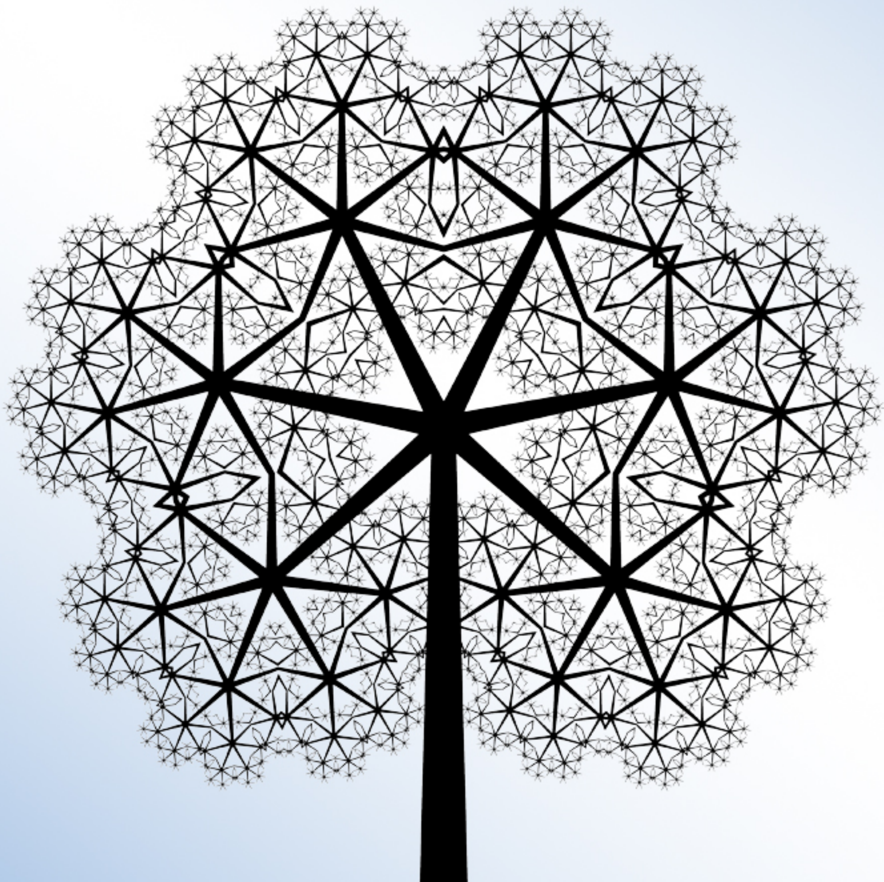
Investigación e Innovación en Matemática Educativa

Vol. 2, Núm.2, 2017



Red Cimates

Red de Centros de Investigación en Matemática Educativa A. C.

Red
Cimates

Red de Centros de Investigación en Matemática Educativa A.C.

INVESTIGACIÓN E INNOVACIÓN EN MATEMÁTICA EDUCATIVA, Volumen 2, Número 2, XIX EIME, 2017, es una publicación periódica editada por la Red de Centros de Investigación en Matemática Educativa, A. C., calle 19 A 350, Col. Fraccionamiento Pedregales de Lindavista, C. P. 97219. http://revistaiime.org. Correo: comite.editorial.red.cimates@gmail.com. Editoras responsables de este número: Blanca Rosa Ruiz Hernández, Carolina Carrillo García. Reserva de Derechos al Uso Exclusivo No. 04-2019-010811252500-203, ISSN: 2594-1046, ambos otorgados por el Instituto Nacional del Derecho de Autor. Responsable de la última actualización de este número, Red de Centros de Investigación en Matemática Educativa A. C., Gabriela Buendía Abalos. Fecha de última modificación: 4 de febrero de 2020.

CONTENIDO

ISSN: 2594-1046

ISSN: 2594-1046

ISSN: 2594-1046

ISSN: 2594-1046

PRESENTACIÓN

Este Número 2 del Volumen 2 de la Revista de Investigación e Innovación en Matemática Educativa (IIME) reune la segunda parte de los trabajos en extenso presentados en la XIX Escuela de Invierno en Matemática Educativa: Reportes de Investigación y Carteles.

