

**CLASIFICACIÓN DE CUADRILÁTEROS: UN ANÁLISIS DEL LIBRO DE TEXTO EN  
EDUCACIÓN PRIMARIA**

**QUADRILATERAL CLASSIFICATION: AN ANALYSIS OF A TEXTBOOK IN ELEMENTARY SCHOOL**

Antonia Itzel Blanco Hurtado  
*Facultad de Matemáticas, UAGro. México*  
*antonia.itzell3@gmail.com*

Gema Rubí Moreno Alejandri  
*Facultad de Matemáticas, UAGro. México*  
*grmoreno@uagro.mx*

**Resumen**

El papel fundamental del libro de texto ha impactado en que se asuma como objeto de estudio y, en consecuencia, emerjan instrumentos para su valoración. En este trabajo se muestran resultados obtenidos al analizar la clasificación de cuadriláteros en el libro de texto gratuito de cuarto grado de primaria. Las unidades de análisis que se proponen incorporan aspectos como: los procedimientos lógicos asociados a los conceptos, el momento en que emerge la "clasificación", las características del material visual ilustrativo, las características de la división de conceptos, las leyes lógicas en la clasificación y tipo de ordenamientos de conceptos. El estado que guarda la clasificación de cuadriláteros en el libro de texto es, potencialmente, insumo para la generación de materiales curriculares complementarios.

**Palabras clave:** Clasificación, Cuadriláteros, Educación primaria, Libros de texto.

**Abstract**

The fundamental role of the textbook has impacted in its assumption as an object of study and, consequently, instruments emerge for its assessment. This paper presents the results obtained when analyzing the classification of quadrilaterals in the free textbook for the fourth grade of elementary school. The analysis units incorporate aspects such as: the logical procedures associated with the concepts, the moment in which the "classification" emerges, the characteristics of illustrative visual material, the characteristics of the division of concepts, the logical laws in the classification and the type of ordering of concepts. The status of the quadrilateral classification in the textbook is potentially an input for the generation of complementary curricular materials.

**Keywords:** Classification, Quadrilaterals, Elementary school, Textbooks.



## 1. INTRODUCCIÓN

La actividad relativa a clasificar conceptos y, cercana a ella, la de definir resultan ser muy importantes en el desarrollo del pensamiento matemático. Al respecto Poincaré (1952) señala una estrecha relación entre definiciones y clasificación pues cada una de las partes que conforman una definición tiene el objetivo de distinguir al objeto de otros objetos vecinos. De modo que la definición resulta entendible hasta que se muestran los objetos vecinos de los cuales se ha de distinguir el objeto a definir, con la finalidad de captar la diferencia y analizar las razones por las cuales dichos objetos no pertenecen a esa categoría. Así, para Poincaré la razón de definir un concepto es determinar su lugar entre los otros conceptos. De modo que la definición y la clasificación están entrelazadas pues “las propiedades utilizadas para definir un concepto nos permiten incluir el concepto en una clase de objetos” (Blanco, 2018, p.5).

A pesar de ser una actividad matemática esencial, diversas investigaciones evidencian la existencia de dificultades en torno a la clasificación (e incluso a la definición) de conceptos como triángulos y cuadriláteros. Algunas se enlistan a continuación.

- ❖ Dificultad para aprender a analizar los atributos de diferentes conceptos cercanos y para distinguir entre aspectos esenciales y no esenciales (Fitri, Julie & Sulistyani, 2016; Fujita & Jones, 2007).
- ❖ Reconocimiento y/o creación de formas prototípicas (Fujita & Jones, 2007).
- ❖ Uso de varios atributos al definir (Fitri, Julie & Sulistyani, 2016; Jungk, 1979).
- ❖ Dificultad en la comprensión de la relación entre los procesos de clasificar y definir (Fitri, Julie & Sulistyani, 2016; Fujita & Jones, 2007).
- ❖ Complejidad de la capacidad de clasificar conceptos de diferentes maneras y poder etiquetarlas con nombre diferentes (Fujita & Jones, 2007).
- ❖ Complejidad de comprender las relaciones transitivas y de simetría entre conceptos (Fujita & Jones, 2007).

Ahora bien, el libro de texto es de gran importancia en el ámbito escolar debido a los diversos roles que posee en el proceso de enseñanza aprendizaje. Se ha constituido en objeto de análisis pues se ha convertido en “una herramienta fundamental de la práctica docente ejercida” y “plantea la necesidad de considerar su análisis como un elemento básico para entender no solo el trabajo docente, sino para explicitar qué sucede en la práctica educativa” (Partido, 2007, p. 4).

Los libros de texto gratuitos en México han desempeñado un papel importante en la educación de los niños en el país y han sido parte medular en su definición: la gratuidad, la obligatoriedad y la unicidad. Mediante los libros de texto gratuitos se logra que la educación tenga un punto de partida en común, pues “favorece una plataforma de conocimientos comunes” (Celis, 2011).

La Comisión Nacional de Libros de Texto Gratuitos (CONALITEG) es el organismo público de la Secretaría de Educación Pública en México con responsabilidad de distribuir los libros de texto en la educación básica. De acuerdo con la información del portal de CONALITEG el programa de libros de texto gratuitos beneficia a más de 14 millones de alumnas y alumnos de todo el país cada año.

Los libros de texto, en particular de matemáticas correspondientes al tercer bloque escolar de la Educación Básica, declaran entre sus propósitos promover el intercambio de ideas entre los estudiantes, el trabajo colaborativo y la búsqueda de estrategias para la solución de los problemas planteados.

Al final de la educación primaria, el estudiante ha de alcanzar ciertos logros. En lo que concierne a matemáticas, el programa de estudios (SEP, 2017) señala que se pretende que el estudiante ha de comprender “conceptos para resolver problemas matemáticos diversos y para aplicarlos en otros contextos” (p. 74). Ello es algo que suele influir en la introducción de las definiciones y de los conceptos matemáticos, así como en sus relaciones de orden, justamente en la escuela este proceso se da mediante el tratamiento (ejemplos, conceptos representaciones gráficas, enunciados de definiciones, etc.) en los libros de texto en primaria, en vista de su papel protagónico y casi exclusivo en el proceso de enseñanza-aprendizaje.

