

**DISEÑO DE UN EXPERIMENTO DE DESARROLLO DEL PROFESORADO PARA
ESTUDIAR LA FORMACIÓN INICIAL DOCENTE EN MATEMÁTICAS**

**DESIGN OF A TEACHER DEVELOPMENT EXPERIMENT TO STUDY INITIAL MATHEMATICS
TEACHER EDUCATION**

Gerardo Cruz-Márquez

Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del Instituto Politécnico Nacional. México
gerardo.cruz@cinvestav.mx

Gisela Montiel-Espinosa

Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del Instituto Politécnico Nacional. México
gmontiele@cinvestav.mx

RESUMEN

En este artículo comunicamos el proceso de diseño de un experimento de desarrollo del profesorado, construido a propósito de un estudio sobre el conocimiento del profesorado de matemáticas en formación inicial en el área de trigonometría. Esto, con el objetivo dual de dar a conocer esta alternativa metodológica en la comunidad de formadores e investigadores, así como de motivar la comunicación abierta de los procesos –no solo los resultados– de investigación en Matemática Educativa. Para ello, reseñamos de forma breve esta opción metodológica, introducimos el objeto de nuestra investigación, describimos el experimento de desarrollo del profesorado diseñado, y aludimos a algunas de las potencialidades y retos que, desde nuestra experiencia, supuso esta estrategia metodológica. Entre estos últimos incluimos la posibilidad de estudiar el conocimiento del profesorado en ambientes cercanos a su práctica y la complejidad de integrar los roles de profesor e investigador, respectivamente.

Palabras clave: conocimiento docente, experimento de desarrollo del profesor, formación inicial docente, investigación de diseño.

ABSTRACT

In this paper we communicate the design process of a teacher development experiment, constructed as part of an investigation into prospective mathematics teachers' knowledge of trigonometry. The paper aims to share this methodological alternative with the community, as well as to motivate the open communication of the research processes –and not only the results– in our discipline. Thus, we briefly outline this methodological option, we describe our investigation's problem, we detail the teacher development experiment that was designed, and we allude to some of the potentialities and challenges that from our experience this

Investigación e Innovación en Matemática Educativa (2024) Volumen 9

Recibido: Noviembre 3, 2023. Aceptado: Diciembre 1, 2023. Publicado: Febrero 1, 2024



methodological alternative entailed. Among them, the possibility of studying teachers' knowledge in environments close to their practice and the complexity of integrating the roles of teacher and researcher, respectively.

Keywords: teacher knowledge, teacher development experiment, initial teacher education, design research.

1. INTRODUCCIÓN

La investigación basada en el diseño nace como una respuesta al gran abismo existente entre la investigación y la enseñanza (Steffe y Thompson, 2000; Valverde, 2014), como una alternativa para el estudio del aprendizaje en entornos cotidianos, en lugar de ambientes con condiciones artificiales (Collins et al., 2004).

Este tipo de investigación pretende generar –de forma recursiva y controlada, en un ambiente natural concreto– ciertos aprendizajes, con el afán de explicarlos teóricamente. En consecuencia, se lleva a cabo a través de ciclos continuos de diseño, puesta en práctica, análisis y rediseño; y combina dos objetivos –uno pragmático y uno teórico–: el diseño y caracterización de situaciones de aprendizaje y el desarrollo de modelos teóricos empíricamente fundamentados, relativos a un área específica de aprendizaje (Cobb et al., 2003; Molina et al., 2011; Valverde, 2012).

La investigación basada en el diseño se volvió popular en las últimas décadas, mismas en las que se ha discutido ampliamente acerca de los principios, características, objetivos y prácticas que supone (Valverde, 2014). Actualmente, existen diversas variaciones de este tipo de investigación; entre ellas, los experimentos de desarrollo del profesor o experimentos de desarrollo del conocimiento del profesor –denominados en adelante como *experimentos de desarrollo del profesorado*–.

El proceso de diseño de estos experimentos es complejo, debido en parte a las características propias de la propuesta, así como a las particularidades del objeto de cada investigación. Aunado a eso, coincidiendo con Buendía (2022), consideramos que existe una creciente necesidad por comunicar el desarrollo de las investigaciones en nuestra disciplina, y no solo sus resultados, en cuanto aporte al proceso formativo de quienes investigan, a la

pronta difusión de los proyectos de investigación, al planteamiento de más estudios en la misma línea, etcétera. Asimismo, estimamos que realizar estos ejercicios de comunicación de forma abierta, asegurando el acceso a los distintos componentes y procesos, permite, entre otras cosas, aumentar la confiabilidad y replicabilidad de las investigaciones en cuestión (van Dijk et al., 2021).

Con lo anterior en mente, en este artículo reseñamos la propuesta de los experimentos de desarrollo del profesorado, describimos *grosso modo* el problema de nuestra investigación sobre los conocimientos del profesorado en formación inicial en el área de trigonometría, y detallamos el proceso de diseño de nuestro experimento. Para esto último, remitimos a una base de datos en línea que aúna las herramientas e instrumentos del estudio, creada en un repositorio abierto, útil para compartir, conservar, citar, explorar y analizar datos de investigación. Todo esto con el objetivo dual de mostrar –a formadores e investigadores– el uso de esta alternativa metodológica al estudiar los conocimientos del profesorado de matemáticas en escenarios concretos de formación inicial, así como de impulsar ejercicios abiertos de difusión y diálogo sobre los procesos de investigación en nuestra disciplina.

2. EXPERIMENTOS DE DESARROLLO DEL PROFESORADO

Los experimentos de desarrollo del profesorado nacen como adaptación y extensión de los experimentos de enseñanza y los experimentos con todo el grupo. De los primeros tomaron algunas de sus características distintivas, entre ellas: el rol del investigador-profesor, la inclusión de investigadores-observadores, la incorporación de dos tipos de análisis y la grabación en video. Mientras que de los segundos heredaron, entre otras, el uso de un marco conceptual. Describimos estas características parafraseando la propuesta germinal de Simon (2000).

Respecto al rol del *investigador-profesor*, esta opción metodológica fusiona los papeles de investigador y profesor con la intención de que el equipo de investigación pueda experimentar de primera mano el aprendizaje y razonamiento de los participantes. Si bien

esto complejiza el trabajo, también permite que el equipo ponga a prueba de forma directa y amplíe constantemente su entendimiento sobre cómo el profesorado desarrolla su conocimiento, a través de ciclos recursivos de reflexión e implementación.

Con relación a los *investigadores-observadores*, los experimentos de desarrollo del profesorado integran observadores con el afán de complementar al investigador-profesor y amplificar la capacidad analítica del equipo. Así, el investigador-observador constituye una perspectiva externa a la interacción entre el investigador-profesor y los participantes del estudio, advierte sobre aspectos de los datos que el investigador-profesor podría pasar por alto y propone explicaciones alternativas que amplían el análisis.

