



**SIGNIFICADOS DE PROBABILIDAD EN LAS DEFINICIONES DE CONCEPTOS DE LIBROS
DE TEXTO DE EDUCACIÓN MEDIA SUPERIOR EN MÉXICO**

**MEANINGS OF PROBABILITY IN THE DEFINITIONS OF CONCEPTS IN TEXTBOOKS FOR UPPER
SECONDARY EDUCATION IN MEXICO**

Felipe Castro Fernández

Benemérita Universidad Autónoma de Puebla. México
felipe.castro@correo.buap.mx

Alejandro Fortoul-Díaz

Benemérita Universidad Autónoma de Puebla. México
alejandro.fortoul@alumno.buap.mx

Nohemí González-Alfaro

Benemérita Universidad Autónoma de Puebla. México
nohemi.gonzalez@alumno.buap.mx

Lidia Aurora Hernández-Rebollar

Benemérita Universidad Autónoma de Puebla. México
lidia.hernandez@correo.buap.mx

Resumen

En este artículo se reportan los diferentes significados del concepto de probabilidad presentes en cuatro libros de texto de educación media superior en México correspondientes a los subsistemas de Telebachillerato Comunitario (TBC) y Bachillerato Tecnológico. Este estudio tiene un enfoque cualitativo y un nivel descriptivo-analítico; la selección de los libros fue intencional. Teniendo como marco de referencia conceptual los diversos significados históricos de la probabilidad (intuitivo, clásico, frecuencial, subjetivo y axiomático), se realizó un análisis de contenido cualitativo de las definiciones de diferentes conceptos relacionados con la probabilidad. Entre los principales resultados se encontró una mayor importancia dada a los significados clásico y frecuencial en tres de los textos analizados, seguidos del subjetivo y axiomático; mientras que el significado intuitivo sólo apareció en uno de los libros revisados y con menor atención que el resto de los significados.

Palabras clave: Educación media superior, Libros de texto, Probabilidad.



Abstract

This paper reports the different meanings of the concept of probability in four upper secondary education textbooks in Mexico corresponding to the subsystems of Community Telebachillerato (TBC) and Technological High school. This study has a qualitative approach and a descriptive-analytical level; the selection of books was intentional. Dealing with the historical meanings of probability as a conceptual framework (intuitive, classical, frequency, subjective and axiomatic), a qualitative content analysis of the definitions of different concepts related to probability was carried out. Among the main results, greater importance is given to the classical and frequency meanings in three of the textbooks analyzed, followed by the subjective and axiomatic ones; while the intuitive meaning only appeared in one of the books reviewed and received less attention than the rest of the meanings.

Keywords: Upper secondary education, Textbooks, Probability.

1. INTRODUCCIÓN

La incertidumbre y aleatoriedad están presentes en muchas partes y situaciones de la vida cotidiana relacionadas con el ámbito económico, el político, el deportivo, el biológico y el físico-natural (Batanero y Godino, 2002). De ahí la necesidad de haber incluido el tema de la probabilidad en los currículos escolares de diversos países, desde el nivel básico hasta el superior, pues se considera que para ser un ciudadano alfabetizado en la probabilidad, un estudiante debe hacer uso de ésta en la toma de decisiones (Batanero, 2014; Cotrado, Burgos y Beltran-Pellicer, 2022; López y Gómez, 2022).

En el caso de México, la Probabilidad y Estadística se imparten como asignatura en el quinto o sexto semestre del Nivel de Educación Media Superior, según el subsistema educativo del que se trate. Esto ha implicado la necesidad de contar con libros de texto que sean didácticamente idóneos para la enseñanza y el aprendizaje de esta rama de las matemáticas (Gómez, Contreras y Batanero, 2015). Sin embargo, según Batanero (2014) “los libros de texto no brindan suficiente apoyo a los maestros: presentan una visión demasiado limitada de los conceptos; las aplicaciones están restringidas a juegos de azar; incluso las definiciones son ocasionalmente incorrectas o incompletas” (p. 495). En este sentido, Ortiz (2002) sugiere “vigilar epistémicamente” el contenido de los libros de texto, para identificar los sesgos que pueda haber en los significados de la probabilidad y así evitar su transmisión a los estudiantes (citado en Gómez et al, 2015).

A nivel internacional, un ejemplo de lo mencionado anteriormente es el análisis de libros de texto españoles de educación primaria realizado por Gómez et al. (2015), en el que observaron

un desarrollo parcial de los significados de la probabilidad, señalando que el intuitivo recibe mayor nivel de atención, a diferencia del frecuencial que no recibe suficiente importancia, así como el subjetivo. Resultados similares encontraron Vásquez y Alsina (2015) al analizar libros de texto chilenos de educación primaria, en los que se aborda la probabilidad desde un enfoque intuitivo principalmente y luego se introducen gradualmente los significados frecuencial, clásico y subjetivo.

A nivel nacional se encontraron los estudios de López-Mojica et al. (2018), Leyva et al. (2021) y Paredes-Cancino y Montiel-Espinosa (2022). López-Mojica et al. (2018) analizaron las ideas fundamentales de estocásticos en libros de texto de educación primaria del sistema educativo mexicano. Entre los principales resultados encontraron una desvinculación entre los planes y programas de estudios de nivel primaria y los libros de texto gratuitos sobre temas de probabilidad, pues notaron una ausencia de temas sobre probabilidad y la reducción al cálculo numérico de la estadística.