Las responsables de este volumen agradecen a las comisiones del Comité Organizador de la XIX EIME su trabajo y el acceso a la información a fin de que dichos trabajos pudieran ser reunidos en este número:

Reportes de Investigación: Darly Alina Kú Euán, Eduardo Carlos Briceño Solís y José Iván López Flores

Carteles: David Zaldívar Rojas y Gessure Abisaí Espino Flores

Las editoras

REPORTES DE INVESTIGACIÓN

INNOVACIÓN EN INVESTIGACIÓN EN MATEMÁTICA EDUCATIVA.

RED DE CENTROS DE INVESTIGACIÓN EN MATEMÁTICA EDUCATIVA AC (2017) VOL. 2, NÚM. 2

ISSN: 2594-1046

Conexión entre Derivada e Integral en el Registro Algebraico en Bachillerato

Javier García-García
Universidad Autónoma de Guerrero, libra_r75@hotmail.com

Crisólogo Dolores Flores
Universidad Autónoma de Guerrero, cdolores2@gmail.com

Resumen

El trabajo que se presenta responde a la pregunta ¿Qué conexiones establecen los estudiantes de bachillerato entre la derivada y la integral? Utilizamos un marco conceptual y el análisis temático Braun & Clarke para analizar los datos que se obtuvieron mediante entrevistas basadas en tareas. Los resultados que se presentan corresponden a las producciones de ocho estudiantes de bachillerato en el registro algebraico, aunque el proyecto general del cual se desprende este trabajo abarca los registros gráfico y verbal (problemas en contexto) y una población más amplia. Las producciones de los estudiantes permiten establecer siete temas que agrupan a 30 códigos que se construyeron a partir de las narrativas de los estudiantes. Estos códigos se corresponden con 94 conexiones que los bachilleres establecen. Entre éstas, las de mayor frecuencia son: la derivada de una función polinomial de la forma $f(x) = au^n$ se obtiene aplicando la fórmula $f'(x) = anu^{n-1}$, la integral y la derivada son operaciones inversas, la derivada de la integral de una función (polinomial) $f(x)$ es igual a la misma función $f(x)$ y, la integral de una función $f(x)$ es el área bajo la curva $f(x)$.

Palabras clave: conexión, derivada, integral, bachillerato, reversibilidad.

1. INTRODUCCIÓN

Las conexiones matemáticas implican una relación entre distintos objetos matemáticos, lo cual debiera permitir que las matemáticas sean vistas como un campo integrado y no como una colección de partes separadas, que es como la ven los estudiantes (Evitts, 2004; Mwakapenda, 2008; Jaijan y Loipha, 2012) y como es presentada cuando es objeto de enseñanza. También pueden darse entre contenidos matemáticos y otras disciplinas o con la resolución de problemas planteados en diversos contextos. Las conexiones deben ser desarrolladas en los estudiantes porque les permitiría mejorar su comprensión matemática (Mhlolo, 2012; Eli, Mohr-Schroeder y Lee, 2011). Por ello, asumimos que el aprendizaje de las matemáticas está fuertemente ligado con las conexiones que los alumnos logren establecer.

El estudio de las conexiones matemáticas tuvo un auge en la investigación desde que la *National Council of Teachers of Mathematics* (NCTM, 1991) las incorporó como parte de los estándares curriculares. Desde entonces se han estudiado desde diversas perspectivas, así como en diferentes áreas de la Matemática (Yoon, Dreyfus & Thomas, 2010; Lockwood, 2011; Mhlolo, Venkat & Schäfer, 2012;

Jaijan & Loipha, 2012; Eli *et al*., 2011, 2013; Park, Park, Park, Cho & Lee, 2013; Özgen, 2013). Por ejemplo, Yoon *et al*. (2010) por medio del modelado promueven la conexión de la matemática entre la integral y las situaciones de vida real. Ellos plantean que las conexiones se construyen a partir de conocimientos previos y del tratamiento que se le da al contenido, además refieren que tratar sólo el contexto físico limita el significado, así como la modelación en otros contextos. Por su parte, Park *et al*. (2013) señalan que la conceptualización en Cálculo permite la construcción de varias representaciones e interpretaciones. Sin embargo, si no se tiene desarrollada la habilidad para construir modelos matemáticos se pueden presentar dificultades en cuanto a la comprensión del problema (lenguaje, uso de la información dada, identificación de las variables, etc.), con la identificación y uso de fórmulas (Klymchuk, Zverkova, Gruenwald & Sauerbier, 2010).