Acerca de los *tipos de análisis*, esta alternativa metodológica involucra dos niveles, asociados a los objetivos de las investigaciones de diseño: el análisis continuo y el análisis retrospectivo. El análisis continuo –ligado al objetivo pragmático de este tipo de estudios– suele realizarse tras cada sesión de trabajo y es la base para las intervenciones espontáneas y planificadas del investigador-profesor con los participantes; interacciones útiles para promover mayor desarrollo del conocimiento. El análisis retrospectivo, por su parte –vinculado al objetivo teórico–, implica el reexamen de un corpus mayor de datos y tiene el propósito de explicar el desarrollo del conocimiento del profesorado provocado y responder a las preguntas de investigación planteadas en el estudio.

En cuanto a la *grabación de video*, dada la extensión y complejidad de los datos producidos, en los experimentos de desarrollo del profesorado es habitual el uso de la grabación en video de las sesiones de trabajo con los participantes. Aunado a estas, las cintas de audio y las notas del investigador-profesor y el investigador-observador suelen constituir fuentes importantes de información.

Por último, referente al *marco conceptual*, esta opción metodológica incorpora –en correspondencia con la perspectiva emergente de Cobb y colaboradores– un marco interpretativo para analizar la actividad individual y colectiva. Dicho marco mantiene la complementariedad de un enfoque social y uno psicológico, e implica prestar atención a la

participación individual, de grupos pequeños y de grupos grandes en el contenido y a las conversaciones explícitas de los miembros de la comunidad.

En la descripción inicial de esta alternativa metodológica, Simon (2000) también alude a las particularidades y limitaciones de los experimentos de desarrollo del profesorado. Con relación a lo primero, menciona que la principal diferencia entre esta opción metodológica y sus predecesoras es que se centra específicamente en el desarrollo del profesorado en formación inicial y continua, trascendiendo los aspectos matemáticos. Esto es, los experimentos de desarrollo del profesorado son útiles para “generar modelos del desarrollo pedagógico de los profesores, así como su desarrollo matemático” (Simon, 2000, p. 345; traducción propia). A este respecto, además, aclara que entiende el desarrollo del profesorado como el conjunto de cambios en el conocimiento, las creencias, las disposiciones y las habilidades que sustentan la capacidad de los profesores para implementar con éxito su labor.

Mientras que, entre las limitaciones de los experimentos de desarrollo del profesorado, menciona la complejidad de fusionar las tareas del investigador y las del profesor, así como lo laboriosa, costosa e incluso abrumadora que puede ser la gestión y análisis de los datos producidos. Referente a esto, Simon (2000) también alude a la escasez de espacios adecuados en nuestra disciplina para compartir los resultados de los experimentos realizados y la falta de investigación acerca del desarrollo pedagógico de áreas específicas de los profesores, en contraste con los que versan sobre el desarrollo matemático.

En el diseño de nuestro experimento procuramos atenuar estas limitaciones, por ejemplo, incluyendo el uso de Atlas.ti en la sistematización, gestión y análisis de los datos del estudio, así como difundiendo de forma abierta a través del presente escrito las herramientas e instrumentos que lo componen.

3. OBJETO DE ESTUDIO

El trabajo de Montiel y Jácome (2014) reconoce que las nociones trigonométricas –en particular la razón– son usadas exclusivamente como *herramientas técnicas para el cálculo de un valor faltante*. Ello, según los autores, deviene en una marcada disociación entre la trigonometría escolar y la geometría, así como en la admisión de un significado lineal para la relación ángulo-longitud en el triángulo y la promoción de un significado aritmético para las razones trigonométricas.

Ante estos limitados usos y significados, en Cruz-Márquez (2018) llevamos a cabo una investigación compuesta por dos etapas: un estudio histórico-epistemológico sobre la génesis de las nociones trigonométricas en los preliminares matemáticos del *Almagesto* de Ptolomeo (ver Cruz-Márquez y Montiel-Espinosa, 2022) y una experiencia de problematización de la trigonometría escolar¹ con profesores de matemáticas de educación secundaria y media superior en formación inicial, diseñada a partir de los resultados de la primera etapa (ver Cruz-Márquez y Montiel-Espinosa, en prensa-a).

Producto de dicha investigación y de algunas experiencias posteriores realizadas con la misma población, proporcionamos evidencia empírica inicial de que a través de la introducción de un uso alternativo al uso como herramienta técnica de las nociones trigonométricas provocábamos que los profesores en formación inicial participantes comenzaran a *problematizar la trigonometría escolar*; esto es, que confrontaran y enriquecieran sus significados iniciales respecto a dichas nociones.

Además, advertimos que este tipo de experiencias producía en los profesores participantes cierto cuestionamiento sobre la enseñanza y aprendizaje de las nociones geométricas y trigonométricas involucradas. Por ejemplo, se cuestionaban –unos a otros–

¹ Para efectos de este escrito, una experiencia de problematización de la matemática escolar refiere al espacio en que un grupo de personas –habitualmente estudiantes o profesores– atiende una situación de aprendizaje. Entendiendo esta última como un conjunto de tareas matemáticas fundamentadas en una propuesta epistemológica alternativa a la dominante en el discurso escolar y que, consecuencia de lo anterior, pretende confrontar y enriquecer los usos y significados de los participantes.

respecto a qué les dirían a sus futuros estudiantes cuando estos consultaran el significado de cierta noción matemática. Consecuencia de estos cuestionamientos, reflexiones y dudas, conjeturamos que la problematización de la trigonometría escolar detonaba en los profesores participantes la construcción y uso de conocimientos provenientes de otras esferas, no exclusivamente de la matemática.

Luego de una revisión bibliográfica sistematizada sobre el conocimiento del profesorado de matemáticas, en general y en las áreas de geometría y trigonometría (ver Cruz-Márquez y Montiel-Espinosa, en prensa-b), concretamos dicha conjetura en un proyecto de investigación centrado en la incidencia de las experiencias de problematización de la trigonometría escolar en los conocimientos y la práctica del profesorado en formación inicial. Más específicamente, este proyecto tiene por objetivos: 1) identificar los conocimientos que el profesorado de matemáticas en formación inicial construye y usa al vivenciar experiencias de problematización de la trigonometría escolar y al diseñar, implementar y analizar actividades de aula en el área de trigonometría; y 2) describir el rol que juegan las experiencias de problematización de la trigonometría escolar al diseñar, implementar y analizar actividades de aula en el área de trigonometría.

Para llevar a cabo esta investigación retomamos la teoría socioepistemológica desde la que se realizó la investigación de partida: Cruz-Márquez (2018); no obstante, dado que el objeto de estudio de dicha perspectiva teórica es la construcción social del conocimiento matemático (ver Cantoral, 2020), para atender los objetivos de investigación establecidos requerimos complementarla con una postura teórica que nos permita analizar los conocimientos –no solo matemáticos– que el profesorado en formación inicial construye y manifiesta.

Optamos por coordinar la teoría socioepistemológica con el planteamiento de los saberes docentes (ver Mercado, 2002), cuyo objeto es el conocimiento manifiesto del profesorado en su práctica cotidiana y que, dada su visión sociocultural, constructivista y pragmática del saber, es compatible con el posicionamiento teórico de partida. Con

coordinación referimos a que ambas posturas trabajan juntas en la atención a los objetivos de investigación aludidos, que no pretendemos realizar una fusión *a priori* de ellas.

4. PROCESO DE DISEÑO

Dados los objetivos del estudio y considerando los trabajos de Steffe y Thompson (2000), Molina et al. (2011) y Valverde (2012), configuramos nuestro experimento de desarrollo del profesorado en cuatro fases (Figura 1).