Leyva et al. (2021) analizaron y contrastaron los significados de la probabilidad presentes en el plan de estudio para la Educación Media Superior y un libro de texto del bachillerato tecnológico mexicano. Los hallazgos mostraron una falta de correspondencia en el tratamiento de los significados de la probabilidad en el libro de texto con respecto al programa curricular, pues el significado intuitivo se presenta de manera limitada (mediante ejemplos) y el subjetivo no se aborda de manera explícita; en cuanto a los significados clásico y frecuencial, se les estudia de forma resumida.

Paredes-Cancino y Montiel-Espinosa (2022) analizaron las características de las tareas sobre el Teorema de Bayes, relacionado con el significado subjetivo de la probabilidad, en libros de texto del nivel bachillerato mexicano. Los resultados evidenciaron una inclinación a la cuantificación y lo procedimental (realización de operaciones aritméticas) en detrimento de lo contextual y subjetivo.

De la problemática anterior y siguiendo la recomendación de identificar las fortalezas y debilidades de los libros escolares, este trabajo tiene el objetivo de *conocer los diferentes*

significados de la probabilidad presentes en cuatro libros de texto de educación media superior, correspondientes a los subsistemas de Telebachillerato Comunitario (TBC) y Bachillerato Tecnológico de México. Esto ampliará la investigación sobre el tratamiento de la probabilidad en los libros de texto que se han convertido en un recurso didáctico indispensable para el proceso de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas (Díaz-Levicoy y Roa, 2014).

2. MARCO CONCEPTUAL

Este trabajo tiene como marco de referencia conceptual los diferentes significados de la probabilidad que han surgido a través de la historia y que han sido estudiados en trabajos como los de Batanero (2005, 2014), Batanero y Godino (2002) y Gómez et al. (2015), entre otros. De acuerdo con estos autores, tales significados están asociados con las diversas concepciones y definiciones que se han tenido sobre el azar en diferentes momentos históricos desde que se empezó a teorizar este campo de la matemática. A continuación, se sintetiza cada uno de estos significados.

Significado intuitivo

Se manifiesta a través de diversas frases o expresiones lingüísticas coloquiales, tales como “posible”, “previsible”, “presumible”, “casual”, “eventual”, “por suerte”, “inesperado”, “más probable”, “muy probable”, etc., utilizadas por niños y personas que no han estudiado probabilidad, pero desean “cuantificar” sucesos inciertos o azarosos (Batanero, 2005; Batanero y Godino, 2002).

Significado clásico

Se basa en la propuesta de Laplace, quien limita los acontecimientos aleatorios a un cierto número de casos igualmente posibles. No obstante, no se puede aplicar a experimentos con infinitas posibilidades, cuando la variable es continua, o cuando no se cumple la equiprobabilidad; además, requiere del razonamiento combinatorio que se dificulta a los niños (Gómez et al., 2015).

Significado frecuencial

Se refiere al “valor hipotético hacia el cual tiende la frecuencia relativa de un suceso al estabilizarse, asumiendo la repetibilidad del ensayo” (Gómez et al., 2015, p. 75); sólo se dan aproximaciones,

pues no se obtiene un valor exacto de la probabilidad y no se puede aplicar a fenómenos económicos o históricos irrepetibles

Significado subjetivo

Se refiere a los “grados de creencia personal basados en el conocimiento y experiencia de la persona, quien los asigna sobre el suceso dado”. Esto implica que “la probabilidad de un suceso siempre está condicionada por un cierto sistema de conocimientos y puede ser, por tanto, diferente para distintas personas” (Batanero, 2005, p. 255).

Significado matemático o axiomático

Se refiere a “un modelo matemático que podemos usar para describir e interpretar la realidad de los fenómenos aleatorios”, útil en muchos campos de la actividad humana (Batanero, 2005).

A continuación, en la Tabla 1, presentamos los “elementos que caracterizan los diferentes significados de la probabilidad” según Batanero (2005, p. 256) y que fueron utilizados, en este escrito, como categorías deductivas de análisis.

Tabla 1. Categorías deductivas sobre los diferentes significados de la probabilidad

SIGNIFICADO DE LA PROBABILIDAD	CAMPOS DE PROBLEMAS	ALGORITMOS Y PROCEDIMIENTOS	ELEMENTOS LINGÜÍSTICOS	DEFINICIONES Y PROPIEDADES	ALGUNOS CONCEPTOS RELACIONADOS
Intuitivo	Sorteos Adivinación	Manipulación de generadores de azar: dados, cartas...	Lenguaje ordinario	Opinión impredecible, creencia	Suerte Destino
Clásica	Cálculo de esperanzas o riesgos en juegos de azar	Combinatoria Proporciones Análisis a priori de la estructura del experimento	Triángulo aritmético Listados de sucesos Fórmulas combinatorias	Cociente de casos favorables y posibles Equiprobabilidad de sucesos simples	Esperanza Equitatividad Independencia
Frecuencial	Estimación de parámetros en poblaciones	Registros de datos estadísticos a posteriori Ajuste de curvas matemáticas Análisis matemático Simulación	Tablas y gráficos estadísticos Curvas de densidad Tablas de números aleatorios Tablas de distribuciones	Límite de las frecuencias relativas Carácter objetivo basado en la evidencia empírica	Frecuencia relativa Universo Variable aleatoria Distribución de probabilidad

Subjetiva	Mejora del conocimiento sobre sucesos inciertos, incluso no repetibles	Teorema de Bayes Asignación subjetiva de probabilidades	Expresión de la probabilidad condicional	Carácter subjetivo Revisable con la experiencia	Probabilidad condicional Distribuciones a priori y a posteriori
Axiomática	Cuantificar la incertidumbre de resultados en experimentos aleatorio-abstractos	Teoría de conjuntos Álgebra de conjuntos Teoría de la medida	Símbolos conjuntistas	Función medible	Espacio muestral Espacio de probabilidad Conjuntos de Borel

3. MÉTODO

El método de investigación adoptado para alcanzar el objetivo de investigación fue de tipo documental, con un enfoque cualitativo y a un nivel descriptivo-analítico. La técnica utilizada fue la del análisis de contenido y los instrumentos de recolección de información fueron una matriz bibliográfica (tal como se muestra en la Tabla 2) y varias tablas comparativas.