Hoy día, las conexiones matemáticas siguen siendo un estándar importante en el currículo norteamericano (NCTM, 2014); pero además juegan un papel importante en planes de estudio de otros países, por ejemplo en Sudáfrica (Mwakapenda, 2008). Asimismo, en los programas de bachillerato mexicano correspondientes a Matemáticas, también se promueve el uso y desarrollo de las conexiones matemáticas en los estudiantes, aunque reciben el nombre de "relaciones" (DGB, 2013a, 2013b). Por tanto, las conexiones son una demanda actual del currículo tanto mexicano, como de otros países. Por otra parte, dos conceptos claves del Cálculo son: la derivada y la integral, que desde el punto de vista histórico se desarrollaron de manera separada. El primero tuvo su origen en el problema de las tangentes y, la integral en el cálculo de áreas de superficies con lados curvos. La conexión entre estos problemas como procesos inversos la descubrió Isaac Barrow (1630-1677) (Stewart, 2010) y, en el plano matemático la relación entre ambos está cifrada por el Teorema Fundamental del Cálculo (TFC). Sin embargo, cuando la derivada y la integral son objeto de enseñanza-aprendizaje asumimos que esta conexión no se hace evidente, entre otras razones porque el Cálculo Diferencial y el Cálculo Integral se estudian de manera separada en bachillerato, incluso en el nivel superior (en algunos programas educativos).

En la literatura, los estudios en educación matemática sobre la derivada e integral se realizan generalmente centrando la atención en sólo uno de ellos, y sus objetivos se enfocan principalmente en la mejoría de su comprensión. En este sentido, Berry & Neyman (2003) y Haciomeroglu, Aspinwall & Presmeg (2010), interesados en la comprensión de la gráfica de la derivada, estudian la conexión entre la gráfica de una función derivada y las propiedades de la función primitiva. Berry & Neyman encontraron que los estudiantes establecen conexiones muy elementales a pesar de que usan calculadoras graficadoras, pues sólo se quedan con la idea de cómo influye el signo de las pendientes respecto de la función original. Asimismo, Hong & Thomas (2015) promueven la vinculación de la representación numérica y simbólica a la representación gráfica de manera que permita una exploración epistémica de la relación entre la gráfica, la pendiente de la recta tangente y la derivada. Como resultado encuentran una fuerte insistencia al uso de la representación algebraica; mismo resultado encuentran Dawkins & Mendoza (2014) cuando los estudiantes resuelven problemas presentados en diversos registros. A pesar de que en el estudiante predomine el registro algebraico en la resolución de problemas, según Mamolo & Zazkis (2012), éste no es comprendido en su totalidad, pues existe una falta de apreciación en la estructura matemática de las fórmulas o algoritmos. En las investigaciones sobre la derivada y la integral, si bien se preocupan por la comprensión de estos conceptos y reconocen la relación que los une, no es objetivo de ninguna de ellas estudiar esa conexión.

Nuestro aporte contribuirá a cubrir este hueco relativo a la ausencia de investigaciones que estudien las conexiones entre la derivada y la integral. Asimismo otras justificaciones, por lo cual elegimos nuestro tema de investigación son: las conexiones matemáticas permiten mejorar la compresión matemática (Mhlolo, 2012; Eli *et al*., 2011; Godino, Batanero y Font, 2003), la literatura internacional apunta que es importante estudiarlas y, tercero, el currículum actual lo demanda. Enfocarnos en el campo del cálculo es porque se observa una desatención en esta área en cuanto a conexiones se refiere. Los resultados pueden plantear nuevas interrogantes sobre las conexiones en este campo, se puede plantear un marco teórico para caracterizar las conexiones porque no existen categorías predefinidas para estudiarlas y finalmente, porque podríamos obtener datos que nos ayuden a diseñar una intervención docente que permita desarrollar en los estudiantes la habilidad de trabajar las conexiones en situación escolar.

Por lo expuesto anteriormente, identificamos la importancia de estudiar las conexiones matemáticas, por un lado, y los dos conceptos clave del Cálculo, por el otro. En particular, la pregunta de investigación a la cual damos respuesta en este escrito es: ¿Qué conexiones establecen los estudiantes de bachillerato entre la derivada y la integral en el registro algebraico? Y como objetivo, caracterizar esas conexiones que establecen. La razón de elegir al registro algebraico obedece a que, en situación escolar, en su mayoría es en donde descansa la enseñanza dirigida por los profesores; sin embargo, en un proyecto más general (actualmente en curso) exploramos lo que hacen los estudiantes en otros registros.