De ahí surge el interés por realizar un análisis de libros de texto en torno a la clasificación de conceptos geométricos, en particular de los cuadriláteros. El objetivo de esta investigación es analizar el libro de texto gratuito de cuarto grado escolar de la educación básica del periodo escolar 2014 a la fecha, con la finalidad de estudiar el tratamiento que se le da a la clasificación de cuadriláteros, así como analizar la relación del tipo de clasificación que se suscita con el tipo de definiciones abordadas.

En este marco surge la pregunta: ¿Qué caracteriza a las clasificaciones de cuadriláteros que se plantean en el libro de texto gratuito de matemáticas de primaria?

## 2. ELEMENTOS TEÓRICOS

El objeto de estudio es la clasificación de conceptos y resulta necesario explicar elementos básicos como: concepto y sus elementos, relaciones entre conceptos, definición, división, y clasificación de conceptos. Además, resulta relevante esclarecer elementos que son base para el análisis.

Antes de dar paso a la caracterización de una clasificación de conceptos, es necesario expresar qué es lo que se asume como *concepto*, esto es, el “reflejo mental de una clase de objetos, procesos, relaciones de la realidad objetiva o de la conciencia (o el reflejo de una clase de clases), sobre la base de sus características invariantes” (Jungk, 1979, p. 58). En este punto conviene distinguir entre la ‘clase de objetos, procesos y relaciones’ y las ‘características invariantes’ en esta descripción. Al conjunto de propiedades que son esenciales, es decir características invariantes, se le conoce como *contenido* del concepto y al conjunto de objetos, procesos o relaciones que satisfacen tales propiedades se le llama *extensión* del concepto (Jungk, 1979). Por ejemplo, para el concepto *rombo* son parte de su *contenido* características invariantes como: cuadrilátero, lados iguales y lados opuestos paralelos, mientras que todos aquellos cuadriláteros que satisfagan estas características forman su *extensión*.

Por consiguiente, una *definición* es entendida como la reflexión verbal del concepto (Jungk, 1979). Así se trata de una proposición que establece qué es un objeto, cómo surge, para qué sirve, o cómo se le reconoce.

Por otro lado, dado que se pretende hacer una caracterización de la clasificación de cuadriláteros, son de interés aspectos que permitan comprenderla, tanto puntual como globalmente como: qué procedimientos lógicos asociados a los conceptos están presentes en el desarrollo de las lecciones, el cumplimiento de las leyes lógicas para la división de conceptos, el tipo de clasificación que se promueve, el tipo de ordenamiento de conceptos que se fomenta (explícita o implícitamente), el nivel de división de conceptos que se propone abordar, el momento didáctico en el que dicha actividad (clasificar) es introducida, el sentido lógico que posee (deductivo-analítico o inductivo-sintético), el tipo de función que desempeña en las lecciones, así como las representaciones asociadas que se utilizan en las lecciones.

Respecto a los procedimientos lógicos colaterales a la clasificación de conceptos (Campistrous, 1993) se reconocen los siguientes:

*Reconocer propiedades.* Decidir si un concepto posee determinada propiedad.

*Distinguir propiedades.* Determinar el tipo de propiedad que se trata: secundaria, necesaria, suficiente, o suficiente y necesaria. Implica analizar en qué afecta a la extensión del concepto el añadir o quitar dicha propiedad.

*Identificar conceptos.* Explorar para concluir si un objeto pertenece o no a la extensión de un concepto mediante el análisis de sus propiedades (el objeto posee o no la propiedad).

*Definir conceptos.* Se espera que el alumno sea quien, de manera independiente, elabore la definición.

*Ejemplificar.* Dar representantes de un concepto a partir de identificar los rasgos esenciales del concepto para buscar objetos que posean esos rasgos y, con ello, identificar cuáles pertenecen a la extensión del concepto.

Además, es significativo examinar el proceso lógico de división de conceptos en la clasificación de los mismos, es decir, la separación de la extensión de un concepto en clases (subconceptos) mediante determinadas propiedades, separando la extensión a partir del contenido (Campistrous, 1993). Así, la *división* de conceptos consiste en una operación lógica en la que se divide la extensión del concepto en clases con base en un criterio dado.

En vista de que se trata de una división lógica de conceptos (Campistrous, 1993), se deben satisfacer ciertas exigencias:

*Ser proporcionada.* La gama de las extensiones de los conceptos subordinados debe ser igual a la extensión del concepto dividido.

*Los subconceptos son disjuntos.* Los subconceptos resultantes de una división no deben de tener elementos en común.

*Parte de un solo criterio.* Una división de un concepto se puede efectuar solamente sobre la base de una característica esencial.

*Ser continua.* La división no ha de contener saltos.

En el procedimiento en el que se separan los conceptos en clases, cuando las clases son disjuntas se tiene una *clasificación* en el sentido lógico (Figura 1).

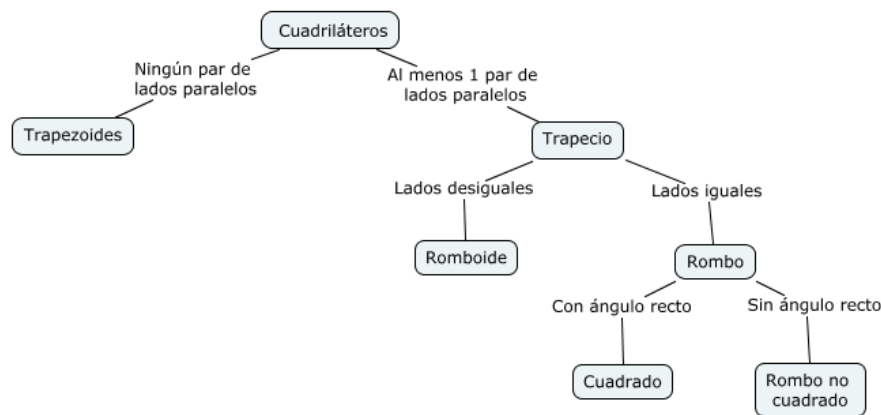


Figura 1. Ejemplo de división de conceptos

Un elemento significativo en este contexto es el caso de la dicotomía. Jungk (1979) distingue que una división de conceptos puede ser *dicotómica* si en la división, un concepto se divide mediante dos características, según una característica y su contrario lógico, o, una división *no dicotómica* si un concepto se divide mediante más de dos características.