La muestra analizada fue no probabilística de tipo intencional y estuvo compuesta por 4 libros de texto (LT1, LT2, LT3 y LT4) correspondientes al quinto y sexto semestre del Nivel Medio Superior, utilizados específicamente en los subsistemas de Telebachillerato Comunitario (TBC) y Bachillerato Tecnológico, durante el Ciclo Escolar 2021-2022.

Tabla 2. Matriz bibliográfica

Código	Autor(es)	Año	Título	Editorial
LT1	Estrada Rivera, M. R. y Hernández X. I.	2015	Probabilidad y estadística I	Consejo Nacional de Libros de Texto Gratuitos (CONALITEG)
LT2	Martínez López, C. y Rivera Sánchez, P.	2016	Probabilidad y estadística II	Consejo Nacional de Libros de Texto Gratuitos (CONALITEG)
LT3	López, José G.	2014	Probabilidad y estadística	Anglo Digital
LT4	Márquez Elías, M.	2016	Probabilidad y estadística	FCE, SEP, DGETI

El procedimiento metodológico para realizar el análisis consistió en los siguientes pasos:

- Selección de bloques, unidades y lecciones donde se aborda de manera explícita o implícita la probabilidad, en la muestra de libros de texto previamente elegidos.

- Determinación de la forma de codificación que fue tanto deductiva como inductiva (Miles et al., 2014), pues el análisis de contenido cualitativo estuvo basado en los significados de la probabilidad previamente definidos y los conceptos matemáticos que emergieron durante el estudio.
- Codificación de las unidades de análisis (párrafos y actividades de los libros de texto) para determinar la presencia o no de las categorías deductivas establecidas a partir de los significados de la probabilidad (ver Tabla 1), a través de la comparación con los conceptos matemáticos definidos en los libros estudiados.

4. RESULTADOS Y ANÁLISIS

4.1. Selección de bloques, unidades y lecciones

A continuación se muestra la primera aproximación que se tuvo a los libros de texto elegidos para el análisis, mediante la selección de bloques, unidades y lecciones en donde se aborda de manera explícita o implícita la probabilidad, tal como se puede observar en la Tabla 3.

Tabla 3. Bloques, unidades y lecciones vinculadas al estudio de la probabilidad

Código	Subsistema	Semestre	Bloque/Unidad	Lecciones	Páginas
LT1	Telebachillerato Comunitario	5° semestre	Bloque IV. Analizas la teoría de conjuntos y sus aplicaciones	L4.1. Teoría de probabilidad	120-125
LT2		6° semestre	Bloque I. Aplicas las técnicas de conteo	L1.1. Para iniciar, reflexiona	29-31
				L1.2. Árbol de probabilidad	
			Bloque II. Aplicas la probabilidad conjunta	L1.3. Conteo aditivo y multiplicativo	32-45
				L2.1. Regla de los eventos mutuamente excluyentes, no excluyentes e independientes	46-52
L2.2. Reglas de probabilidad	53-63				
LT3	Bachillerato	6° semestre	Bloque III. Analizas las distribuciones de probabilidad de variables aleatorias discretas y continuas	L3.1. Distribución de probabilidades	68-75
				L6.1. Elementos básicos	143-149

LT4		6° semestre	Unidad 6. Teoría de conjuntos	L6.2. Operación con conjuntos	149-152
				L6.3. Algebra de conjuntos	152-153
				L6.4. Diagramas de Venn	154-158
			Unidad 7. Medidas de conteo	L7.1. Elementos básicos	178-181
				L7.2. Diagramas de árbol	182-183
				L7.3. Principio de suma y multiplicación	184-185
				L7.4. Permutación y combinación	186-190
			Unidad 8 Medidas de correlación	L8.1. Antecedentes	204-205
				L8.2. Consideraciones para el estudio de la probabilidad	205-206
		L8.3. Tipos de eventos		207-210	
		L8.4. Probabilidad condicional		210-220	
		6° semestre	Bloque 2.1 Teoría de conjuntos	L2.1.1 Antecedentes históricos	254-255
				L2.1.2 Teoría de conjuntos	255-265
				L2.1.3 Diagramas de Venn	266-271
				L2.1.4 Diagrama de árbol	271-276
Bloque 2.2 Técnicas de conteo	L2.2.1 Conceptos generales		277-280		
	L2.2.2 El principio de la suma y la multiplicación		280-290		
	L2.2.3 Permutaciones y combinaciones		290-301		
	L2.2.4 Teorema del binomio		302-310		
Bloque 2.3 Probabilidad	L2.3.1 Espacio muestral y evento		311-318		
	L2.3.2 Probabilidad de un evento		318-341		
	L2.3.3 Probabilidad condicional		341-348		
	L2.3.4 Eventos independientes		348-355		
	L2.3.5 Teorema de Bayes	355-365			

4.2. Análisis de los conceptos matemáticos y los significados de la probabilidad

Enseguida se muestran los resultados y análisis de la información centrada en las categorías deductivas relacionadas con los significados de la probabilidad, definidas en el marco conceptual, y las correspondientes categorías inductivas (emergentes) relativas a los conceptos matemáticos.