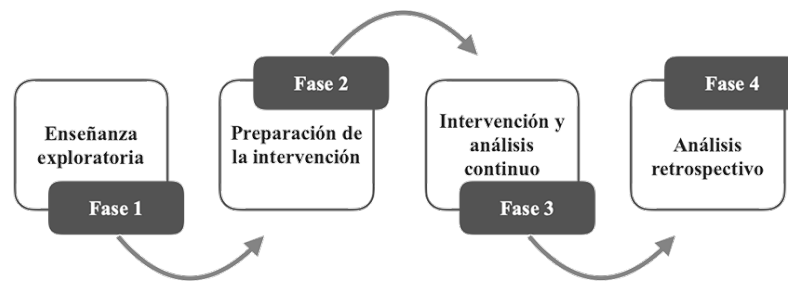


Figura 1. Fases del experimento de desarrollo del profesorado

Fuente: elaboración propia, con base en los trabajos de Steffe y Thompson (2000), Molina et al. (2011) y Valverde (2012)

En atención a los objetivos de este artículo, dedicamos esta sección a explicitar el propósito, las actividades y decisiones metodológicas, así como las herramientas e instrumentos construidos para cada una de las fases de nuestro experimento de desarrollo del profesorado. Si bien la investigación en la que se enmarca este experimento ya se concluyó, en el presente escrito comunicamos el diseño inicial del experimento, no así su implementación o modificación *in situ*, mucho menos sus resultados. En consecuencia, exponemos las fases 3 y 4 a nivel de cómo se planearon, pues para reportar cómo se llevaron a cabo es necesaria una exposición detallada de la teoría y la metodología utilizada para el análisis de los datos producidos.

4.1 Fase 1: enseñanza exploratoria

Steffe y Thompson (2000) enfatizan la conveniencia de que, en caso de no haber realizado

un estudio de este tipo con anterioridad, el equipo de investigación se involucre en una fase de enseñanza exploratoria. Según los autores, previo al inicio del experimento, “es importante familiarizarse a fondo, a nivel experiencial, con las formas y los medios de operar de los alumnos en cualquier dominio de conceptos y operaciones matemáticas de interés” (p. 274; traducción propia). Esta es una recomendación de la que Simon (2000) hace eco y que nosotros retomamos para el diseño de nuestro experimento de desarrollo del profesorado.

Más específicamente, en nuestra fase de enseñanza exploratoria consideramos dos tipos de experiencias: 1) las de problematización de la trigonometría escolar realizadas con el profesorado de matemáticas, y 2) las de diseño, implementación y análisis de actividades de aula por profesores de matemáticas en formación inicial.

Con relación a las primeras, en el transcurso de los últimos cinco años realizamos más de quince experiencias de problematización de la trigonometría escolar con profesores de matemáticas en formación inicial y continua. Estas se llevaron a cabo de forma presencial y virtual, en el marco de distintos proyectos educativos nacionales, congresos de la disciplina y estancias académicas. En su conjunto, nos permitieron construir, poner a prueba y reformular distintas situaciones de aprendizaje, todas ellas con base en el aludido estudio de Cruz-Márquez (2018). También nos posibilitaron advertir que las situaciones de aprendizaje diseñadas, entre otras cosas, suelen generar la confrontación matemática esperada, ciertas dudas y preguntas en el profesorado respecto al proceder didáctico-pedagógico, y mayor resistencia y confrontación en los profesores con una larga trayectoria como docentes de matemáticas o con una formación matemática muy robusta.

Acerca del segundo tipo de experiencias, durante un par de años diseñamos e implementamos un curso regular en la Licenciatura en Docencia de la Matemática, que oferta la Universidad Autónoma de Baja California (UABC), a través de la Facultad de Pedagogía e Innovación Educativa (FPIE). Dicha unidad didáctica está dirigida al séptimo –penúltimo– semestre de la carrera y tiene como propósito que los profesores en formación inicial vivencien, diseñen, implementen y analicen experiencias de aula relativas a geometría

euclidiana y analítica. Además de las estrategias y herramientas didácticas concretas, estas experiencias nos permitieron advertir la necesidad de estructuras teóricas y metodológicas como guías para el diseño de las clases construidas por los profesores y de una etapa de formación sobre dichas estructuras, la importancia de la discusión grupal durante la elaboración de las asignaciones del curso y la utilidad del análisis de las clases simuladas por los profesores.

En suma, pese a que las experiencias aludidas no se analizaron sistemáticamente ni se realizaron con la muestra de este estudio –pues solo fue posible realizar la intervención una vez, dada su amplitud y especificidad–, reconocemos su aporte para el diseño e implementación de nuestro experimento. En particular, de acuerdo con los referentes metodológicos aludidos, creemos que fueron muy valiosas para la familiarización del equipo de investigación con el trabajo que realiza el profesorado en formación inicial y continua, en la construcción de estrategias y herramientas didácticas adecuadas, y en la generación de habilidades para interactuar con los profesores de forma efectiva, respetuosa y amena.

4.2 Fase 2: preparación de la intervención

Esta fase tiene como propósito definir un plan inicial para la intervención, así como delimitar los aspectos elementales del estudio y de la producción/análisis de datos. En consecuencia, describimos la intervención de nuestro experimento de desarrollo del profesorado en dos apartados: en cuanto curso universitario optativo y en cuanto dispositivo de investigación.

Somos conscientes de que estas son dos perspectivas del mismo espacio, no obstante, nos son útiles para organizar la descripción y para subrayar las particularidades de los procesos de investigación realizados en escenarios concretos de formación inicial docente en matemáticas. Con esto pretendemos mostrar al profesorado universitario algunas de las adaptaciones que realizamos al curso optativo para hacerlo un dispositivo efectivo y eficiente de producción de datos, y a los investigadores las adecuaciones que implementamos para poder producir nuestros datos en circunstancias institucionales dadas.

4.2.1 En cuanto curso universitario optativo

Como adelantamos, dada sus especificidad y amplitud, dispusimos nuestra intervención como un curso optativo en la Licenciatura en Docencia de la Matemática, que ofrece UABC, a través de la FPIE. Esta decisión responde a nuestra población de interés: profesores de matemáticas de secundaria y media superior en formación inicial. Para esta determinación también fue trascendental la apertura mostrada por las autoridades de la Facultad y nuestra aludida experiencia trabajando con estudiantes de dicho programa.

Como participantes del curso invitamos a los profesores en formación inicial que cursan los últimos cuatro semestres de la carrera; los de quinto y sexto, que están finalizando la etapa disciplinar, y los de séptimo y octavo, que se encuentran en la etapa terminal del plan de estudios. En nuestras experiencias previas notamos diferencias importantes en la forma que estos grupos afrontan experiencias de problematización de la matemática escolar y en el tipo de reflexiones que producen en ellos; al incluir ambos grupos esperamos que nuestro estudio arroje luz a este respecto.

Acordamos con las autoridades de la Facultad que el curso optativo tuviera valor curricular, que otorgara una cantidad de créditos a los profesores en formación inicial participantes. Estas características son convenientes para promover el beneficio, interés y permanencia de los profesores.