A todo esto, el interés en comprender la relación definir-clasificar conceptos en la enseñanza de las matemáticas ha originado numerosos estudios que examinan los procesos de

construcción de definiciones y/o clasificación de conceptos por docentes y estudiantes de matemáticas en diferentes niveles educativos.

De Villiers (1994) afirma que la clasificación de conceptos no es independiente del proceso de definición. En esta dirección, Usiskin & Griffin (2008) identifican como *definición incluyente* a aquella que se centra en el análisis de las características esenciales de los conceptos sin la intención de excluir casos particulares y como *definición excluyente* a la que excluye deliberadamente lo que otra definición incluye.

En armonía con esto, De Villiers (1994) caracteriza al ordenamiento de tipo *jerárquico* a aquel que “los conceptos más particulares forman subconjuntos de los conceptos más generales” (p. 11), por lo que es generado por definiciones incluyentes. En cambio, es tipo *de partición* cuando los subconjuntos de un concepto superior son disjuntos uno del otro, así pues, es originado por definiciones excluyentes.

Incluso el nivel de división consecutiva al que se llega en un ordenamiento de conceptos resulta de interés. En cada nivel al realizar la división del concepto se tiene como resultado subconceptos de este (Campistrous, 1993; Jungk, 1979).

Asimismo, es indispensable distinguir el momento en el que se establece la clasificación de conceptos y su dependencia con la función didáctica que tiene. En ese sentido De Villiers (1994) señala dos momentos a priori y a posteriori.

*Clasificación Constructiva (a priori)*. Los procesos de generalización y especialización se utilizan deliberadamente para ‘producir’ nuevos conceptos que se sitúan inmediatamente en una relación (incluyente o excluyente) con otros conceptos existentes. La función más importante es el descubrimiento/creación de nuevos conceptos.

*Clasificación Descriptiva (a posteriori)*. Se considera después de que ya se conocen (desde hace algún tiempo) los conceptos implicados y sus propiedades han sido examinadas.

Conocer el sentido lógico que posee la clasificación de conceptos resulta ventajoso. Campistrous (1993) señala que es *deductivo-analítico* si se da la división lógica de conceptos, de lo general a lo particular, a partir de la extensión del concepto los objetos se separan en subclases.

Por otro lado, es *inductivo-sintético* si se da la clasificación lógica en sentido estricto, desde un caso particular al que se coloca dentro de una categoría que lo incluye, los objetos se organizan en clases.

No menos importante es examinar la claridad y la orientación de las actividades e indicaciones en los libros de texto. Al respecto, se asume como *Insuficiente* si en la lección se presenta alguna instrucción que no es suficientemente clara en lo que se debe realizar en la lección, y, como *Adecuada* si las instrucciones y el texto son claros y dan la posibilidad de efectuar las actividades propuestas en la lección de manera eficiente (Navarro, 2015).

En lo que respecta al papel que juegan las ilustraciones se consideran los siguientes aspectos.

*Función en la lección.* Se distingue el tipo de función, por ejemplo, si tiene función decorativa (hace más agradable la lectura o llena espacios en blanco), relacionada pero no esencial (enfatisa ideas expuestas en el texto y provee otras formas de connotar un significado), y esencial (gráficas, diagramas o tablas que no están incluidas en el texto expresado en lenguaje natural) (Figueras, 1998).

*Representaciones geométricas.* Se analiza si son estereotipadas, es decir, si muestran características comunes y que predominan de manera visual tal como la posición (Jaime, Chapa y Gutiérrez, 1992).

*Relación con la clasificación de conceptos.* Se revisa si se propone algún organizador gráfico para la clasificación de conceptos.

Finalmente, es significativo observar que las tareas propuestas en el libro de texto pueden promover en los estudiantes una participación pasiva o activa en lo que respecta a los procesos involucrados en la clasificación de conceptos.

*Pasiva.* La sistematización de conceptos se presenta de forma terminada al alumno. La actividad del alumno se dirige a la comprensión y ejercitación de tal sistematización.

*Activa.* A partir de las tareas propuestas en el texto se prevé que los alumnos construyan la sistematización de conceptos.



### 3. ELEMENTOS METODOLÓGICOS PARA EL ANÁLISIS

Esta investigación es de tipo documental. Con base en los elementos teóricos antes descritos, en un marco más general (Blanco, 2018) se construyó una propuesta metodológica compuesta de ocho unidades de análisis (UA) para el análisis de los libros de texto (Figura 2) que, en particular, se implementó para el caso de la clasificación de cuadriláteros.

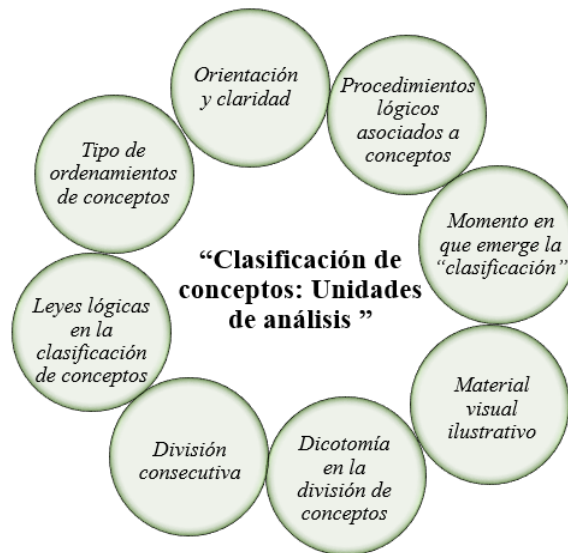


Figura 2. Propuesta para analizar la actividad relativa a la clasificación de conceptos en los Libros de Texto (Blanco, 2018).