4.2.1. Categoría inductiva de análisis: *Conceptos matemáticos*

Se identificaron 41 conceptos matemáticos en los libros de texto analizados. En la Tabla 4 se puede observar cada uno de los conceptos asociados con alguno de los significados de la probabilidad descritos en el marco de referencia conceptual. En orden decreciente, por la cantidad de conceptos

que aparecen en cada texto analizado, en el LT1 tienen presencia los significados clásico y axiomático; en el LT2 están presentes los significados frecuencial, clásico, axiomático y subjetivo; en el LT3 destaca el clásico, sobre el frecuencial, subjetivo, axiomático e intuitivo; y en el LT4 tiene mayor peso el frecuencial, seguido del clásico, axiomático y subjetivo.

Tabla 4. Conceptos identificados en los libros de texto y asociados a los significados de la probabilidad

Significado de la probabilidad	Conceptos	LT1	LT2	LT3	LT4
Intuitivo	<i>C36</i> : Probabilidad intuitiva			X	
	<i>C38</i> : Intuitiva			X	
Clásico	<i>C1</i> : Probabilidad simple	X			
	<i>C2</i> : Probabilidad clásica	X		X	X
	<i>C3</i> : Equiprobabilidad	X		X	
	<i>C9</i> : Evento		X	X	X
	<i>C10</i> : Conteo multiplicativo		X		
	<i>C11</i> : Permutaciones		X	X	X
	<i>C13</i> : Combinaciones		X	X	X
	<i>C14</i> : Evento Excluyente		X	X	
	<i>C15</i> : Simultáneo		X		
	<i>C25</i> : Mutuamente excluyente		X	X	X
	<i>C26</i> : Colectivamente exhaustivo		X		
	<i>C29</i> : Esperanza Matemática		X		
	<i>C33</i> : Eventos dependientes				X
	<i>C34</i> : Eventos independientes				X
<i>C38</i> : Eventos complementarios				X	
Frecuencial	<i>C41</i> : Probabilidad Frecuencial				X
	<i>C6</i> : Medida		X		
	<i>C7</i> : Variable		X	X	X

**SIGNIFICADOS DE PROBABILIDAD EN LAS DEFINICIONES DE CONCEPTOS DE LIBROS DE TEXTO DE
EDUCACIÓN MEDIA SUPERIOR EN MÉXICO**

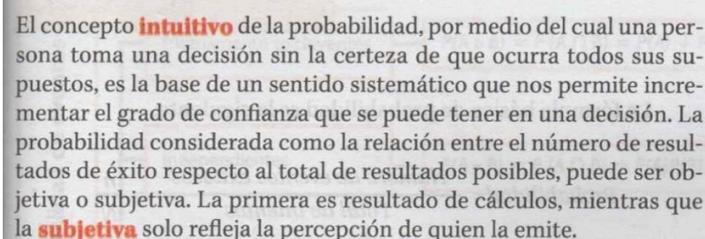
CASTRO, FORTOUL-DÍAZ, GONZÁLEZ-ALFARO Y HERNÁNDEZ-REBOLLAR

	<i>C12</i> : Variaciones		X		
	<i>C18</i> : Variable cualitativa		X		X
	<i>C19</i> : Variable cuantitativa		X		X
	<i>C20</i> : Variables aleatorias discretas		X	X	X
	<i>C21</i> : Variables aleatorias continuas		X	X	X
	<i>C23</i> : Distribución de probabilidad		X		
	<i>C24</i> : Distribución binomial		X		
	<i>C27</i> : Distribución normal estándar		X		
	<i>C28</i> : Parámetros		X		
	<i>C30</i> : Desviación estándar		X	X	X
	<i>C37</i> : Desviación media			X	
	<i>C31</i> : Varianza		X	X	X
Subjetivo	<i>C16</i> : Probabilidad condicional		X	X	X
	<i>C17</i> : Teorema de Bayes		X	X	
	<i>C35</i> : Probabilidad subjetiva			X	
	<i>C39</i> : Muestreo con remplazo			X	X
	<i>C40</i> : Muestreo sin remplazo			X	X
Axiomático	<i>C4</i> : Muestreo aleatorio simple	X			X
	<i>C5</i> : Experimento		X	X	X
	<i>C8</i> : Espacio muestral		X	X	X
	<i>C22</i> : Función de probabilidad		X		
	<i>C32</i> : Conjunto			X	X

Nota: la notación en cursivas que antecede a los *Conceptos* corresponde al código con el cual fueron registrados, por orden de aparición, al momento de hacer la revisión de los libros seleccionados y antes de ser clasificados según el significado de la probabilidad en el que se ubican.

A continuación, se muestran algunos ejemplos de las definiciones de diferentes conceptos matemáticos, por cada uno de los significados de la probabilidad, encontrados en los libros de texto analizados:

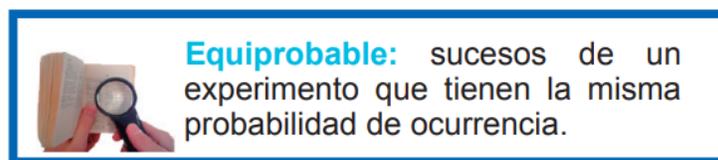
A) Significado Intuitivo. Este significado es el que menos aparece en los libros de texto analizados, pues sólo se encontraron dos conceptos-definición asociados a él en el LT3. En la Figura 1 se muestra un ejemplo.