2. MARCO CONCEPTUAL

Businskas (2008) concibe a las conexiones matemáticas en dos sentidos, por un lado, como aquellas relaciones sobre la base de las cuales está estructurada la matemática y son independientes del estudiante, por otro lado, como las relaciones a través de las cuales los procesos del pensamiento construyen la matemática. Evitts (2004) es coincidente con esta última idea; plantea que el conocimiento conectado se puede describir en términos de su construcción personal y significado, la multiplicidad de vínculos entre los conceptos y procedimientos, y el poder derivado de conocer las conexiones. De este modo, los conceptos quedan constituidos por una red de definiciones y de propiedades que los relacionan (De Gamboa y Figueiras, 2014), que pueden utilizarse para vincular los temas matemáticos o bien como una relación causal o lógica o de interdependencia entre dos entidades matemáticas.

Se pueden hacer conexiones con el mundo cotidiano, con los conocimientos previos, con los contextos familiares dentro y fuera de la escuela, con diversos temas matemáticos, con otras disciplinas, con el pasado y el futuro (Begg, 2001; Presmeg, 2006; NTCM, 2014). O, como lo sugiere Garbín (2005), las conexiones matemáticas permiten identificar y establecer relaciones entre los problemas, en cuanto a lenguaje matemático y registro de representación semiótica se refiere, y reconocer los contextos (conceptual y global) de los problemas, de manera que permita una influencia mutua dando lugar a respuestas coherentes asociadas a los problemas.

En particular en este trabajo entendemos a las conexiones matemáticas como un proceso cognitivo mediante el cual una persona relaciona o asocia dos o más ideas, conceptos, definiciones, teoremas, procedimientos, representaciones y significados entre sí, con otras disciplinas y con la vida real. Éstas son funcionales en el momento de resolver situaciones intramatemáticas y extramatemáticas; la forma de identificar su presencia es mediante la verbalización que utiliza al estudiante al explicar las acciones que realiza frente a actividades concretas.

Para estudiar las conexiones matemáticas, elaboramos un marco preliminar (Fig. 1) para caracterizarlas guiados por las ideas propuestas en Businskas (2008), Evitts (2004) y de la NCTM (2014). Este marco reconoce dos grandes tipos de conexiones: extramatemáticas e intramatemáticas. Las extramatemáticas establecen una relación (de un concepto o modelo matemático) con un problema en contexto (es decir, no matemático) o viceversa; mientras que las intramatemáticas son aquellas que se producen en la vertiente interna de las matemáticas. Según la tipología, a su vez se pueden subclasificar (Figura 1).

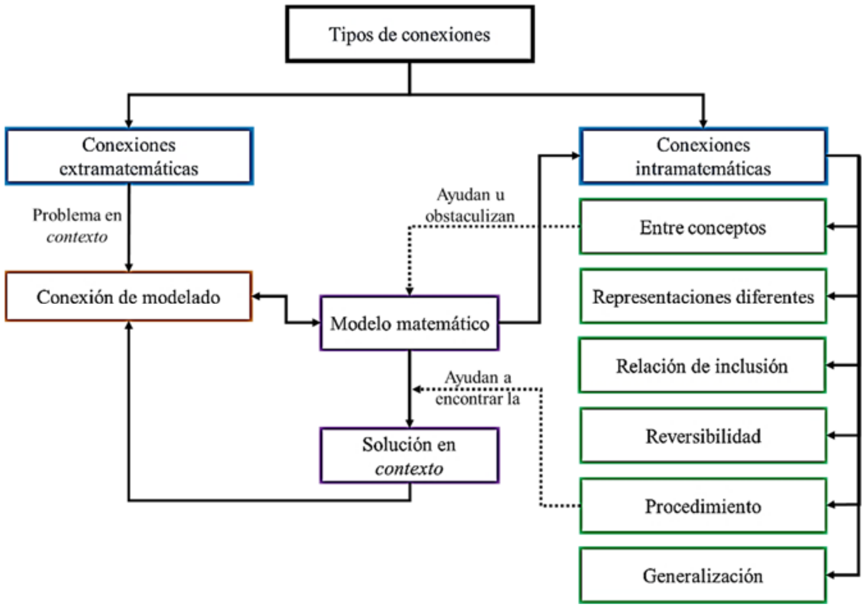


Figura 1. Categorías para estudiar las conexiones matemáticas.

