctica, es bien sabido por los docentes expertos que la resolución de un problema de física o matemáticas es más que un proceso algorítmico, De hecho, para resolver el problema que se presenta en la Figura 1 es indispensable llevar a cabo un proceso interpretativo de la situación y luego plantear ciertos supuestos y realizar ciertas idealizaciones (por ejemplo, considerar a los cuerpos como partículas o suponer un movimiento en el plano únicamente) con objeto de interpretar el problema en el marco de la mecánica newtoniana, en lugar de partir de la identificación de los datos numéricos que presenta el problema y buscar sustituirlos en las fórmulas para obtener la solución.

Desde la perspectiva del MCH-EOS, en el ejemplo de la Figura 1 sólo se presenta una faceta o perspectiva de algunos objetos primarios, es decir, se presenta la faceta ostensiva, mediante el lenguaje escrito, algunos conceptos (velocidad inicial, aceleración, longitud, entre otros), una propiedad (mediante la expresión  $v_f^2 = v_0^2 + 2ad$  que vale para movimientos con aceleración constante), procedimiento (sustitución de datos en la expresión



cinemática y cálculo de raíz cuadrada para obtener resultado) y la tesis “la aceleración es constante y tiene un valor de  $2m/s^2$ ” que corresponde al objeto argumento y que resuelve el problema. Sin embargo, hace falta considerar otros conceptos, otras propiedades, considerar las distintas prácticas que intervienen, la manera en que estas prácticas se organizan, los argumentos que justifican el proceso de resolución y la forma en que se lleva a cabo el procedimiento.

Una manera de elaborar el MCH-EOS correspondiente a un problema, para luego discutirlo en clase, puede ser a partir de la reconstrucción de un sistema de prácticas. Por ejemplo, es posible reconstruir el sistema de prácticas implicado en la resolución del problema que se presenta en la Figura 1 al agregar (desde la experiencia del sujeto/experto que elabora el mapa híbrido) al objeto lenguaje empleado por los autores del libro de texto, el resto de los objetos que señala el EOS, es decir, al agregar los conceptos, los argumentos, las propiedades y los procedimientos. Desde la perspectiva de un experto, en la resolución del problema de la Figura 1 es posible distinguir dos etapas de dicho proceso, la primera etapa es de interpretación y la segunda posee una componente operativa.

En la Tabla 1 se presentan los objetos primarios que participarían en la primera etapa. Nótese que el objeto lenguaje se corresponde con algunos elementos del apartado de “datos” de la Figura 1. La Figura 1 también presenta la gráfica “ $a$  vs  $t$ ”, sin embargo, ésta puede ser interpretada a partir de algunas rutas de lectura del MCH-EOS. De hecho, para comprender de manera adecuada el MCH la lectura de éste puede apoyarse en representaciones pictóricas, gráficas o esquemas.

La Tabla 1 también presenta el resto de los objetos primarios que han de ser considerados en la elaboración del MCH-EOS. Por ejemplo, en la columna izquierda de la tabla se tiene, entre otros argumentos, el argumento “La caja es pensada como una partícula”, a partir del cual se obtienen dos conceptos, “caja” y “partícula”, que aparecen en la columna de la derecha. Se presenta la propiedad “La caja parte con aceleración que es constante para todo tiempo”, de la que se obtienen los conceptos “aceleración”, “constante” y “tiempo”, que, si bien dicha propiedad no se menciona en la Figura 1, es una propiedad que debe ser considerada en el proceso de resolución del problema. También se presenta la propiedad “Aceleración que es representada como una recta horizontal”, de donde se obtienen los conceptos de “representada” y “recta horizontal”, y que junto con la propiedad “Aceleración

que es representada sobre un plano cartesiano” permite una interpretación de la Gráfica 1.20 de la Figura 1.

La Tabla 1 también presenta el objeto procedimiento, el cual muestra que el proceso interpretativo puede llevarse a cabo en tres etapas: (A) identificar los cuerpos que participan en el fenómeno, (B) identificar el cuerpo bajo estudio y su estado mecánico, y luego (c) identificar el tipo de movimiento que realiza el cuerpo.