El concepto **intuitivo** de la probabilidad, por medio del cual una persona toma una decisión sin la certeza de que ocurra todos sus supuestos, es la base de un sentido sistemático que nos permite incrementar el grado de confianza que se puede tener en una decisión. La probabilidad considerada como la relación entre el número de resultados de éxito respecto al total de resultados posibles, puede ser objetiva o subjetiva. La primera es resultado de cálculos, mientras que la **subjetiva** solo refleja la percepción de quien la emite.

Figura 1. Concepto de probabilidad asociado al significado intuitivo (López, 2014, p. 205).

B) Significado Clásico. Este significado aparece en los cuatro libros de texto analizados. El LT3 es donde aparecen más conceptos-definición, seguido del LT2, LT4 y finalmente el LT1. En las Figuras 2, 3, 4 y 5 se pueden observar algunos ejemplos.



Equiprobable: sucesos de un experimento que tienen la misma probabilidad de ocurrencia.

Figura 2. Concepto de equiprobabilidad asociado al significado clásico (Estrada y Hernández, 2015, p. 121).

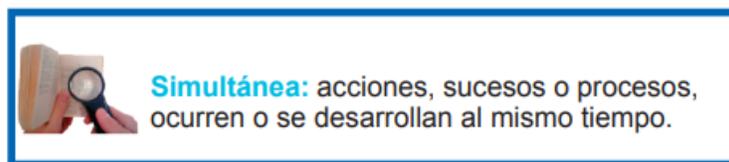


Figura 3. Concepto de probabilidad simultánea asociado al significado clásico (Martínez y Rivera, 2016, p. 41).

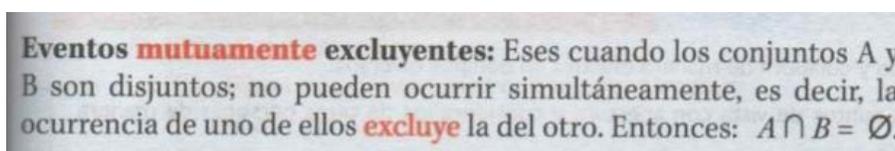


Figura 4. Concepto de eventos mutuamente excluyentes asociado al significado clásico (López, 2014, p. 179)

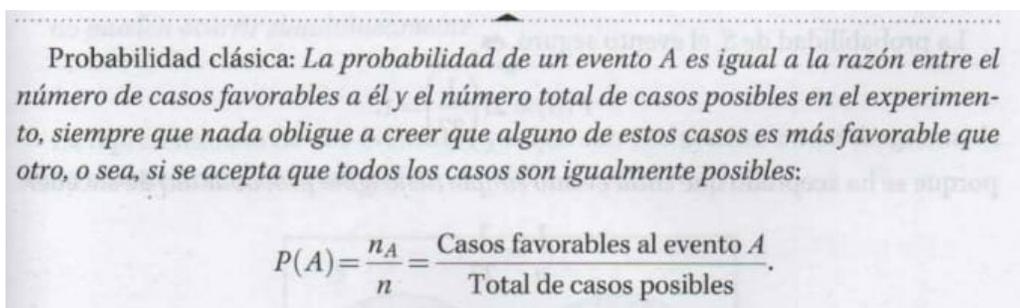
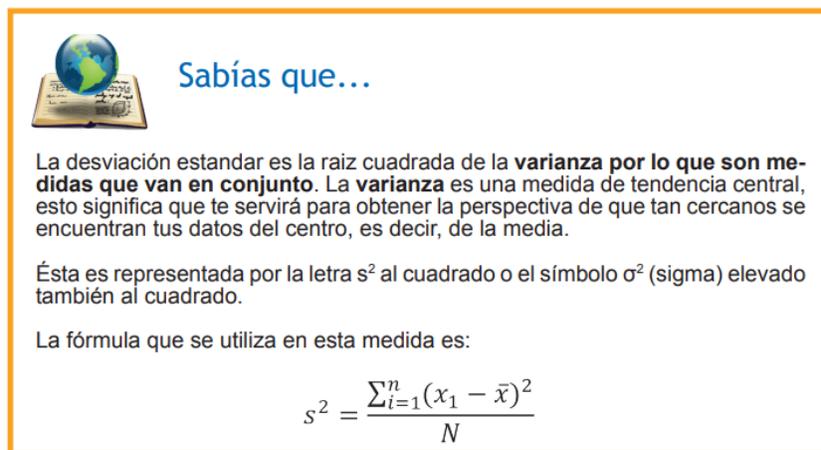


Figura 5. Concepto de probabilidad de un evento asociado al significado clásico (Márquez, 2016, p. 319).

C) Significado Frecuencial. En orden decreciente, los conceptos-definición asociados a este significado aparecieron en el LT2, LT4 y LT3. En las Figuras 6, 7 y 8 se muestran algunos ejemplos.



Sabías que...