Para cada una de las unidades de análisis se establece una orientación por medio de una pregunta específica que destaca los aspectos a indagar y una breve descripción. A su vez, se identificaron previamente de 2 a 5 categorías para clarificar con más detalle los elementos de interés. A continuación, mediante la tabla 1 se describen las unidades de análisis y las categorías de esta propuesta metodológica.

Notación	Unidades	Descripción	Categorías
UA1	<i>Orientación y claridad</i>	Examinar si las instrucciones dadas y el texto facilita su comprensión	Insuficiente Adecuada
UA2	<i>Procedimientos lógicos asociados a conceptos</i>	Identificar qué otros procedimientos lógicos asociados a los conceptos, se promueven en el bloque de lecciones.	Reconocer propiedades Distinguir propiedades Identificar conceptos Definir conceptos Ejemplificar
UA3	<i>Momento en que emerge la "clasificación"</i>	Identificar si la clasificación de conceptos se establece a posteriori o a priori en el tratamiento del tema.	Clasificación Descriptiva Clasificación Constructiva
UA4	<i>Material visual ilustrativo</i>	Analizar la función del material visual ilustrativo, si son estereotipadas y su relación con la clasificación de conceptos.	Decorativa Relacionada pero no esencial Esenciales
UA5	<i>Dicotomía en la división de conceptos</i>	Identificar el tipo de división de conceptos propuesto en la clasificación.	Dicotómica No Dicotómica
UA6	<i>División consecutiva</i>	Analizar la división sucesiva de conceptos identificando el nivel al que llega la clasificación.	Un nivel Dos niveles Más de tres niveles
UA7	<i>Leyes lógicas en la clasificación de conceptos</i>	Analizar si se satisface las leyes lógicas para la clasificación de conceptos.	Es proporcionada Subconceptos disjuntos Un solo criterio Es continua
UA8	<i>Tipo de ordenamientos de conceptos</i>	Examinar el tipo de ordenamientos entre conceptos que se promueven.	Clasificación incluyente Sistematización incluyente no clasificación
		Analizar el sentido lógico que posea.	Clasificación excluyente Sistematización excluyente no clasificación
		Identificar el grado de participación del alumno en el trabajo con el ordenamiento sugerido.	Deductivo-analítico Inductivo-sintético
			Pasiva Activa

Tabla 1. Sistema de Unidades y Categorías de análisis

### 3.1 Acerca de los libros de texto a analizar

En esta investigación la atención se centró en los libros de texto de primaria vigentes (2014 a la fecha), publicados en el catálogo histórico del CONALITEG. En este apartado se muestra la ubicación del contenido de interés en los planes de estudio, identificando el grado y lecciones que son objeto de análisis. Para identificar el grado del libro de texto y las lecciones a analizar se tomó en cuenta que la clasificación fuera parte de la intención didáctica, contenido explícito (en libro de texto o en el programa) o contenido implícito (un medio para llegar a otro contenido o aprendizaje esperado).

#### 3.1.1 Identificación del libro y sus lecciones.

Se identificó que en cuarto grado de la educación primaria se ubica el contenido a analizar. Para este grado los libros de matemáticas oficiales (Figura 3) fueron diseñados bajo el programa de estudios de 2011. Pese a la reforma al plan de estudio (SEP, 2017) se han realizado reimpressiones del libro de texto oficial (Figura 4).



Figura 3. Desafíos Matemáticos 4° grado, libro para el alumno (SEP, 2011).

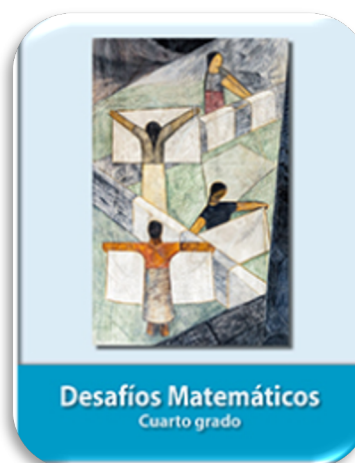


Figura 4. Desafíos Matemáticos 4° grado, libro para el alumno (SEP, 2019).

El eje temático de interés es el de “Forma, espacio y medida”; en especial el contenido a analizar se ubica en el tema “figuras y cuerpos geométricos”.

Para la elección del bloque de lecciones (BL) a analizar en esta investigación, primero se realizó una revisión en el programa de estudios con la finalidad de identificar en los bloques temáticos los aprendizajes esperados generales o contenidos explícitos que tengan que ver con la clasificación de cuadriláteros. Los resultados de esta primera parte son mostrados por grado y por bloque a través de la tabla de contenidos del bloque temático. La Figura 5 evidencia un fragmento de esta tabla resaltando el contenido de interés en esta investigación.

Bloque III

COMPETENCIAS QUE SE FAVORECEN: Resolver problemas de manera autónoma • Comunicar información matemática • Manejar técnicas eficientemente		
APRENDIZAJES ESPERADOS	EJES	
	SENTIDO NUMÉRICO Y PENSAMIENTO ALGEBRAICO	FORMA, ESPACIO Y MEDIDA
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Compara y ordena números naturales de cuatro cifras a partir de sus nombres o de su escritura con cifras.</li> </ul>	<p><b>NÚMEROS Y SISTEMAS DE NUMERACIÓN</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Relación entre el nombre de los números (cientos, miles, etc.) y su escritura con cifras. Orden</li> </ul>	<p><b>FIGURAS Y CUERPOS</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Clasificación de cuadriláteros con base en sus características (lados, ángulos, diagonales, ejes de simetría, etcétera).</li> </ul>

Figura 5. Bloque temático III de 4° grado del programa de estudios, p. 354. (SEP, 2011)

Una vez que se identifica el bloque temático donde está presente la clasificación de cuadriláteros, se localizan en los libros para el alumno y para el maestro las lecciones correspondientes. En consecuencia, las lecciones localizadas contienen una intención didáctica (que se explicita en el libro para el maestro) relativa a la actividad “clasificar”. Ésta, a su vez, se enlaza al contenido o aprendizaje esperado general que se declara en el programa de estudios. En este bloque no expresa como aprendizajes esperados alguno propio a la clasificación de cuadriláteros. Sin embargo, sí se expresa como contenido la clasificación de cuadriláteros mediante ciertas características como ángulos, lados, diagonales, etc. Las lecciones correspondientes a este bloque se muestran en la tabla 2.