<b>Práctica: interpretación de la situación problematizada</b>	
<b>Lenguaje:</b> $v_0 = 4m/s$ , $a = 2m/s^2$ , $d = 40m$ , $v = ?$	
<p><b>Argumentos</b></p> <p>(i) La <i>caja</i> es pensada como una <i>partícula</i>→</p> <p>(ii) La <i>caja</i> se <i>desliza</i> sobre una <i>pendiente</i> de <i>longitud</i> (<math>d = 40m</math>)→</p> <p>(iii) La <i>caja</i> parte con <i>velocidad</i> (<math>v_0 = 4m/s</math>)→</p> <p><b>Propiedades</b></p> <p>(iv) La <i>partícula</i> describe una <i>trayectoria rectilínea</i>→</p> <p>(v) La <i>caja</i> parte con <i>aceleración</i> (<math>a = 2m/s^2</math>) que es <i>constante</i> para todo <i>tiempo</i> <math>t(s)</math>→</p> <p>(vi) <i>Aceleración</i> que es <i>representada</i> como una <i>recta horizontal</i>→</p> <p>(vii) <i>Aceleración</i> que es <i>representada</i> sobre un <i>plano cartesiano</i> (<math>a</math> vs <math>t</math>)→</p>	<p><b>Conceptos</b></p> <p><i>Caja, partícula</i></p> <p><i>Desliza, pendiente, longitud</i></p> <p><i>Velocidad</i></p> <p><i>Trayectoria rectilínea</i></p> <p><i>Aceleración, constante, tiempo</i></p> <p><i>Representada, recta horizontal</i></p> <p><i>Plano cartesiano</i></p>
<p><b>Procedimiento</b></p> <p>(1) identificar los cuerpos que participan en el fenómeno; (2) identificar el cuerpo bajo estudio y su estado mecánico; (3) identificar el tipo de movimiento.</p>	

Tabla 1. Objetos físico-matemáticos correspondientes a la primera práctica, práctica interpretativa, del sistema de prácticas. Los conceptos en cursiva repetidos en el objeto Argumentos aparecen una vez en el objeto Conceptos.

Después de la práctica interpretativa se lleva a cabo una práctica de tipo operativa. En la Tabla 2 se describen los objetos primarios que conforman esta segunda práctica. Esta práctica se apoya directa e indirectamente en los conceptos (velocidad, aceleración, longitud, entre otros) de la primera práctica, los cuales, al conectarse con algunos conceptos de la segunda práctica dan lugar a argumentos (por ejemplo, longitud  $d$  que se sustituye en Ecuación Cinemática, entre otros) y propiedades (por ejemplo, aceleración que es constante permite emplear ecuación cinemática). Algunos de estos objetos, como se ha señalado, no fueron señalados en el proceso de resolución del problema de la Figura 1 y sin embargo permiten, al sujeto que resuelve el problema, dotar de significado a esta segunda práctica.

Por otro lado, cabe señalar que las unidades físicas de la velocidad, la aceleración y la longitud deberán ser consideradas tanto en la Tabla 2 como en el MCH-EOS.

<b>Práctica: interpretación de la situación problematizada</b>	
<b>Lenguaje:</b> $v_f^2 = v_0^2 + 2ad$ , $v_f^2 = (4 \text{ m/s})^2 + 2(2 \text{ m/s}^2)(40\text{m})$ , $v_f = \sqrt{176 \text{ m}^2/\text{s}^2}$ , $v_f = 13.2 \text{ m/s}$	
<p><b>Argumentos</b></p> <p>(i) La longitud <math>d = 40</math> que se sustituye en la ecuación cinemática →</p> <p>(ii) La aceleración <math>a = 2 \text{ m/s}^2</math> se sustituye en la ecuación cinemática →</p> <p>(iii) La velocidad <math>v_0 = 4 \text{ m/s}</math> que se sustituye en la ecuación cinemática →</p> <p><b>Propiedades</b></p> <p>(iv) Aceleración que es constante permite emplear ecuación cinemática →</p> <p>(v) Trayectoria rectilínea descrita mediante ecuación cinemática →</p>	<p><b>Conceptos</b></p> <p><i>Longitud, ecuación cinemática</i></p> <p><i>Aceleración</i></p> <p><i>Velocidad</i></p> <p><i>Constante, ecuación cinemática</i></p> <p><i>Trayectoria rectilínea</i></p>
<p><b>Procedimiento</b></p> <p>(1) sustituir los valores de la velocidad inicial, la aceleración y la longitud en la ecuación cinemática; (2) realizar operaciones matemáticas para obtener la magnitud de la velocidad final.</p>	

Tabla 2. Objetos físico-matemáticos correspondientes a la segunda práctica que posee una componente operativa. Los conceptos en cursiva repetidos en el objeto Argumentos aparecen una vez en el objeto Conceptos.