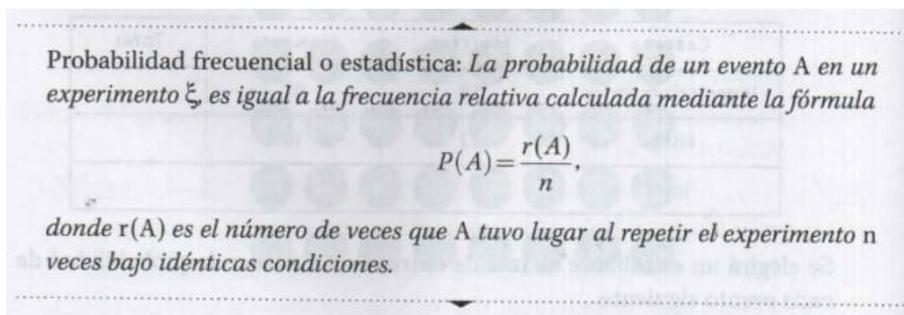
La desviación estandar es la raíz cuadrada de la **varianza por lo que son medidas que van en conjunto**. La **varianza** es una medida de tendencia central, esto significa que te servirá para obtener la perspectiva de que tan cercanos se encuentran tus datos del centro, es decir, de la media.

Ésta es representada por la letra s^2 al cuadrado o el símbolo σ^2 (sigma) elevado también al cuadrado.

La fórmula que se utiliza en esta medida es:

$$s^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{N}$$

Figura 6. Concepto de varianza asociado al significado frecuencial (Martínez y Rivera, 2016, p. 76).

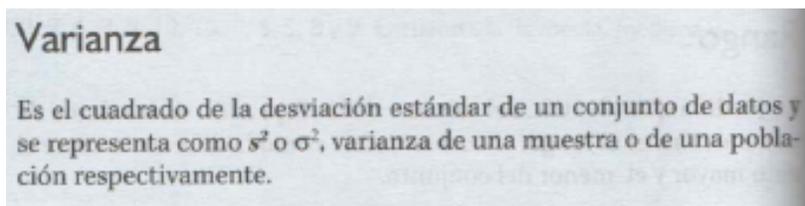


Probabilidad frecuencial o estadística: *La probabilidad de un evento A en un experimento ξ , es igual a la frecuencia relativa calculada mediante la fórmula*

$$P(A) = \frac{r(A)}{n},$$

donde $r(A)$ es el número de veces que A tuvo lugar al repetir el experimento n veces bajo idénticas condiciones.

Figura 7. Concepto de probabilidad de un evento asociado al significado frecuencial (Márquez, 2016, p. 330).



Varianza

Es el cuadrado de la desviación estándar de un conjunto de datos y se representa como s^2 o σ^2 , varianza de una muestra o de una población respectivamente.

Figura 8. Concepto de varianza asociado al significado frecuencial (López, 2014, p. 82)

D) Significado Subjetivo. En orden decreciente, los conceptos-definición asociados a este significado aparecieron en el LT3, seguido del LT4 y finalmente el LT2. En las Figuras 9, 10 y 11 se muestran algunos ejemplos.

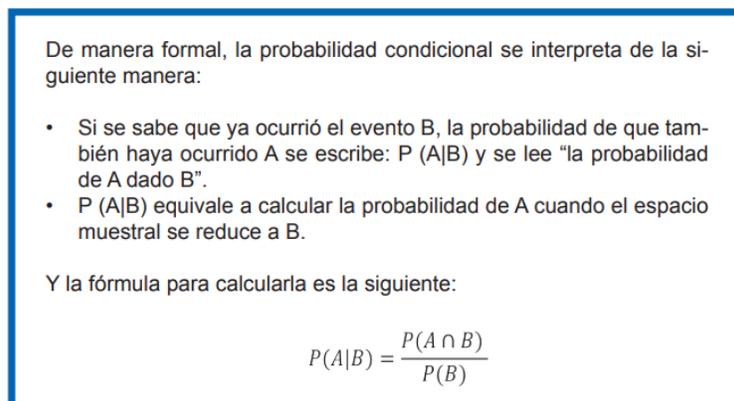


Figura 9. Concepto de probabilidad condicional asociado al significado subjetivo (Martínez y Rivera, 2016, p. 52)

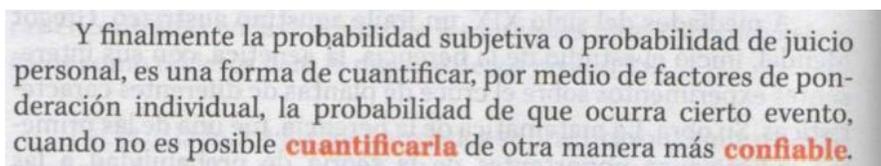


Figura 10. Concepto de probabilidad asociado al significado subjetivo (López, 2014, p. 206)

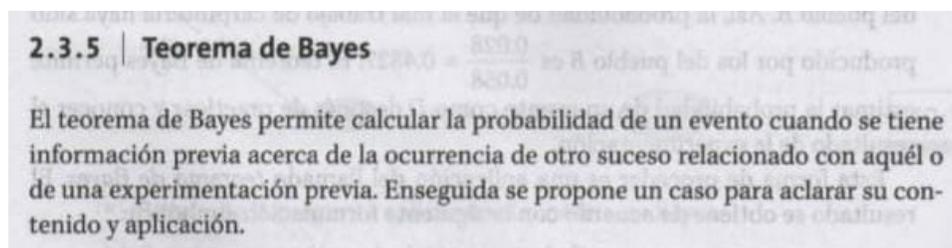


Figura 11. Concepto del Teorema de Bayes asociado al significado subjetivo (Márquez, 2016, p. 355).

E) Significado Axiomático. Este significado aparece en todos los libros analizados. Sin embargo, en orden decreciente, es en el LT4 donde aparece un mayor número de conceptos-definición, seguido del LT2 y LT3, y finalmente el LT1. En las Figuras 12, 13, 14 y 15 se pueden observar algunos ejemplos.