Las conexiones propuestas en la Figura 1 se describen enseguida:

- *Conexión de modelado*: puede ser caracterizado por la interacción de la información del mundo real con una representación matemática apropiada (Evitts, 2004). Se presenta cuando el estudiante, partiendo de un problema en contexto, construye un modelo matemático para darle solución.
- *Conexión entre conceptos matemáticos*: contribuyen a la concepción de las matemáticas como un todo integrado (Evitts, 2004). Se identifica cuando un estudiante relaciona un concepto A con uno B, ya sea para argumentar su repuesta ante un problema dado, o bien, para explicar un concepto C. Por ejemplo, al trabajar el Teorema Fundamental del Cálculo (TFC), los conceptos que se pueden conectar son: la noción de área, función, límites, derivadas y antiderivadas.
- *Representaciones diferentes*: pueden ser de dos tipos: representaciones alternas o equivalentes. A es una representación alterna de B, si ambas están expresadas en dos formas

diferentes (verbal-algebraica, algebraica-geométrica, verbal-geométrica, etc.). En cambio, A es una representación equivalente de B cuando ambas están expresadas en dos formas diferentes, pero dentro de una misma representación (algebraica-algebraica, verbal-verbal, etc.). Por ejemplo, $f(x) = x^2 + 2x + 1$ es una función y una representación equivalente de ella es $f(x) = (x + 1)^2$, mientras que una representación alterna de esta función es cuando se construye una parábola en el plano cartesiano con vértice en $(-1,0)$.

- *Conexión de inclusión*: A es incluido en (es un componente de) B; B incluye (contiene) a. Esta es una relación jerárquica entre dos conceptos. Por ejemplo, un punto es parte de una recta o una recta se compone de una infinidad de puntos.
- *Conexión de reversibilidad*: Haciomeroglu *et al*. (2009) indica que la reversibilidad se refiere a la capacidad de establecer relaciones bidireccionales en oposición a las relaciones de un solo sentido que funcionan sólo en una dirección. Por tanto, para nuestros propósitos diremos que el estudiante realiza la conexión de reversibilidad si es capaz de reconocer y utilizar el hecho de que $f(x)$ y $f'(x)$ son procesos inversos.
- *Conexión procedimental*: A es un procedimiento usado cuando trabajamos con un objeto B. Por ejemplo, utilizar la fórmula $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ como vía para encontrar la pendiente de una recta. Asimismo, una gráfica puede servir para identificar algunos elementos de una función, es decir, puede ser utilizada como procedimiento para identificar puntos máximos, mínimos, concavidades, punto de inflexión, etc.
- *Conexión de generalización*: A es una generalización de B; B es un caso específico (ejemplo) de A. Ésta es otro tipo de relación jerárquica. Por ejemplo, $ax^2 + bx + c = 0$ es una generalización de $2x^2 - 7x + 3 = 0$.

Como se aprecia en el marco preliminar, las representaciones asociadas a los conceptos (Businskas, 2008; Koestler, Felton, Bieda & Otten 2013; NCTM, 2014) y sus relaciones son un aspecto importante de las conexiones matemáticas. Aceptamos que las representaciones semióticas son un medio de exteriorización de las representaciones mentales para fines de comunicación; es decir, para volverlas visibles o accesibles a otros. Así, se pueden tener representaciones radicalmente diferentes del mismo objeto. Esto debe ser percibido por el alumno, al hacerlo estará estableciendo un tipo de conexión que nosotros denominamos representaciones diferentes.

3. METODOLOGÍA

La presente investigación es de tipo cualitativa y empleó como método para la colecta de datos a las entrevistas basada en tareas (*Task-based interviews*). De acuerdo con Goldin (2000):

> La entrevista basada en tareas para el estudio del comportamiento matemático involucra mínimamente un sujeto (el solucionador del problema) y un entrevistador (el clínico), interactuando en relación con una o más tareas (preguntas, problemas o actividades) presentado al sujeto por el clínico en una forma pre planeada (p. 519).

En ese mismo sentido, Goldin afirma que, analizando el comportamiento verbal y no verbal o interacciones, el investigador espera hacer inferencias acerca del pensamiento matemático, aprendizaje y/o resolución de problemas del sujeto. Por su parte, Assad (2015) señala que las entrevistas basadas en tareas proporcionan oportunidades para evaluar el conocimiento conceptual de los estudiantes, pero también para extender esa comprensión. Según Assad, el protocolo de la entrevista puede estar estructurado con indicaciones y las respuestas previstas de antemano por el entrevistador, o puede ser semiestructurada, lo que permite que el entrevistador juzgue la respuesta adecuada al razonamiento matemático de los estudiantes. En algunos casos, las entrevistas pueden incluir pequeños grupos de estudiantes o los problemas pueden ser abiertos. A través de las preguntas, el entrevistador puede motivar a los estudiantes a autocorregirse cuando cometen errores o para ampliar o generalizar un problema. A través de la entrevista, se anima a los estudiantes a examinar sus propias estrategias y su propio pensamiento matemático, extendiendo así su comprensión conceptual de la situación (Assad, 2015).