El lenguaje empleado en esta segunda parte se corresponde con los apartados de Fórmula, Sustitución y Resultado de la Figura 1. En general, para esta práctica, es posible advertir que el objeto proceso se realiza en dos etapas: (i) sustituir los valores de la velocidad inicial, la aceleración y la longitud en la ecuación cinemática y (ii) realizar operaciones matemáticas para obtener la magnitud de la velocidad final.

Las prácticas anteriores, Tablas 1 y 2, presentan una manera de reconstruir el sistema de prácticas empleado en la resolución del problema de la Figura 1. A partir de dichas tablas es posible elaborar el MCH-EOS correspondiente, ver la Figura 2, el cual puede ser interpretado como una representación esquemática del sistema de prácticas o de la configuración de objetos primarios señalada por el EOS.

El MCH-EOS, ver la Figura 2, se lee de izquierda a derecha (aunque es posible también elaborarlo de manera vertical y leerlo de arriba hacia abajo), la manera en que se elabora y se organizan los conceptos en el MCH-EOS debe ser tal que sea posible recuperar todos los conceptos, los argumentos, las propiedades y los procedimientos que aparecen en

las Tablas 1 y 2. Las rutas de lectura en el MCH-EOS deben ser todas las que aparecen en las tablas.

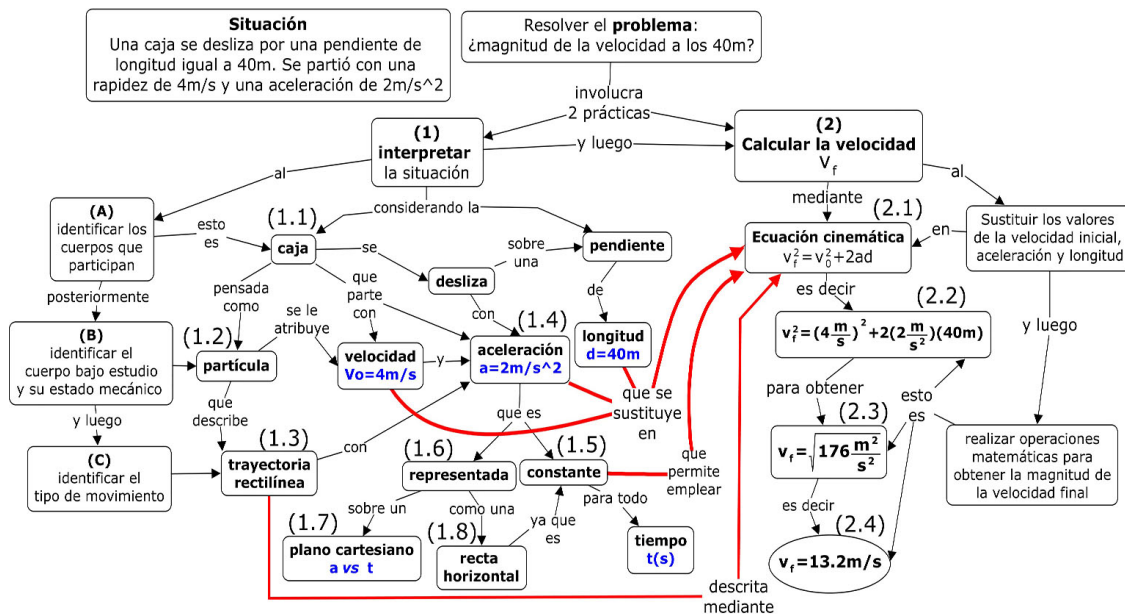


Figura 2. MCH-EOS del problema de la caja que se desliza sobre la pendiente.

Por ejemplo, el argumento “la *caja* pensada como *partícula*” en (i) y la propiedad “la *partícula* que describe *trayectoria rectilínea*” en (iv) que aparecen en la Tabla 1, son representados en el MCH-EOS mediante las rutas de lectura (1.1)-(1.2) y (1.2)-(1.3). Así mismo, la propiedad “*aceleración* que es *constante* permite emplear la *ecuación cinemática*” que aparece como propiedad (iv) en la Tabla 2 permite relacionar la práctica (1) y (2), ver la Figura 2, mediante la ruta de lectura (1.4)-(1.5)-(2.1). Por otro lado, el objeto procedimiento de la Tabla 2 es representado en el MCH-EOS mediante la ruta de lectura (2.1)-(2.2)-(2.3)-(2.4). Por último, es conveniente agregar que la lectura y comprensión del MCH-EOS puede apoyarse mediante el empleo de otro tipo de representaciones tales como las representaciones pictóricas, gráficas o esquemas.