Como parte del contexto general también es importante mencionar que, debido a las circunstancias de salud pública, planificamos el curso optativo en modalidad virtual. Si bien estas condiciones fueron imprevistas, como dijimos, algunas de nuestras experiencias previas trabajando con el profesorado de matemáticas se realizaron en dicho formato, por lo que nos es relativamente familiar.

Ahora bien, aunque la intervención fue motivada por un proyecto de investigación, esta debía cumplir con los procesos y la documentación habitual en la institución universitaria para la apertura, difusión y ejecución de un espacio curricular optativo. Así, diseñamos,

sometimos a revisión de las autoridades y difundimos a través del correo electrónico y las redes sociales de la Facultad un *volante informativo* del curso (Complemento 1²). También construimos y validamos la descripción sintética de la *modalidad de aprendizaje* (Complemento 2) y el *sílabo* (Complemento 3), en los cuales se presenta, entre otras cosas, la descripción general del curso; las fechas, duración, actividades y modalidad de las sesiones que lo componen; y la propuesta de evaluación.

De forma sintética, en el plan presentado, el curso optativo propone la participación voluntaria de a lo sumo 12 profesores(as) en formación inicial, que conforman equipos de trabajo de dos o tres personas. Tiene una duración de 12 semanas, en las que se realizan 20 sesiones: 10 por equipo de trabajo y 10 con el grupo completo; todas ellas en modalidad virtual-sincrónica. Las sesiones por equipo de trabajo tienen una duración de entre treinta minutos y una hora, mientras que las de todo el grupo una duración máxima de dos horas.

Las 20 sesiones del curso optativo están organizadas en cuatro etapas (Figura 2).

Un último grupo de productos que construimos para el curso incluye los objetivos instruccionales, la metodología de enseñanza, y los recursos y herramientas docentes. Estos, aunque no son requeridos y revisados por la institución universitaria, son constitutivos y orientadores del curso; de suma importancia para la componente pragmática del objetivo de la investigación, para la consulta de las y los participantes, otros docentes y/o autoridades universitarias, así como para posibles revisiones del sílabo o réplicas del curso.

² Con el afán de comunicar de forma abierta el diseño del experimento de desarrollo del profesorado, elaboramos una base de datos con todas las herramientas docentes e instrumentos de investigación construidos para este. Los referimos en el escrito por su número de complemento y pueden consultarse de forma conjunta en: <https://doi.org/10.7910/DVN/00UQAT>

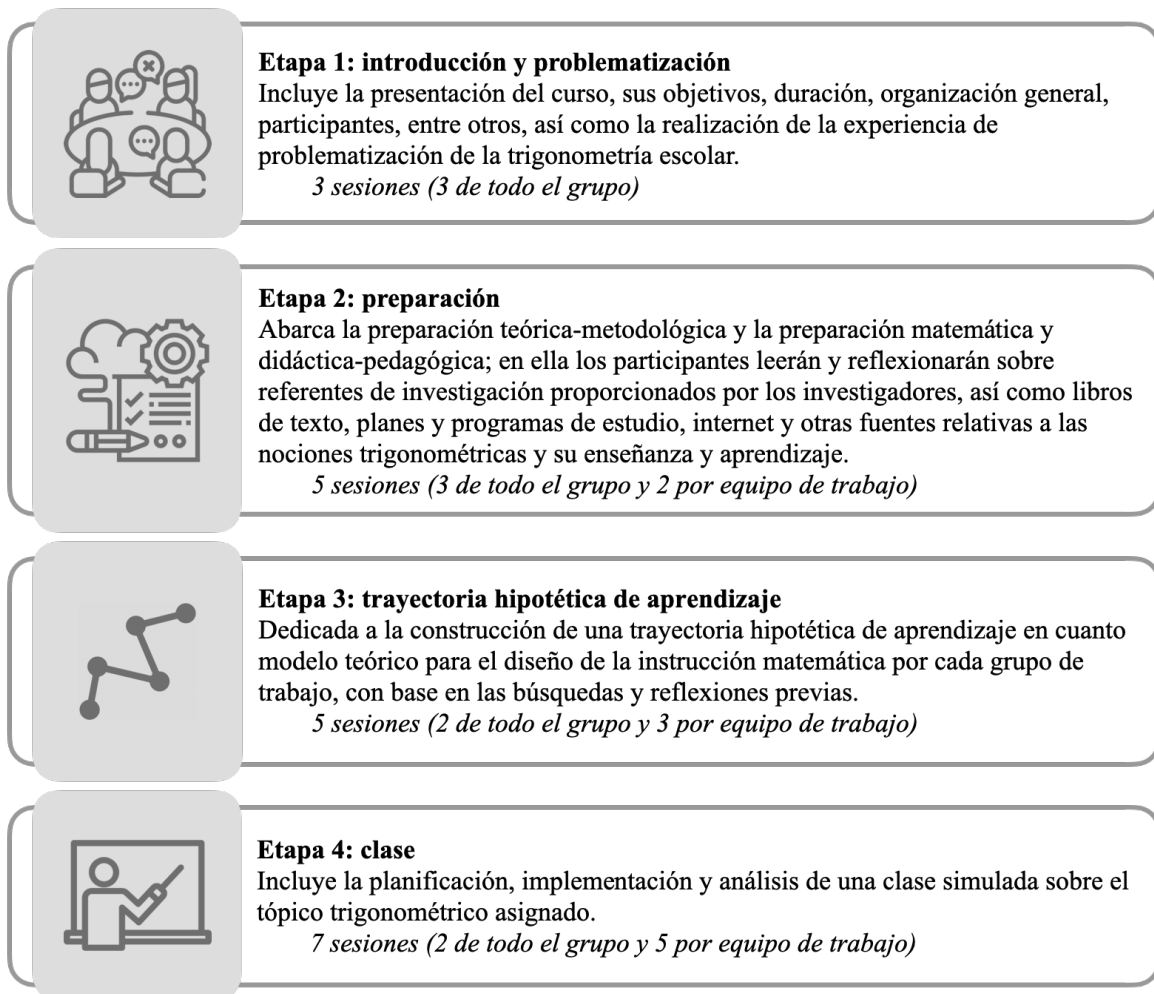


Figura 2. Etapas del curso optativo

En los *objetivos instruccionales* explicitamos los propósitos didácticos de cada una de las 20 sesiones del curso (Complemento 4). Para la *metodología de enseñanza* decidimos adaptar una estrategia propia, construida con base en nuestras experiencias previas trabajando situaciones de aprendizaje con el profesorado de matemáticas en formación inicial y continua. La propuesta original consta de seis momentos (Figura 3).