Las entrevistas basadas en tareas permiten a los investigadores observar, registrar e interpretar comportamientos complejos y patrones en el comportamiento, incluyendo las palabras dichas por los sujetos, voces (interjections), movimientos, escritura, dibujos, acciones en y con materiales externos, gestos, expresiones faciales, etc. (Goldin, 2000).

3.1. Diseño de entrevistas basadas en tareas

Nosotros utilizamos como protocolo un cuestionario semiestructurado (previamente validado) que incorporó actividades planteadas en el registro algebraico, gráfico y verbal; pero aquí sólo damos cuenta de las producciones para el primero. A los participantes se les proporcionaron hojas con las operaciones a realizar, mientras el investigador hacía preguntas auxiliares para identificar en qué estaba pensando el estudiante para hacer lo que hacía, el procedimiento que seguía, así como el significado de sus resultados. La actividad fue video y audio grabada para su posterior análisis. Las entrevistas fueron transcritas totalmente para tener las narrativas de los estudiantes y que serían objeto de análisis.

3.2. Participantes

Los resultados que se reportan corresponden a las producciones de ocho estudiantes (que participaron voluntariamente) de un bachillerato ubicado en la región Centro del Estado de Guerrero, cuyas edades oscilaban entre 17 y 18 años. Todos ya habían cursado y aprobado Cálculo Diferencial e Integral. Las entrevistas se realizaron en un día hábil del mes de mayo de 2016. Cada entrevista duró entre 60 y 120 minutos.

4. ANÁLISIS DE LOS DATOS

Para analizar los datos utilizamos el análisis temático (Braun & Clarke, 2006, 2012). El objetivo de un análisis temático es identificar patrones de significados (temas) a través de un conjunto de datos proporcionados por las respuestas a la pregunta de investigación planteada. Según Braun y Clarke (2006) "un tema capta algo importante acerca de los datos en relación a la pregunta de investigación y representa cierto nivel de patrón respuesta o significado dentro del conjunto de datos (p. 86)". Los patrones se identifican a través de un proceso riguroso de familiarización de datos, codificación de datos, el desarrollo del tema y revisión.

Entre las ventajas del análisis temático destaca que es un método flexible, es decir, que puede ser utilizado para una amplia gama de marcos teóricos e incluso para diversas preguntas de investigación. Otras ventajas son que puede ser utilizado para analizar diferentes tipos de datos, es decir, permite el trabajo con grandes o pequeños conjuntos de datos; y finalmente, puede ser aplicado para producir análisis basado en datos (data-driven) o dirigido por la teoría (theory-driven) (Clarke & Braun, 2012). Este método se estructura en seis fases (Braun & Clarke, 2006) que son las siguientes:

- Fase 1. *Familiarizarse con los datos*. Para esto se hizo una lectura general de las narrativas de todos los estudiantes. Esto fue importante porque nos dio ideas de posibles códigos iniciales.
- Fase 2. *Generar códigos iniciales*. Con base en la lectura previa de las narrativas y la definición de conexiones que estamos adoptando en este trabajo, establecimos códigos

iniciales para hacer una primera clasificación. Buscamos en las narrativas frases o palabras donde se infirieron conexiones que los alumnos establecieron.

- Fase 3. *Buscar temas*. Creamos, asignamos y modificamos códigos para comprender sus relaciones y establecer familia de códigos (temas potenciales). Una vez establecidos los códigos iniciales, contrastamos los extractos asociados a cada uno de ellos para buscar temas entre los códigos. Un tema está formado por más de un código o bien por sólo uno, según las evidencias que aportaron los datos.
- Fase 4. *Revisión de los temas*. Los temas fueron discutidos y se hizo la triangulación de datos (desde la fase 1) con profesionales de la Matemática Educativa con experiencia en la investigación. Algunos temas iniciales sufrieron algunas modificaciones en el título o descripción. Asimismo, establecimos agrupaciones de temas iniciales y eliminamos temas que no tenían suficiente evidencia para englobar las ideas de los estudiantes, y en su caso, generamos nuevos temas.
- Fase 5. *Definición y nombre de los temas*. En sesiones de trabajo se hizo la triangulación de los resultados y la redacción de la descripción de cada tipo de conexión que identificamos a partir de los datos. Definimos los títulos que englobaron las ideas principales de cada una y agrupamos según tipología.
- Fase 6. *Elaboración del informe*. Finalmente, se hizo el reporte final del estudio.