El proceso anterior también puede llevarse a cabo para reconstruir el sistema prácticas que realizan los estudiantes en la resolución de problemas matemáticos contextualizados, y luego, en caso de que los alumnos realicen prácticas inadecuadas o no realicen alguna práctica del sistema de prácticas, instruirlos u orientar sus prácticas mediante el empleo del MCH-EOS, lo cual podría apoyar el aprendizaje de los estudiantes.

Por ejemplo, en la Figura 3 se muestra la producción de un estudiante de secundaria que ha resuelto un problema (también llamada consigna) contextualizado que involucra la noción de porcentaje.

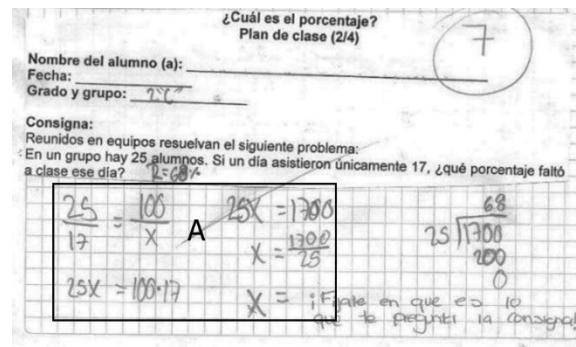


Figura 3. Producción de un alumno de secundaria obtenida en la resolución de una consigna que involucra la noción de porcentaje.

Desde la perspectiva de un docente experto, la consigna podría resolverse mediante la realización de tres prácticas: (i) Interpretación de la situación, (ii) Determinación del porcentaje de alumnos asistentes y (iii) Determinación del porcentaje de alumnos faltantes (ver la Figura 4). Sin embargo, en la producción del alumno, ver la Figura 3, se aprecia que el estudiante pudo haber realizado sólo una de las prácticas, dejando inconclusa la resolución del problema, ver A en la Figura 3.

En la Figura 4 se ilustra el MCH-EOS epistémico (o experto) que describe el sistema de prácticas implicado en la resolución correcta de la consigna y que fue elaborado mediante el mismo proceso empleado en el problema de la caja que se desliza sobre la pendiente.

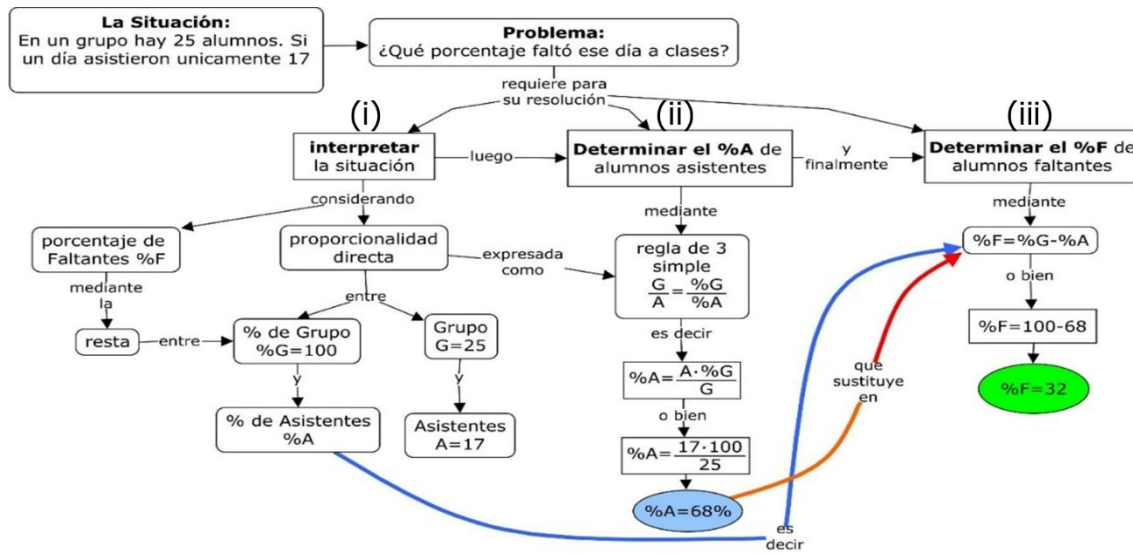


Figura 4. MCH que representa el sistema de prácticas involucrado en la resolución de la consigna de la Figura 3.