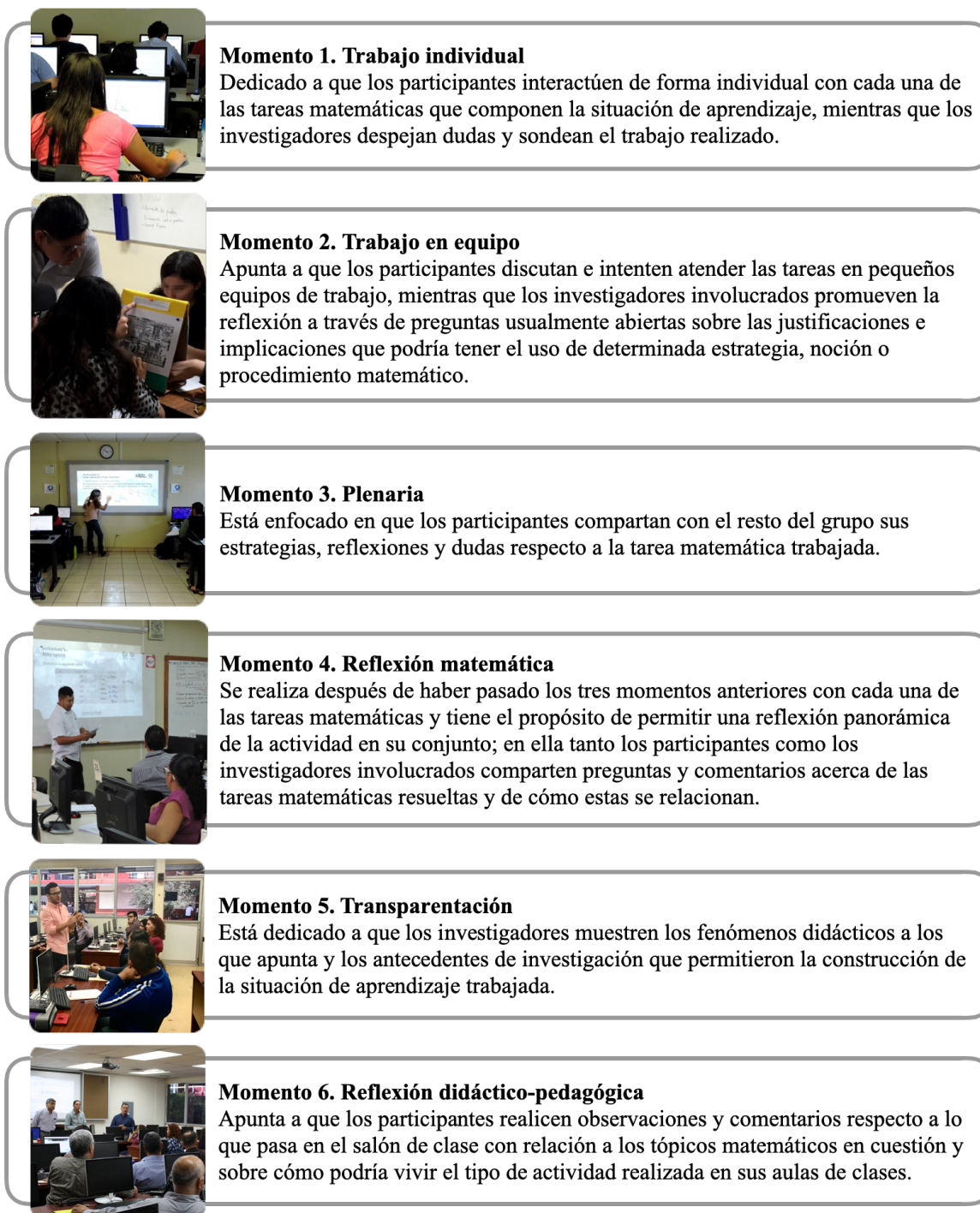


Figura 3. Metodología de trabajo de situaciones de aprendizaje con el profesorado de matemáticas

Para hacerla útil en la modalidad, duración y objetivos de nuestro curso optativo, realizamos tres adaptaciones a esta metodología. Primero, optamos por desarrollar la experiencia de problematización de la trigonometría escolar, ubicada en la primera etapa del curso optativo, a través de tres de los momentos descritos anteriormente: trabajo individual, plenaria y discusión matemática. Obviamos el momento dos –trabajo en equipo–, pues en la modalidad virtual este es un tanto más complicado de gestionar, sumado a que resulta análogo al momento de plenaria ante una cantidad tan reducida de participantes.

Además, decidimos llevar a cabo la segunda etapa de nuestro curso optativo –la preparación– como una ampliación del momento de transparentación, pues está orientada al estudio y discusión de algunos productos de investigación que fueron base para el diseño de la situación de aprendizaje trabajada en la primera etapa.

Finalmente, optamos por desarrollar la tercera y cuarta etapa del curso optativo –la trayectoria hipotética de aprendizaje y clase– como una adaptación y ampliación del momento de discusión didáctico-pedagógica. Dado que en dichas etapas del curso se espera que los participantes no solo reflexionen sobre cómo algunas de las ideas discutidas podrían vivir en un salón de clase –como ocurrió en nuestras experiencias previas–, sino que construyan una trayectoria hipotética de aprendizaje y planifiquen, implementen y analicen una clase concreta con este objetivo.

Por otro lado, entre los *recursos y herramientas docentes* construidas o retomadas para el curso optativo incluimos: la situación de aprendizaje de la primera etapa, las lecturas teórico-metodológicas y los referentes de investigación de la segunda etapa, una trayectoria hipotética de aprendizaje que se facilitó a modo de ejemplo en la tercera etapa, los formatos en línea para las asignaciones, y los formatos de evaluación docente y de auto-coevaluación estudiantil.

La *situación de aprendizaje* utilizada fue adaptada de nuestras experiencias previas; teniendo en cuenta los limitados usos y significados reportados, así como el estudio histórico-epistemológico de partida (Cruz-Márquez y Montiel-Espinosa, 2022), tuvo el propósito de

que los participantes confronten y enriquezcan sus significados iniciales respecto a la relación ángulo-lado. Dicha situación de aprendizaje se compuso de una situación-problema, que versa sobre un triángulo isósceles del que se enuncian las medidas de su ángulo desigual y de todos sus lados, y de cinco tareas matemáticas, planteadas en contextos geométricos, numéricos, tabulares, variacionales y gráficos (Complemento 5).

Dada la modalidad, trabajamos esta situación de aprendizaje a través de un grupo GeoGebra, en el que los participantes pudieron interactuar con los applets construidos y responder las preguntas propuestas en cada tarea, mientras que los investigadores pudieron monitorear el trabajo de los profesores en tiempo real (Complemento 6³).

Con relación a las *lecturas teórico-metodológicas*, compusimos dos documentos cortos que versan, respectivamente, sobre aproximaciones a la enseñanza y aprendizaje de la matemática –adaptado de Cantoral et al. (2005)– (Complemento 7) y acerca del uso de la trayectoria hipotética de aprendizaje como herramienta para la instrucción matemática –adaptada de Gómez y Lupiáñez (2007) y López-Acosta (2016)– (Complemento 8). Mientras que, dentro de los *productos de investigación*, incluimos: Montiel (2013), Montiel y Jácome (2014), y Montiel y Scholz (2021); estos refieren a fenómenos didácticos reportados con estudiantes y profesores que enfrentan tareas trigonométricas.