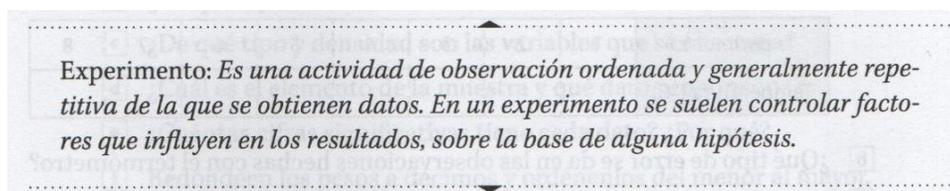


Figura 12. Concepto de experimento asociado al significado axiomático (Márquez, 2016, p. 56).

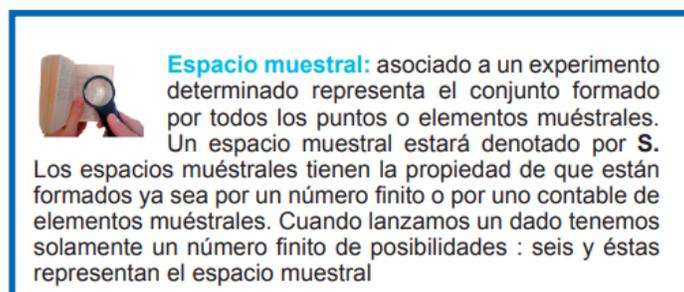


Figura 13. Concepto de espacio muestral asociado al significado axiomático (Martínez y Rivera, 2016, p. 27).

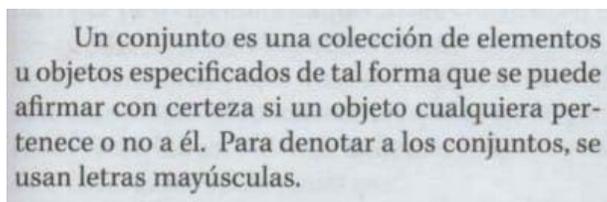


Figura 14. Concepto de conjunto asociado al significado axiomático (López, 2014, p. 143).

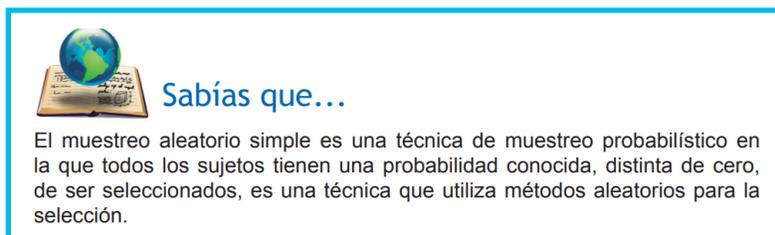


Figura 15. Concepto de muestreo aleatorio asociado al significado axiomático (Estrada y Hernández, 2015, p. 125).

5. CONCLUSIONES

Con el objetivo de conocer los diferentes significados de la probabilidad presentes en los libros de texto del nivel de educación media superior en México, se realizó un análisis de contenido cualitativo de cuatro libros utilizados en los subsistemas Telebachillerato Comunitario (TBC) y Bachillerato Tecnológico, durante el Ciclo Escolar 2021-2022.

A partir del análisis de las definiciones de diferentes conceptos, se logró determinar la presencia de los diferentes significados de la probabilidad en los libros de texto seleccionados. Entre los principales hallazgos se pudo observar una mayor importancia dada a los significados clásico y frecuencial en tres de los textos analizados (LT2, LT3 y LT4), seguidos del subjetivo y axiomático; mientras que el significado intuitivo sólo apareció en uno de los libros revisados (el LT3) y recibe menor atención que el resto de los significados.

Los resultados anteriores difieren de los encontrados por Gómez y Batanero (2015), quienes al analizar libros de texto españoles de educación primaria observaron que el significado intuitivo de la probabilidad recibe un mayor nivel de atención, en detrimento del frecuencial y subjetivo que no tienen suficiente importancia. Igualmente difieren de lo observado por Vásquez y Alsina (2015) al analizar libros de texto chilenos de educación primaria, en los que se aborda la probabilidad desde un enfoque intuitivo, principalmente, y luego se introducen los significados frecuencial, clásico y subjetivo.

Las diferencias entre los resultados obtenidos en este estudio y los de Gómez y Batanero (2015) y Vásquez y Alsina (2015) tienen su explicación en el nivel educativo de los libros de texto que se revisaron. Esas investigaciones se ubicaron en el nivel primaria y el presente estudio en dos subsistemas del nivel medio superior mexicano. Lo anterior concuerda con la recomendación de Batanero (2005) referida a planificar y distribuir entre cada nivel educativo el estudio progresivo de los diferentes significados históricos de la probabilidad.

Las diferencias señaladas en el tratamiento de los diversos significados de la probabilidad en los libros de texto de nivel primaria y medio superior evidencian una vez más la necesidad de que el docente conozca dichos significados, seleccione y utilice críticamente los libros escolares durante el proceso de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas (Gómez et al., 2015; Vásquez et al., 2019). En el caso de los cuatro libros analizados en este estudio, se halló que el texto LT3, utilizado en el Bachillerato Tecnológico, aborda todos los significados históricos de la probabilidad: clásico, frecuencial, subjetivo, axiomático e intuitivo (ordenados de mayor a menor predominio, en cuanto a la presencia de conceptos-definición); mientras que el texto LT1, utilizado en el Telebachillerato Comunitario, al estar dedicado principalmente a la estadística, sólo aborda los significados clásico y axiomático en el último bloque de contenidos.