El MCH-EOS muestra la manera en que se organizan las prácticas que conforman el sistema de prácticas, lo cual, permite plantear la hipótesis de que el estudiante pasó directamente a la práctica (ii) al emplear la fórmula de la regla de tres y al sustituir los datos que presenta el problema, sin antes haber interpretado el problema, práctica (i), lo que le condujo a prescindir de la realización de la práctica (iii).

Por otra parte, cabe señalar que, para una misma situación-problema, el MCH-EOS puede ser elaborado de distintas maneras dependiendo de los aspectos o características que se desee destacar o privilegiar en el mapa. Por ejemplo, en el caso del MCH-EOS de la Figura 2 se ha considerado explícitamente el objeto procedimiento, sin embargo, si lo que se desea resaltar es la existencia y coordinación de las prácticas que participan en la resolución de un problema determinado, el objeto procedimiento podría manejarse de forma implícita, tal es el caso del mapa de la Figura 4 que no presenta la componente procedimental pero sí representa la existencia de tres prácticas para la resolución de la consigna.

### 3.1 Algunos aspectos relacionados con la enseñanza de la física y la matemática en el aula

En el trabajo de Moreno (2017) se ha empleado el MCH-EOS desde una perspectiva unitaria y se analiza mediante una sola práctica el proceso de resolución de problemas contextualizados de cálculo diferencial. En el presente trabajo se adopta una perspectiva sistémica del MCH-EOS donde el mapa es interpretado como una representación esquemática de un conjunto de prácticas que se coordinan de forma específica para la resolución del problema, por ejemplo, como se ha visto, las prácticas sólo cobran sentido en términos del resto de las prácticas que conforman el sistema, es decir, el significado entendido como sistema de prácticas.

Como se ha señalado anteriormente, el MCH-EOS puede ser empleado tanto para la enseñanza de la física como de la matemática escolar mediante el enfoque por resolución de problemas. Cabe señalar que, el MCH-EOS podría adoptar muchas de las propiedades de la técnica de los Mapas Conceptuales que se han reportado en la literatura; es decir, el MCH-EOS podría ser empleado como una herramienta para fomentar el trabajo colaborativo entre los estudiantes o entre los estudiantes y el profesor, puede ser empleado para indagar las concepciones de los alumnos o bien de los docentes expertos, en una clase plenaria el MCH-EOS permitiría ilustrar las técnicas de resolución de cierto conjunto de problemas, puede ser empleado en distintos niveles educativos permitiendo evidenciar ciertos aspectos del conocimiento y no otros según el nivel, por mencionar atributos. Se trata de atributos del MCH-EOS que se encuentran en vías de exploración por parte del autor.

#### 4. COMENTARIOS FINALES

El MCH interpretado a la luz del Enfoque Ontosemiótico, MCH-EOS, representa de manera gráfica el sistema de prácticas discursivo y operativo que participa en la resolución de una situación física o matemática problematizada. El MCH-EOS permite visualizar los distintos objetos matemáticos o físico-matemáticos, las relaciones entre dichos objetos, la organización de las prácticas y algunos procesos implicados en la resolución de problemas contextualizados.

El MCH-EOS empleado en el aula podría fungir como una herramienta para guiar el aprendizaje de los estudiantes, ya que muestra esquemáticamente las estrategias que los docentes expertos emplean al resolver problemas tanto de matemáticas como de física. A

diferencia de la práctica que realizan los estudiantes, donde identifican los datos y buscan sustituirlos en alguna fórmula para obtener el resultado (de hecho, esta práctica también es motivada por algunos libros de texto, ver la Figura 1), los expertos siguen una estrategia que inicia con un proceso interpretativo de la situación problematizada y le sigue la realización de otras prácticas en las que se ponen en juego conceptos, convenciones, principios físicos, supuestos, entre otros elementos.

La propuesta que se ha descrito en el presente trabajo plantea una muy buena alternativa para apoyar las fases del proceso de resolución de problemas matemáticos que señalan Juidías y Rodríguez (2007): (i) Identificación y definición del problema, (ii) planificación de la solución, (iii) ejecución del plan y (d) verificación. Mediante el MCH-EOS el docente podría presentar a los estudiantes, de manera puntual, el problema a ser resuelto mediante la pregunta de enfoque que desarrolla el MCH-EOS, así como también la representación mental asociado al problema planteado, de hecho, mediante la primera práctica interpretativa el docente no solo presentaría la organización conceptual y el análisis de la información del enunciado del problema, sino que también podría incorporar conocimientos base y describir ostensivamente otros conocimientos necesarios para la resolución del problema.