También elaboramos cinco formatos para las asignaciones escritas que entregaron los profesores en formación inicial participantes; estos son documentos Word en línea y fueron completados por cada equipo de trabajo a medida avanzaron las sesiones del curso optativo, de acuerdo con la propuesta de evaluación acordada. Más específicamente, en la segunda etapa los participantes presentaron un informe sobre los resultados del *análisis matemático, didáctico-pedagógico y de referentes de investigación* llevado a cabo (Complemento 9); en la tercera etapa, un informe sobre la construcción del *objetivo de aprendizaje* (Complemento 10) y una versión completa de la *trayectoria hipotética de aprendizaje* (Complemento 11);

³ Para efectos de este escrito, y ante la inminente desaparición de los grupos GeoGebra, compusimos un documento con las ligas permanentes a las actividades GeoGebra incluidas en dicho grupo.

y, en la cuarta etapa, la *planificación de la clase* simulada –en cuanto adaptación de la trayectoria a condiciones instruccionales concretas– (Complemento 12) y un informe final del *análisis de la clase* simulada (Complemento 13).

Adicionalmente, como apoyo en la construcción de las trayectorias hipotéticas de aprendizaje propias, también se facilitó a los participantes una *trayectoria hipotética de aprendizaje muestra* (Complemento 14), construida por un grupo de profesores en el marco del curso de formación inicial aludido en nuestras experiencias previas.

Por último, diseñamos formatos de *evaluación docente* de las asignaciones (Complemento 15) y para la *auto y coevaluación* de los integrantes de cada grupo de trabajo (Complemento 16), así como una *tabla de calificaciones* que reúne y pondera las anteriores (Complemento 17). Todo esto siguiendo los criterios y pesos relativos descritos en la propuesta de evaluación presentada y consensuada con las autoridades y los participantes a través del sílabo del curso.

4.2.2 En cuanto dispositivo de investigación

De acuerdo con los referentes metodológicos de este tipo de investigación, es de suma importancia –previo a la intervención– determinar y explicitar los objetivos e hipótesis del estudio. Declaramos los *objetivos generales* de la investigación un par de secciones más arriba, al introducir el objeto de estudio; los *objetivos específicos de investigación* los construimos como una desagregación de estos primeros y en correspondencia con las etapas del curso optativo; y las *hipótesis* las elaboramos en respuesta a estos últimos objetivos. Por cuestión de extensión, construimos un documento adicional que aúna estos elementos (Complemento 18).

Ahora bien, entre las estrategias e instrumentos que agregamos al curso optativo para hacerlo un dispositivo *ad hoc* a estos objetivos de investigación destacamos: las cartas de consentimiento informado, la encuesta inicial, las notas de campo, la grabación de las sesiones y las entrevistas. A través de las *cartas de consentimiento informado*, los profesores

en formación inicial declararon participar en el curso de manera voluntaria; así mismo, dieron su autorización para el uso con fines exclusivamente académicos de los registros tomados en las sesiones de trabajo, sean estos escritos, fotográficos o de video (Complemento 19).

También construimos una *encuesta inicial* (Complemento 20) con la cual, durante la primera etapa del curso optativo, recabamos información general, académica, laboral y de conocimientos/experiencias previas de los participantes. Dado nuestro posicionamiento teórico, esta fue primordial para familiarizarnos con las posibles fuentes de los saberes de los profesores.

Las *notas de campo* utilizadas fueron de dos tipos: del profesor y del observador. Para cada una de ellas se construyó un formato. Ambos formatos tenían secciones dedicadas a comentarios sobre los datos de la sesión, funcionamiento general de las actividades, conocimientos matemáticos y no matemáticos puestos en juego por los participantes, entorno de trabajo y una sección final de observaciones varias.

Adicionalmente, cada formato incorporaba cuestiones específicas al rol de su responsable. En este sentido, el formato para las notas del investigador-profesor incluyó un espacio para señalar las modificaciones espontáneas que hizo al plan inicial de la clase durante su ejecución (Complemento 21), mientras que el formato para las notas del investigador-observador tenía una sección para comentar la interacción entre los participantes y el investigador-profesor, así como la posible influencia de este último sobre el trabajo de los primeros (Complemento 22).

Como adelantamos, dada su longitud y complejidad, la *grabación* es una característica fundamental de este tipo de experimentos. Así, sumados a los registros anteriores, como fuente principal de datos, grabamos en video todas las sesiones del curso optativo. Al ser en modalidad virtual, a través de videollamadas de la plataforma Zoom, utilizamos la opción de grabación automática que ofrece el mismo software para hacerlo.

Al finalizar la intervención también realizamos una *entrevista* semiestructurada con

los participantes, esta tenía la intención de recopilar información adicional para el análisis continuo. En consecuencia, pretendía recoger la opinión de los profesores acerca de la planeación y ejecución de las distintas etapas del curso optativo y sobre cómo la clase afectó sus conocimientos y su práctica en las áreas de geometría y trigonometría, así como algunos detalles de investigación –qué pseudónimo les gustaría tener en los informes del estudio, por ejemplo– (Complemento 23).

4.3 Fase 3: intervención y análisis continuo

Esta fase tiene como propósito llevar a cabo la intervención y el análisis continuo. El *análisis continuo*, como dijimos, apunta a la promoción del desarrollo del conocimiento del profesorado. En este sentido, para el análisis continuo del curso optativo, nos reunimos –el investigador-profesor y el investigador-observador– tras cada sesión, con el propósito de compartir las observaciones e interpretaciones generales de lo sucedido; examinar las notas individuales tomadas; revisar algunos momentos de la grabación en video y otros registros, en caso de considerarlo necesario; y tomar decisiones respecto a las actividades, objetivos e hipótesis de las sesiones siguientes (Figura 4).



Figura 4. Análisis continuo del curso (por sesión)

Durante cada reunión del análisis continuo fue fundamental tomar nota de las observaciones y modificaciones que acordamos como equipo de investigación, así como de su justificación. Estos significan –en términos de nuestra metodología– aprendizajes importantes respecto al diseño inicial del curso optativo y un marco explicativo de los saberes construidos y manifestados por los profesores.

4.4 Fase 4: análisis retrospectivo

El propósito de esta fase es, como mencionamos, el reexamen de un corpus mayor de datos, con la intención de explicar el desarrollo del conocimiento de los profesores y atender los objetivos de investigación trazados. En nuestro caso, dada la configuración del objeto de estudio y la coordinación teórica planteada a propósito de este, realizamos un análisis compuesto inicialmente por dos partes: el análisis de la actividad matemática y el análisis de los saberes docentes.

El *análisis de la actividad matemática* (Figura 5a) se realiza a través de los registros tomados en la etapa 1 del curso optativo –la introducción y problematización– y pretende, mediante el estudio de la práctica matemática, evidenciar los momentos de confrontación y resignificación de las nociones trigonométricas vividos por los participantes al atender la situación de aprendizaje. Para esta parte del análisis se ponen en funcionamiento nociones que ofrece la teoría socioepistemológica, en particular los primeros dos niveles del modelo de anidación de práctica: acción y actividad matemática⁴.

El análisis de los saberes docentes (Figura 5b), por su parte, incluye todos los registros tomados durante el curso optativo y apunta a identificar y describir los saberes que los participantes construyen y manifiestan, mediante el estudio de sus acciones –decisiones, opiniones y explicaciones vertidas–. Para esta fracción del análisis se ponen en juego herramientas de la perspectiva de los saberes docentes, en particular: propósitos, saberes docentes y voces sociales.