Lección	Nombre de la lección	Intención didáctica
61	Cuadriláteros	Se espera que los alumnos formen cuadriláteros y describan algunas de sus características.
62	¿En qué se parecen?	Se espera que los alumnos identifiquen la característica común de colecciones de cuadriláteros, así como cuadriláteros que tienen alguna característica en particular.

Tabla 2. Lecciones identificadas.

#### 4. RESULTADOS

A continuación, se muestran algunos de los resultados de aplicar las unidades de análisis a los libros.

##### 4.1. Orientación y claridad.

La lección 61 se encuentra en la categoría de *adecuada* debido a que las indicaciones evitan cualquier posible ambigüedad, por lo que permiten que se lleve a cabo satisfactoriamente la tarea planteada. Aunque, en el libro para el alumno (Figura 6) no se muestra alguna indicación en la que se le pida al alumno analizar la tarea que se realizó con miras al logro de la intención didáctica, en el libro del maestro (Figura 7) sí se establecen tales indicaciones.

En cada conjunto de puntos tracen una figura de 4 lados, de tal manera que sus vértices sean cuatro de los puntos. Dos figuras con igual forma y medida se consideran como una sola, y en total hay 16 figuras, ¡encuentren todas!

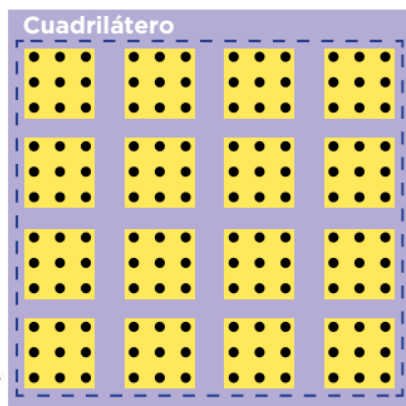


Figura 6. Lección 61 (SEP, 2016a. p. 112)

##### Consideraciones previas

Previamente prepare un pliego de papel semejante al del cuadrado de los alumnos, de tamaño adecuado para que todo el grupo trabaje. Es importante aclarar que cuando los alumnos hayan registrado las figuras, este pliego se ocupará en la siguiente consigna.

Cuando los alumnos hayan terminado de trabajar en su hoja, pasarán al frente del grupo para registrar en el pliego de papel los cuadriláteros que encontraron. Ya que estén completos, pida a algunos alumnos que mencionen lo que saben de cada figura, incluyendo el nombre, por ejemplo:

Es un cuadrado.  
Tiene dos pares de lados paralelos.  
Es simétrico.  
Sus ángulos son iguales.

Sus cuatro lados son iguales.  
Tiene lados perpendiculares.  
Tiene cuatro ejes de simetría.  
Sus ángulos miden 90°

Figura 7. Lección 61 (SEP, 2016b, p. 191)

La lección 62 es *adecuada* en claridad y orientación debido a que las indicaciones que se muestran (Figura 8) permiten llevar a cabo la tarea de manera satisfactoria. Para facilitar la comunicación, el libro para el maestro sugiere que el profesor enumere los cuadriláteros del pliego del desafío anterior.

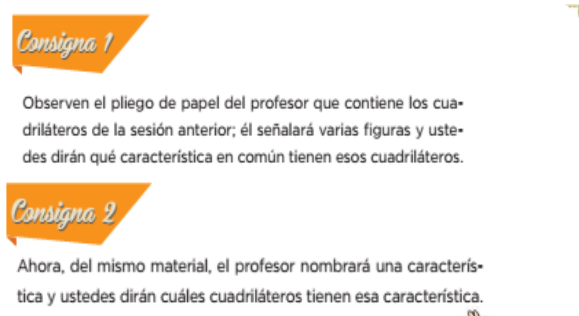


Figura 8. Lección 61 (SEP, 2016a, p. 113)

En este BL se encontró que las dos lecciones en coordinación con el libro para el maestro muestran indicaciones y orientaciones claras para poder llevar a cabo las tareas presentadas.

## UA2. Procedimientos lógicos asociados a conceptos.

En este BL se promueven 2 de los 5 procedimientos lógicos periféricos a la clasificación asociados a los conceptos: *ejemplificar* y *reconocer propiedades*.

En la lección 61 la tarea inicial (Figura 5) consiste en que los alumnos den representantes del concepto cuadrilátero. Para ello se tiene que atender a los rasgos esenciales del concepto (figura plana de cuatro lados) para buscar todos los casos. Ello corresponde al procedimiento lógico *ejemplificar*.

Además, se tienen que indicar características esenciales que conocen de cada uno de los cuadriláteros que han encontrado, dejando así expuesto ante el profesor qué tanto saben de la intención de los diferentes subconceptos de cuadrilátero y los términos asociados a ellos. Esto da pie a que el profesor si lo considera conveniente (Figura 7) pueda indicarles algunas características

esenciales que no identifiquen y/o los términos asociados, lo cual corresponde al procedimiento *reconocer propiedades*.

En la lección 62 se observó sólo el *reconocer propiedades*. Esto se encuentra presente en la consigna 1 (Figura 9) que busca que el alumno participe activamente reconociendo las características comunes. Las colecciones de cuadriláteros no sólo las proporciona el maestro (propuestas en el libro para el maestro o propias), sino que el libro para el maestro sugiere incentivar a los alumnos a proponer sus colecciones (Figura 10).