Para la segunda y tercera fase, el docente podría describir a los alumnos el resto de las prácticas, la organización de los objetos primarios en cada una ellas y la conexión entre prácticas. Así mismo, apoyado en la perspectiva sistémica del significado del EOS, para la última fase, la evaluación de las acciones y los resultados obtenidos podría realizarse mediante el análisis de la coordinación y la conexión de las prácticas para conformar el sistema de prácticas, las cuales dotarían de significado al concepto implicado en la resolución del problema, por ejemplo, en los casos que abordamos anteriormente, se trataría del concepto de movimiento con aceleración constante y de porcentaje.

## 5. REFERENCIAS



- Aguilar, M. (2006). El mapa conceptual una herramienta para aprender y enseñar. *Plasticidad y restauración neurológica*, 5(1), 62-72.
- Buteler, L., Gangoso, Z., Brincones, C. y González, M. (2001). La resolución de problemas en Física y su representación: un estudio en la escuela media. *Enseñanza de las ciencias: revista de investigación y experiencias didácticas*, 19(2), 285-295.
- Font, V., Godino, J. y D'Amore, B. (2007). Enfoque ontosemiótico de las representaciones en educación matemática. *For the learning of mathematics*, 27(2), 3-9.
- Font, V. y Contreras, Á. (2008). The problem of the particular and its relation to the general in mathematics education. *Educational Studies in Mathematics*, 69(1), 33-52.
- Gangoso, Z. (1999). Investigaciones en resolución de problemas en ciencias. *Investigações em ensino de ciencias*, 4(1), 7-50.
- Garofalo, J y Lester, F (1985). Metacognition, cognitive monitoring, and mathematical performance. *Journal for Research in Mathematics Education*, 16(3), 163-176
- Gil, P., Martínez, T. y Senent, P., (1988). El fracaso en la resolución de problemas de física: una investigación orientada por nuevos supuestos. *Enseñanza de las ciencias: revista de investigación y experiencias didácticas*, 6(2), 131-146.
- Godino, J., Batanero, C. y Font, V. (2007). The onto-semiotic approach to research in mathematics education. *ZDM-The International Journal on Mathematics Education*, 39(1-2), 127-135.
- Godino, J., Gonzato, M., Cajaraville, J. y Fernández, T. (2012). Una aproximación ontosemiótica a la visualización en educación matemática. *Enseñanza de las ciencias: revista de investigación y experiencias didácticas*, 30(2), 109-130.
- Gutiérrez, A. y Zarzosa, P. (2017). *Acércate a la Física, segundo de secundaria*. Ciudad de México: Ediciones Larousse, S. A. de C. V.
- Juidías, J. y Rodríguez, I. (2007). Dificultades de aprendizaje e intervención psicopedagógica en la resolución de problemas matemáticos. *Revista de educación*, 342, 257-286. Recuperado de <https://idus.us.es/xmlui/handle/11441/60933>
- Mayer, R. (1992). *Thinking, problem solving, cognition*. New York: Freeman & Co Ltd.
- Moreno, N., Font, V. y Ramírez, M. J. C. (2016). La importancia de los diagramas en la resolución de problemas de cuerpos deformables en Mecánica: el caso de la fuerza de fricción. *Ingeniare Revista Chilena de Ingeniería*, 24(1), 158-172.
- Moreno, N., Aguilar, M. y Villanueva, M. (2017). Descripción gráfica de la práctica de resolución de problemas de modelación matemática. En J. M. Contreras, P. Arteaga, G. R. Cañadas, M. M. Gea, B. Giacomone y M. M. López-Martín (Eds.), *Actas del Segundo Congreso Internacional Virtual sobre el Enfoque Ontosemiótico del Conocimiento y la Instrucción Matemáticos*. Disponible en <http://enfoqueontosemiotico.ugr.es/civeos.html>
- Moreno, N. (2017). Una representación gráfica de la práctica de resolución de problemas en Cálculo diferencial. *Investigación en la Escuela*, 92, 60-75.

Moreno, N., Angulo, V. y Reducindo, R. (2018). La enseñanza de la física: el caso de la fricción. *Universitarios Potosinos*, 223, 22-27.