Para llevar a cabo el análisis de datos, consideraremos el tiempo suficiente para hacer la triangulación de datos y así obtener los temas que realmente capturen los patrones que los datos ofrezcan.

5. PRESENTACIÓN DE LOS RESULTADOS

Los resultados que se detallan enseguida corresponden a ocho estudiantes (E1, E2,…, E8). Identificamos 94 conexiones en las producciones de los participantes, éstas las agrupamos en siete grupos: las asociadas con la naturaleza de una función, de una derivada, de una derivada puntual, de la integral, acerca de la constante de integración y diferencial, sobre el TFC y, finalmente las conexiones existentes entre la derivada y la integral (Tabla 1) que constituyen nuestros temas.

ISSN: 2594-1046

Temas:	Conexiones	E1	E2	E3	E4	E5	E6	E7	E8		*F*
La naturaleza de una función	Una función polinomial se asocia con coeficientes, variables y exponentes.		•	•	•				•	4	16
	Una función cuadrática representa gráficamente una parábola.		•		•	•		•		4	
	La f precedida de un paréntesis y una variable dentro de ella significan función.	•		•			•			3	
	Una $f(x)$ igualada con una expresión algebraica es una función.		•	•		•				3	
	Una función $f(x)$ es una regla de correspondencia.				•				•	2	
Al significado y operatividad de la derivada	La derivada de una función polinomial de la forma $f(x) = au^n$ se obtiene aplicando la fórmula $f'(x) = anu^{n-1}$.	•	•	•	•	•	•	•	•	8	18
	La derivada de $f(x)$ es la pendiente de la recta tangente a ella.	•			•		•	•		4	
	La derivada de una función (polinomial) $f(x)$ es disminuir su grado en una unidad.		•	•	•					3	
	La derivada de $f(x)$ es el límite de la recta secante L a un punto $x = a$ (punto de tangencia).					•				1	
	La derivada de una función se aplica en física (por ejemplo, para calcular la aceleración).		•							1	
	La derivada de una función $f(x)$ de segundo grado es una recta que describe todas las pendientes de la curva $f(x)$.						•			1	
Al significado de una derivada	La derivada de una función polinomial $f(x)$ en $x = a$ significa un punto en una gráfica o se asocia con pares ordenados.		•			•				2	4
	La derivada de una función polinomial $f(x)$ en $x = a$ representa un punto de tangencia.				•			•		2	
Al significado y operatividad de la integral	La integral de una función $f(x)$ es el área bajo la curva $f(x)$.	•	•		•	•	•	•		6	16
	La integral de una función polinomial de la forma $f'(x) = au^n$ se obtiene aplicando la fórmula $f(x) = \frac{au^{n+1}}{n+1} + C$.	•		•		•	•		•	5	
	La integral es una aproximación al área mediante rectángulos inscritos (acumulación de áreas).					•		•		2	
	La integral de una función derivada $f'(x)$ es la función $f(x)$.				•			•		2	

ISSN: 2594-1046

	La integral permite resolver problemas en contexto.			•						1	
Al significado de la constante de integración y de la diferencial	La constante de integración significa una familia de primitivas.	•					•			2	7
	La diferencial d*x* en una integral indica en base a qué variable se debe integrar.					•	•			2	
	Al resultado de una derivada se le añade d*x* que indica que el resultado es producto de una derivada.	•	•							2	
	La constante de integración significa áreas faltantes cuando se obtiene el área bajo una curva $f(x)$ por acumulación.					•				1	
Al uso del TFC	En una integral definida al límite superior evaluado en la antiderivada de $f'(x)$ se le resta el límite inferior evaluado en la misma antiderivada.		•				•		•	3	3
A la conexión entre la derivada y la integral	La integral y la derivada son operaciones inversas.		•	•	•	•	•	•	•	7	30
	La derivada de la integral de una función (polinomial) $f(x)$ es igual a la misma función $f(x)$.	•	•	•		•	•	•	•	7	
	La derivada de la integral de una función (o viceversa) se obtiene siguiendo la jerarquía de las operaciones según lo indiquen los paréntesis o corchetes.		•	•		•	•		•	5	
	La integral de la derivada de una función (polinomial) $f(x)$ es la misma función $f(x)$.			•			•	•	•	4	
	La integral de la derivada de una función (polinomial) $f(x)$ es la misma función más una constante $f(x) + C$.	•	•			•				3	
	La diferencia entre la derivada de la integral de una función (polinomial) $f(x)$ y la integral de la derivada de la misma función (polinomial) es una constante C.	•	•			•				3	
	La derivada de la integral de una función (polinomial) $f(x)$ es igual a la integral de la derivada de esa misma función.			•						1	
	F	10	15	12	10	15	13	10	9	94	