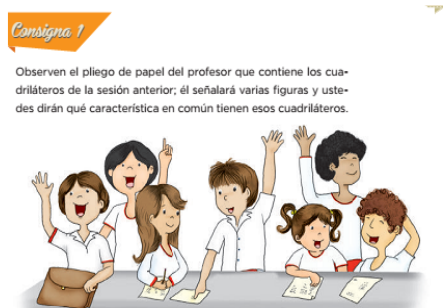
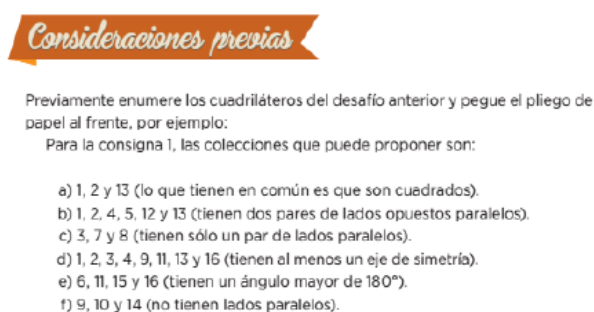


Figura 9. Lección 62. (SEP, 2016a, p. 113)



El maestro puede proponer otras colecciones de cuadriláteros con alguna característica común, incluso sugerir a los alumnos que mencionen otras colecciones.

Figura 10. Lección 62 (SEP, 2016b, p. 193)

Resulta importante señalar que en este BL no se encuentran presentes todos los procedimientos en las lecciones y el más enfatizado es el *de reconocer propiedades*.

### UA 3. Momento en que emerge la “clasificación”.

En este BL se aborda una *clasificación descriptiva (a posteriori)* de manera implícita, ya que la primera lección (61) consiste en que el alumno forme cuadriláteros y posteriormente enuncie (con ayuda del profesor si lo considera conveniente) tanto las características particulares, así como el término asociado a las figuras encontradas. En la segunda lección (62) se trabaja con los cuadriláteros de la lección anterior, pero en esta tarea el alumno tendrá que analizar qué característica tienen en común algunos subconjuntos, así como la clasificación de cuadriláteros

basada una característica esencial a la vez. En particular, la ‘clasificación’ se presenta en la etapa inicial de la clase, cuando se aborda la lección 62.

En este BL se trabajan con conceptos que se han abordado primero (cuadrado, rombo, etc.) y la clasificación como actividad surge después (Figura 8).

#### UA 4. Material visual ilustrativo “referente a la clasificación”.

En la lección 61 no se encontró material visual ilustrativo referente a la clasificación de cuadriláteros; sin embargo, se analizaron dos ilustraciones, una en el libro para el alumno y otra en el del maestro, que dan pie a la actividad referente a la clasificación.

La primera (Figura 6) es del tipo *esencial*, dado que, mediante los conjuntos de puntos expuestos, el alumno encontrará y registrará distintos cuadriláteros. Además, una vez encontrados puede analizar las características particulares de los mismos. Ahora bien, en el libro para el maestro, se muestran imágenes de la solución del reto. Dada la consigna de encontrar todas las figuras, estas imágenes se consideran del tipo *esencial*.

La segunda (Figura 11) es del tipo *relacionada pero no esencial*. Se trata de una especie de pelota animada que sostiene las escuadras y un lápiz. Esto con el fin, por un lado, de ejemplificar el material a utilizar por el alumno, y, por otro lado, como lo muestra su lenguaje corporal, con esta imagen se pretende motivar al alumno a una actitud positiva hacia el reto planteado en la tarea.



Figura 11. Lección 61. Desafíos matemáticos. SEP, 2016a. p. 112)

Ahora bien, en el libro para el maestro se muestra una imagen (Figura 12) de la solución del reto. Dada la consigna de encontrar todas las figuras, estas imágenes se consideran del tipo *esencial*. En esta imagen, hay cuadriláteros cuya posición es estereotipada, sin embargo, sólo se



trata de las soluciones para el profesor y el alumno puede trazar los cuadriláteros de la manera que desee.

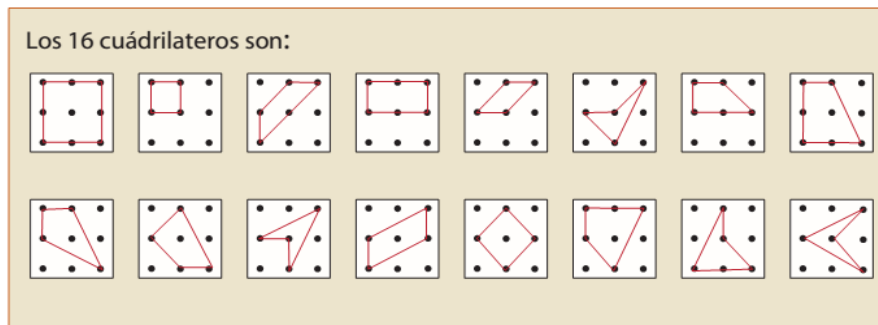


Figura 12. Lección 62. SEP, 2016b, p. 191)

En la misma dirección en la lección 62 se encontraron dos imágenes (Figura 13 y 14) que son del tipo relacionada, pero no esencial y se encuentran en el libro del alumno. Tienen como función motivar al alumno a participar activamente en el análisis individual y grupal de los desafíos planteados. Sin embargo, no están relacionadas propiamente con el contenido a abordar.



Figura 13. Lección 62 (SEP, 2016a, p. 113)



Figura 14. Lección 62. (SEP, 2016a, p. 113)

En general, dos son del tipo relacionada pero no esencial y dos del tipo esencial, y ninguna de las ilustraciones es específica a la actividad clasificar. Se encontraron imágenes estereotipadas, sin embargo, puede que el alumno trace esas figuras de una manera no estereotipada.

### U5. Dicotomía en la división de conceptos.

En esta unidad de análisis se centra la atención en la lección 62 debido a que es en ésta en la que se desarrolla la actividad “clasificar”.

En dicha lección 62 el alumno tiene que identificar cuadriláteros tomando en cuenta alguna característica esencial. En el libro del maestro se mencionan posibles características que podrían tomar como criterio los alumnos para realizar lo antes mencionado (Figura 15).