Los resultados de este estudio y de otros similares aportan información valiosa para mejorar el contenido de los libros de texto analizados, de manera que se logre desarrollar realmente una cultura probabilista en los estudiantes. Así lo plantean Diaz-Levicoy y Roa (2014), Sánchez (2017) y Vásquez et al. (2019), quienes, al analizar libros de texto chilenos de educación básica, coinciden en sugerir dar una mayor preponderancia no a los ejercicios, sino a la resolución de problemas matemáticos no rutinarios con una demanda cognitiva variada, para que los estudiantes logren una comprensión mayor de los elementos básicos de la probabilidad.

Para ampliar el conocimiento sobre los significados de la probabilidad abordados en los libros de texto mexicanos, hace falta considerar el nivel básico. Asimismo, en el nivel de educación media superior de México se puede estudiar su presencia en los libros de texto de otros subsistemas bajo el marco del Enfoque Ontosemiótico, a través del estudio de los objetos matemáticos:

situaciones problema, lenguaje, conceptos, propiedades, procedimientos y argumentos. El presente estudio ha sido un primer acercamiento y queda abierta esta línea de investigación.

6. REFERENCIAS

- Batanero, C. (2005). Significados de la probabilidad en la educación secundaria. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa* 8(3), pp. 247-263. <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=33508302>
- Batanero, C. (2014). Probability Teaching and Learning. En S. Lerman (Ed.). *Encyclopedia of Mathematics Education* (pp. 491-496). Springer.
- Batanero, C. y Godino, J. (2002). *Estocástica y su didáctica para maestros*. <http://www.ugr.es/local/jgodino/edumatmaestros/>
- Cotrado, B., Burgos, M. y Beltran-Pellicer, P. (2022). Análisis ontosemiótico de los contenidos de probabilidad en los documentos curriculares de Perú. *Educación Matemática*, 34(3), 97-131.
- Díaz-Levicoy, D. y Roa, R. (2014). Análisis de actividades sobre probabilidad en libros de texto para un curso de básica chilena. *Revista Chilena de Educación Científica*, 13(1), 9-19.
- Estrada, M. R. y Hernández, X. I. (2015). *Probabilidad y estadística I*. Comisión Nacional de Libros de Texto Gratuitos. <https://libros.conaliteg.gob.mx/>
- Gómez, E., Contreras, J. y Batanero, C. (2015). Significados de la probabilidad en libros de texto para educación primaria en Andalucía. En C. Fernández, M. Molina y N. Planas (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XIX* (pp. 69-72). Alicante: SEIEM.
- Leyva Zazueta, I. J., Urrea Bernal, M. A., y Silvestre Castro, E. (2021). Análisis del significado institucional sobre los enfoques probabilísticos en el nivel medio superior, un caso de estudio. *Revemop*, 3, e202131. <https://doi.org/10.33532/revemop.e202031>
- López, C. y Gómez, P. (2022). Probabilidad en diferentes países del mundo: enseñanza de la probabilidad en educación primaria. *Educación Matemática*, 34(3), 42-64.
- López, J. G. (2014). *Probabilidad y estadística*. Anglo Digital.
- López-Mojica, J. M., Ojeda, A. M. y Salcedo, J. (2018). Ideas fundamentales de estocásticos en libros de texto de educación primaria: una alternativa de enseñanza. *Revista de Investigación Educativa de la REDIECH* 9(17), pp. 87-102.
- Márquez, E. M. (2016). *Probabilidad y estadística*. Fondo de Cultura Económica.
- Martínez, C. y Rivera, P. (2016). *Probabilidad y estadística II*. Comisión Nacional de Libros de Texto Gratuitos. <https://libros.conaliteg.gob.mx/>

- Miles, M. B., Huberman, A. M., & Saldaña, J. (2014). *Qualitative Data Analysis. A Methods Sourcebook*. SAGE.
- Paredes-Cancino, C. y Montiel-Espinosa, G. (2022). Análisis de tareas sobre el Teorema de Bayes en libros de texto del nivel bachillerato. En S. A. Peters, L. Zapata-Cardona, F. Bonafini y A. Fan (Eds.), *Bridging the Gap: Empowering & Educating Today's Learners in Statistics. Proceedings of the 11th International Conference on Teaching Statistics (ICOTS11)*. International Association for Statistical Education. <http://dx.doi.org/10.52041/iase.icots11.t14g2>
- Sánchez, N. (2017). Análisis de problemas en Estadística y Probabilidad en libros de texto de segundo año de Educación Secundaria. *Revista Científica*, 30(3), 181-194. <https://doi.org/10.14483/23448350.12289>
- Vásquez, C. y Alsina, A. (2015). Un modelo para el análisis de objetos matemáticos en libros de texto chilenos: situaciones problemáticas, lenguaje y conceptos sobre probabilidad. *Profesorado. Revista de currículum y formación del profesorado*, 19 (2), pp. 441-462. <http://www.ugr.es/local/recfpro/rev192COL12.pdf>
- Vásquez, C., Pincheira, N., Piñeiro, J. L. y Díaz-Levicoy, D. (2019). ¿Cómo se promueve el aprendizaje de la estadística y la probabilidad? Un análisis desde los libros de texto para la Educación Primaria. *Bolema: Boletim de Educação Matemática*, 33, 1133-1154. <http://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v33n65a08>