Además, considerando el énfasis en el desarrollo individual y colectivo sugerido para este tipo de investigaciones en el marco conceptual original, realizamos cada parte del análisis retrospectivo de nuestro experimento de desarrollo del profesorado en dos fases consecutivas y complementarias: el análisis por participante y el análisis de grupo (Figura

⁴ Un análisis similar de la actividad matemática de un grupo de profesores de matemáticas en formación inicial que atienden una situación de aprendizaje en el área de trigonometría puede consultarse en Cruz-Márquez y Montiel-Espinosa (en prensa-a).

5c).

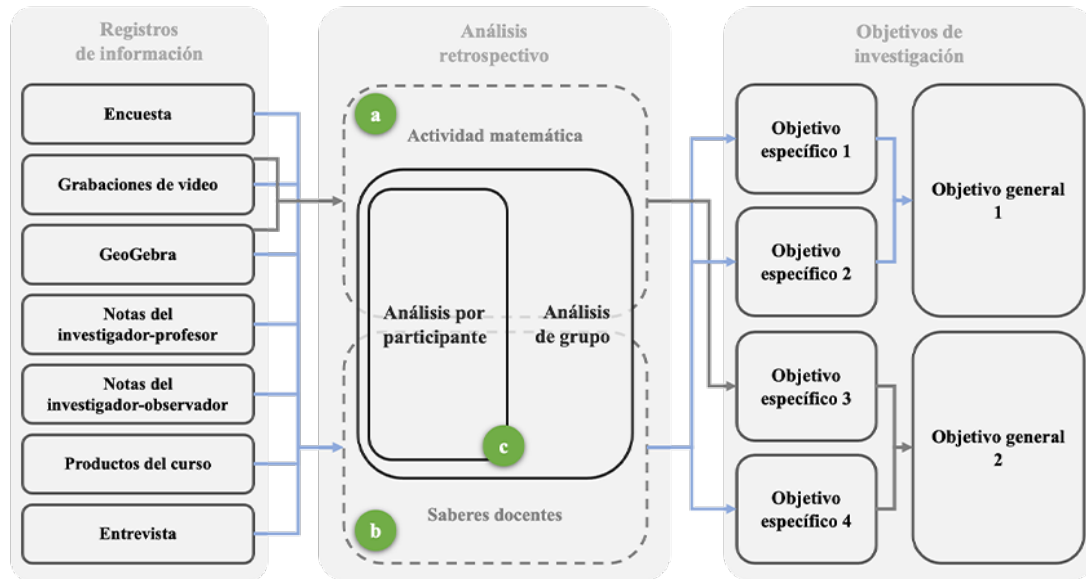


Figura 5. Análisis retrospectivo del curso optativo

En términos metodológicos, realizamos el análisis retrospectivo de nuestro experimento, así como una síntesis del análisis continuo –con la intención de incluirlo en el informe final de la investigación–, a través de un *análisis de contenido*. Inspirados en el trabajo de Cáceres (2003), llevamos a cabo dicho análisis en cuatro etapas (Figura 6); seleccionando, codificando y categorizando información con ayuda del software para análisis cualitativo Atlas.ti.

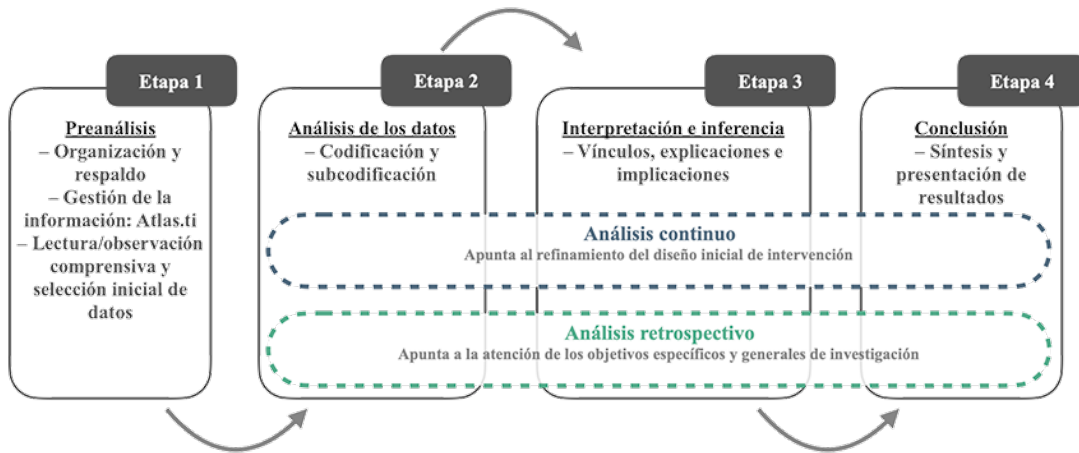


Figura 6. Análisis de contenido

5. REFLEXIONES FINALES

El proceso de diseño detallado en este artículo ilustra algunas de las potencialidades de los experimentos de desarrollo del profesorado como marco metodológico general para la investigación en la formación inicial docente en matemáticas. Entre ellas destacamos la posibilidad de estudiar la formación del profesorado en ambientes naturales, cercanos a su práctica concreta. Esta característica, si bien complejiza el trabajo del equipo de investigación, permite llevar a la práctica los resultados y productos de investigación de nuestra disciplina, estrechando la relación entre teoría y práctica (Valverde, 2012).

Este rasgo distintivo vuelve a esta alternativa metodológica un camino viable para la investigación en y desde la práctica educativa, un potencial punto de encuentro y trabajo colaborativo entre las instituciones formadoras y de investigación, entre quienes forman al profesorado de matemáticas y quienes investigan al respecto.

Otra potencialidad que advertimos sobre este tipo de experimentos es la antelación y detalle que permite su diseño, aspecto que infunde confianza a los involucrados y favorece el cumplimiento de los objetivos instruccionales y de investigación. También destacamos su potencial de generalización, confiabilidad y commensurabilidad (Simon, 2000), producto de

la amplia consideración/descripción del contexto de la práctica docente, así como de la sistematicidad y completitud del análisis que promueve.

Por otro lado, entre los retos de seguir esta alternativa metodológica, fruto de nuestra experiencia, subrayamos la escasa investigación sobre el conocimiento del profesorado de matemáticas en formación inicial acerca de áreas y temas específicos, en particular acerca del conocimiento sobre la enseñanza y en relación con la práctica. Este hecho dificulta el diseño preciso de las actividades e hipótesis y es advertido por Simon (2000) al proponer la metodología, así como por revisiones bibliográficas sobre el conocimiento del profesorado en general (ver Ponte y Chapman, 2006) y en geometría-trigonometría en particular (ver Cruz-Márquez y Montiel-Espinosa, en prensa-b).

Otro desafío que enfrentamos en el diseño de nuestro experimento de desarrollo del profesorado fue la construcción de una coordinación teórica, así como su consecuente concreción en instrumentos, técnicas y herramientas docentes y de investigación coherentes con los propósitos específicos del estudio, con el planteamiento metodológico general y con las posibilidades/recursos del equipo de investigación.