Para la consigna 2, el maestro puede mencionar características como:

- a) Tienen exactamente un eje de simetría (3, 9, 11 y 16).
- b) Tienen exactamente dos ejes de simetría (4).
- c) Tienen cuatro ejes de simetría (1, 2 y 13).
- d) Tienen sólo un par de lados paralelos (3, 7 y 8).

*Figura 15.* Lección 62. Desafíos matemáticos (SEP, 2016b, p. 193)

Las divisiones de las extensiones de los cuadriláteros obtenidas son del tipo dicotómicas, pues en cada caso se obtiene por un lado el conjunto de cuadriláteros que satisfacen la característica propuesta, y, por otro lado, el conjunto de aquellos que no lo son. Pero no se advierte al profesor de manera explícita.

### UA6. División consecutiva.

Las divisiones de concepto que se realizan en este BL solo llegan a un primer nivel de división. Éstas se realizan tomando en cuenta alguna característica y agrupando así los cuadriláteros que cumplan con ella, de manera implícita quedan de lado aquellos que no cuentan con dicha característica (Figura 16). En este proceso, tampoco se les da atención a las características de los subconceptos emergentes.

**Razón de división:**

- $a_1$ : son cuadrados.
- $a_2$ : tiene dos pares de lados opuestos paralelos.
- $a_3$ : tiene solo un par de lados paralelos.
- $a_4$ : tiene al menos un eje de simetría.
- $a_5$ : tiene un ángulo mayor de  $180^\circ$ .
- $a_6$ : no tiene lados paralelos.

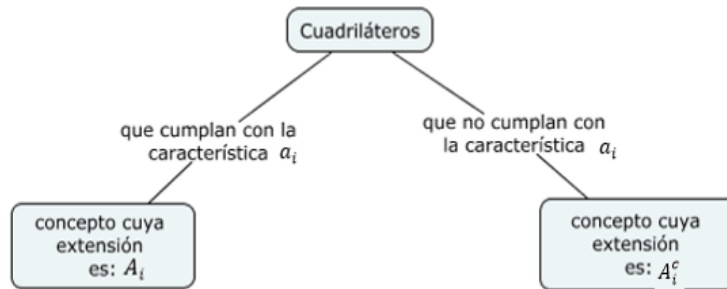


Figura 16. Esquema del razonamiento empleado en el BL2 del ordenamiento de los cuadriláteros como división consecutiva.

**UA 7. Leyes lógicas en la clasificación de conceptos.**

En cada inciso de la consigna 2 de la segunda lección del BL (Figura 5), las clasificaciones de los cuadriláteros que surgen cumplen las leyes lógicas para la clasificación de conceptos debido a su carácter dicotómico.

**UA 8. Tipo de ordenamientos de conceptos.**

Se observa que la lección 62 es la que promueve la actividad “clasificar” mediante una dinámica que consiste en dos consignas, en la primera el alumno tiene que analizar las características que tienen en común ciertos cuadriláteros. En la segunda consigna el maestro menciona una característica y los alumnos ubican aquellos cuadriláteros que posean dicha característica.

El que se centre la actividad de clasificación en las características esenciales de subconjuntos de cuadriláteros y satisfaga las leyes lógicas para la clasificación de conceptos propicia una “*clasificación incluyente*”. Aunque no se trabajan las definiciones de manera explícita las definiciones que se promueven serán del tipo incluyente.

Otra observación es que esta clasificación es del tipo Inductivo-sintético debido a que se agrupan ciertos cuadriláteros que poseen alguna característica en común, es decir que estos se organizan en clases (la que se conforma de los que la poseen y la que se conforma de los que no).

La participación del alumno es *activa* en el procedimiento lógico de clasificar conceptos. Aunque las clasificaciones en este BL no se muestran de manera explícita en diagramas, en esta el alumno tiene que analizar para identificar la característica esencial a examinar de los cuadriláteros y formar así el subconjunto de los cuadriláteros que la satisfaga. De este modo, el alumno está llevando a cabo la actividad “clasificar”. Por otro lado, en el libro para el maestro se sugiere que los alumnos participen en proponer criterios de clasificación, proponiendo una característica a examinar.

## 5. CONCLUSIONES

En general, el diseño de los libros de texto gratuitos de primaria actuales y su coordinación necesaria con el libro para el maestro deposita en el profesor la responsabilidad de la gestión de un ambiente de aprendizaje que permita guiar al alumno a lograr lo esperado. Sin embargo, esta coordinación de los libros resulta deficiente en lo que respecta a la clasificación de cuadriláteros por sí misma. Resultados de análisis de otras clasificaciones de conceptos (triángulos, cuerpos geométricos, prismas/pirámides y cuadriláteros) en el eje temático Forma, Espacio y Medida, en el tercer periodo de educación básica, se reportan en la investigación de Blanco (2018).

Aunque el bloque de lecciones que se estudió se eligió porque oficialmente se tiene como objetivo tratar una clasificación de conceptos, no es fácilmente perceptible este proceso por el estudiante. Esto es debido a que se da de forma implícita el análisis de toda la extensión del concepto y solo se pone énfasis en una parte de la división (aquellos que cumplen con la característica requerida), se deja el concepto complementario de lado. Más aún las características que conforman los conceptos emergentes se encuentran ausentes y sin análisis de su extensión aunado a la ausencia de reflexiones propuestas al alumno o al profesor de porqué se dejan de lado. Si bien es cierto que el hecho de que las características de los conceptos emergentes estén ausentes se debe a que no es conveniente ni necesario desde el punto de vista didáctico para el alumno, el libro para el maestro carece de orientaciones y no expresa algún señalamiento para analizar, justificar o cuestionar el complemento faltante. De modo que, en un sentido lógico, se da un

fenómeno de “Clasificaciones incompletas” casi reducidas a la operación lógica asociada a conceptos: *Reconocer propiedades*.