Por último, también fue un reto la configuración de los espacios institucionales y del equipo de investigación. Con relación a lo primero, pese a nuestra referida cercanía con la institución formadora y las facilidades que nos brindaron, para el estudio requerimos diseñar y ofertar un nuevo curso optativo. Esto complejiza el trabajo ya que exige, como vimos, además de los instrumentos y herramientas de investigación, la elaboración de múltiples elementos adicionales que son fundamentales para su creación, difusión y correcto funcionamiento en cuanto curso universitario. Esta complejidad del rol investigador-profesor es también una de las limitaciones previstas por Simon (2000).

En cuanto a lo segundo, en nuestro caso, además del investigador a cargo y la investigadora asesora del proyecto, requerimos un investigador-observador. Para su elección consideramos –entre otros– aspectos como: disponibilidad y disposición para participar en todas las sesiones de trabajo y de análisis, experiencia como formador de profesores de

matemáticas, e interés/conocimiento sobre el proyecto y la línea de investigación en cuestión. Esto deja de manifiesto que, aunada a la falta de beneficios, los requisitos y funciones de los observadores pueden constituir un verdadero obstáculo en la integración del equipo de investigación en este tipo de experimentos.

En suma, con la comunicación del diseño inicial de nuestro experimento de desarrollo del profesorado esperamos, conforme a los objetivos propuestos, dar a conocer y ejemplificar esta alternativa metodológica, en particular con la comunidad de personas que investigan sobre el conocimiento del profesorado en formación inicial y continua, así como con quienes ejercen como formadores de profesores; y motivar ejercicios de comunicación similares, abiertos y centrados en los procesos de investigación en nuestra disciplina, no solo en sus resultados.

6. REFERENCIAS

- Buendía, G. (2022). Participando en comunidades de investigación: ¿por qué importa publicar? *Investigación e Innovación en Matemática Educativa*, 7, 1-3. <https://doi.org/10.46618/iime.126>
- Cáceres, P. (2003). Análisis cualitativo de contenido: una alternativa metodológica alcanzable. *Psicoperspectivas. Individuo y Sociedad*, 2(1), 53-82. <https://dx.doi.org/10.5027/psicoperspectivas-Vol2-Issue1-fulltext-3>
- Cantoral, R., Farfán, R., Cordero, F., Alanís, J., Rodríguez, R. y Garza, A. (2005). Capítulo 2: Delimitación teórica. Diversas aproximaciones al aprendizaje en matemáticas. En R. Cantoral, R. Farfán, F. Cordero, J. Alanís, R. Rodríguez y A. Garza (Eds.), *Desarrollo del pensamiento matemático* (pp. 25-32). Trillas.
- Cobb, P., Confrey, J., DiSessa, A., Lehrer, R. y Schauble, L. (2003). Design experiment in Educational Research. *Educational Researcher*, 32(1), 9-13. <https://doi.org/10.3102/0013189X032001009>
- Collins, A., Joseph, D. y Bielaczyc, K. (2004). Design research: Theoretical and methodological issues. *Journal of the Learning Sciences*, 13(1), 15-42. https://doi.org/10.1207/s15327809jls1301_2
- Cruz-Márquez, G. (2018). De Sirio a Ptolomeo: una problematización de las nociones trigonométricas [Tesis de maestría no publicada]. Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del Instituto Politécnico Nacional. <https://doi.org/10.13140/RG.2.2.18095.64166>

- Cruz-Márquez, G. y Montiel-Espinosa, G. (2022). Medición indirecta de distancias y el trabajo geométrico en la construcción de las nociones trigonométricas. *Acta Scientiae*, 24(4), 81-108. <https://doi.org/10.17648/acta.scientiae.6911>
- Cruz-Márquez, G. y Montiel-Espinosa, G. (en prensa-a). Medición indirecta de distancias y los significados de las nociones trigonométricas del profesorado de matemáticas en formación inicial. *Revista Interuniversitaria de Formación del Profesorado (RIFOP)*.
- Cruz-Márquez, G. y Montiel-Espinosa, G. (en prensa-b). Conocimientos del profesorado de matemáticas en formación inicial: una revisión bibliográfica sistematizada. *Revista Perspectiva Educativa. Formación de Profesores*.
- Gómez, P. y Lupiáñez, J. L. (2007). Trayectorias hipotéticas de aprendizaje en la formación inicial de profesores de matemáticas de secundaria. *PNA*, 1(2), 79-98. <https://doi.org/10.30827/pna.v1i2.6214>
- López-Acosta, L. (2016). *Generalización de patrones. Una Trayectoria hipotética de aprendizaje basada en el pensamiento y lenguaje variacional* [Tesis de maestría no publicada]. Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del Instituto Politécnico Nacional.
- Mercado, R. (2002). *Los saberes docentes como construcción social. La enseñanza centrada en los niños*. Fondo de Cultura Económica.
- Molina, M., Castro, E., Molina, J. L. y Castro, E. (2011). Un acercamiento a la investigación de diseño a través de los experimentos de enseñanza. *Enseñanza de las Ciencias*, 29(1), 75-88. <https://doi.org/10.5565/rev/ec/v29n1.435>
- Montiel, G. (2013). *Desarrollo del Pensamiento Trigonométrico*. Secretaría de Educación Pública. https://educacionmediasuperior.sep.gob.mx/work/models/sems/Resource/6586/1/images/desarrollo_del_pensamiento_trigonometrico_baja.pdf
- Montiel, G. y Jácome, G. (2014). Significados trigonométricos en el profesor. *Boletim de Educação Matemática*, 28(50), 1193-1216. <http://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v28n50a10>
- Montiel, G. y Scholz, G. (2021). Entre la razón y la función: construcción de significados sobre la relación trigonométrica en bachillerato. *Uno: Revista de didáctica de las matemáticas*, (91), 10-17.
- Ponte, J. P. y Chapman, O. (2006). Mathematics teachers' knowledge and practices. En A. Gutiérrez & P. Boero (Eds.), *Handbook of research on the psychology of mathematics education: past, present, and future* (pp. 461-494). Sense Publishers.
- Simon, M. A. (2000). Research on the development of mathematics teacher: The teacher development experiment. In A. E. Kelly y R. A. Lesh (Eds.), *Handbook of research design in mathematics and science education* (pp. 335-359). Lawrence Erlbaum Associates.
- Steffe, L. y Thompson, P. (2000). Teaching experiment methodology: Underlying principles

- and essential elements. In A. E. Kelly y R. A. Lesh (Eds.), *Handbook of research design in mathematics and science education* (pp. 267-306). Lawrence Erlbaum Associates.
- Valverde, G. (2012). *Competencias matemáticas promovidas desde la razón y la proporcionalidad en la formación inicial de maestros* [Tesis de doctorado no publicada]. Universidad de Granada. <http://hdl.handle.net/10481/23890>
- Valverde, G. (2014). Experimentos de enseñanza: una alternativa metodológica para investigar en el contexto de la formación inicial de docentes. *Revista Electrónica Actualidades Investigativas en Educación*, 14(3). <https://doi.org/10.15517/AIE.V14I3.16095>
- van Dijk, W., Schatschneider, C. y Hart, SA (2021). Ciencia Abierta en Ciencias de la Educación. *Revista de discapacidades de aprendizaje*, 54 (2), 139–152. <https://doi.org/10.1177/0022219420945267>