Es de interés que en este bloque temático se promueva ir más allá de los “ordenamientos estereotipados”, en el sentido propuesto por Graumann (2005), al incluir criterios no típicos para realizar la clasificación de conceptos e incluso en uno de los casos, involucrar a los alumnos en la elección de criterios para ello. Tareas como estas promueven el desarrollo de habilidades del pensamiento en los estudiantes, y por ello deberían estar presentes con mayor frecuencia.

Además, los resultados obtenidos permiten visualizar aspectos relevantes a trabajar como área de oportunidad. Por ejemplo, se destaca la necesidad de darle atención al proceso de institucionalización de ordenamientos de cuadriláteros mediante una propuesta de tareas donde el alumno tenga un papel activo.

Este tema de investigación deja varias líneas abiertas para trabajar a futuro, entre las cuales se observan:

- ❖ Analizar el modelo de Fujita (2008) para trabajar en alguna propuesta para el tratamiento de la clasificación de cuadriláteros en educación básica.
- ❖ Extender este análisis longitudinalmente (a lo largo de la educación básica) y horizontalmente tomando en cuenta clasificaciones en torno a otros conceptos geométricos.
- ❖ Contrastar el modelo de Fujita (2011) sobre la comprensión de las relaciones de inclusión de cuadriláteros con el implícito en los libros de texto.
- ❖ Analizar cómo ha ido evolucionando históricamente la actividad clasificar en los libros de texto gratuitos en México en los distintos niveles educativos.

## 6. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Blanco, A. (2018). *La actividad 'Clasificar' Conceptos en los Libros de Texto gratuitos del tercer periodo escolar de la EB. Eje temático: forma, espacio y medida*. Tesis de licenciatura no publicada. Universidad Autónoma de Guerrero: México.
- Campistrous, L. (1993) *Lógica y procedimientos lógicos del aprendizaje*. MINED. Instituto Central de Ciencias Pedagógicas. Ciudad de la Habana: República de Cuba.
- Celis, Z., (2011). Los libros de texto gratuitos en México. Vigencia y perspectivas. En Casanova, H. (Coord.), *Memoria electrónica del XI Congreso Nacional de Investigación Educativa*. México, COMIE.
- Comisión Nacional de Libros de Texto Gratuitos. México, DF: CONALITEG. <https://www.conaliteg.sep.gob.mx/>
- De Villiers, M. (1994). The role and function of a hierarchical classification of quadrilaterals. *Fort the Learning of Mathematics*, 14 (1), 11-18.
- Figueras, O. (1988). *Dificultades de aprendizaje en dos modelos de enseñanza de los racionales*. Tesis de Doctorado. CINVESTAV, México DF.
- Fitri, V., Julie, H., & Sulistyani. (2016). Primary teachers' understanding of the inclusion relations of quadrilaterals. In *International Conference on Education & Training*, Universitas Negeri Malang. Recuperado de: <http://repository.usd.ac.id/id/eprint/8704>
- Fujita, T. (2008). Learners' Understanding of the Hierarchical Classification of Quadrilaterals. In M. Joubert (Ed.): Proceedings of the *British Society for Research into Learning Mathematics* 28(2), 31-36.
- Fujita, T. (2011). Learners' level of understanding of the inclusion relations of quadrilaterals and prototype phenomenon. *The Journal of Mathematical Behavior*, 31(1), 60-72. <https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2011.08.003>
- Fujita, T., y Jones, K. (2007). Learners' understanding of the definitions and hierarchical classification of quadrilaterals: towards a theoretical framing. *Research in Mathematics Education*, 9(2), 3-20.
- Graumann, G. (2005). Investigating and ordering quadrilaterals and their analogies in space—problem fields with various aspects. *ZDM, The International Journal on Mathematics Education*, 37(3), 190–198.
- Jaime, A., Chapa, F. y Gutiérrez, A., (1992). Definiciones de triángulos y cuadriláteros: errores e inconsistencias en libros de texto de E.G.B. *Epsilon*, (23), 49-62.
- Jungk, W. (1979) *Conferencias sobre la metodología de la enseñanza de la matemática*. Tomo 1. Editorial de libros para la Educación. Cuba.
- Navarro, C. (2015). *Libros mexicanos de texto gratuito de matemáticas, reforma 2011: el caso de los números naturales y números fraccionarios*. Tesis de doctorado. Universidad Autónoma de Guerrero. México.

- Olkun, S., & Toluk, Z. (2004). Teacher Questioning with an Appropriate Manipulative May Make a Big Difference. *IUMPST: The Journal*, 2, 1-11.
- Partido, M. (2007). Los libros de texto en la escuela primaria y sus implicaciones en la lectura. *Revista de integración educativa*, 5. Universidad Veracruzana.
- Poincaré, H. (1952). *Science and method*. New York: Dover Publications.
- SEP (2011) *Programas de estudio 2011. Guía para el Maestro. Educación Básica. Primaria. Cuarto grado*. Dirección General de Desarrollo Curricular (DGDC) y de la Dirección General de Formación Continua de Maestros en Servicio (DGFCMS), Subsecretaría de Educación Básica de la Secretaría de Educación Pública.
- SEP (2016a). *Desafíos matemáticos. Libro para el alumno. Cuarto Grado*. Versión electrónica. México: CONALITEG. Recuperado de: <https://historico.conaliteg.gob.mx/H2014P4DMA.htm>
- SEP (2016b). *Desafíos matemáticos. Libro para el maestro. Cuarto grado*. Versión electrónica. México: CONALITEG. Recuperado de: <https://historico.conaliteg.gob.mx/H2014P4DMM.htm>
- SEP (2017). *Aprendizajes clave para la educación integral. Matemáticas. Educación secundaria. Plan y programas de estudio, orientaciones didácticas y sugerencias de evaluación*. México: Secretaría de Educación Pública.
- SEP (2019). *Desafíos matemáticos. Libro para el alumno. Cuarto Grado*. Versión electrónica. México: CONALITEG. Recuperado de: <https://historico.conaliteg.gob.mx/H2019P4DMA.htm>
- Usiskin, Z., & Griffin, J. (2008). The classification of quadrilaterals: A study in definition. *Information Age Publishing, Inc.*USA.