Tabla 1: Temas y códigos asociados a las conexiones identificadas (Nota: F significa frecuencia).

En la Tabla 1 se aprecia que para el tema *La naturaleza de una función* identificamos cinco códigos (con una frecuencia de 16 repeticiones), el referente: al significado y operatividad de la derivada fueron seis códigos (con 18 repeticiones), el asociado: al significado de una derivada puntual se establecieron dos (con una frecuencia de 4), el relativo: al significado y operatividad de la integral fueron cinco códigos (con una frecuencia de 16), el asociado: al significado de la constante de integración y de la diferencial fueron cuatro códigos (con una frecuencia de 7), se identificó un código asociado al uso del TFC (con una frecuencia de 3) y, finalmente el tema: conexión entre la derivada y la integral agrupó a siete códigos (su frecuencia fue de 30). Enseguida se definen brevemente los temas y se clasifican los códigos según la tipología de conexiones que engloban de acuerdo a nuestro marco preliminar indicado en la Figura 1, sin embargo, por cuestiones de espacio sólo presentaremos algunas evidencias que soportan nuestros resultados.

5.1. La naturaleza de una función

Este tema agrupa ideas que los estudiantes presentan en relación con una función. Esto fue posible porque se les planteó una actividad concreta, se les dio la expresión $f(x) = 3x^2$ y se les pidió que dijeran qué representaba y qué elementos constituían a esa expresión. Los estudiantes le asignaron significados, características generales y su representación gráfica. Con ello, identificamos cinco códigos: la *f* precedida de un paréntesis y una variable dentro de ella significa función, matemáticamente es incorrecta porque si carece de la regla de correspondencia que permita identificar qué operación se debe realizar con la variable independiente entonces no es función. Esta idea limitada permea en 3 estudiantes y en cursos sucesivos les puede generar confusiones al momento de abordar temas que se asocien con la idea de función. Esta es una conexión inesperada que establecen los estudiantes. Los códigos: una función polinomial se asocia con coeficientes, variables y exponentes (ver extracto de la entrevista a E2) y, una función $f(x)$ es una regla de correspondencia se pueden categorizar como *conexión entre conceptos matemáticos*. Una función cuadrática representa gráficamente una parábola y, una $f(x)$ igualada con una expresión algebraica es una función, son conexiones de tipo *representaciones diferentes.*

Entrevistador: Ahí tú puedes ver una expresión f de *x* igual a algo. ¿Para ti qué representa esa expresión y cuáles son los elementos que la componen?

E2: es una función. Tiene una variable elevada al cuadrado y un coeficiente (señala los elementos que identifica)

5.2. Significado y operatividad de la derivada

Se agrupan las ideas que los estudiantes asocian con la derivada que incluyen su significado, la derivada vista como un operador, procedimiento para obtener la derivada de una función polinomial y el uso que tiene. Los seis códigos identificados en este grupo son correctos, por ejemplo, la derivada de una función se aplica en física (para calcular la aceleración) es una *conexión entre conceptos*, aunque no necesariamente entre conceptos matemáticos, porque el estudiante que lo declaró asoció la idea de derivada con la aceleración (concepto físico). Los códigos: la derivada de una función polinomial de la forma $f(x) = au^n$ se obtiene aplicando la fórmula $f'(x) = anU^{n-1}$ (ver entrevista a E5) y, la derivada de una función (polinomial) $f(x)$ es restar una unidad son *conexiones de tipo procedimental*. Los tres códigos restantes corresponden a conexiones de tipo entre *representaciones diferentes*.

Entrevistador: ¿Qué hiciste para obtener la derivada [de $f(x) = 3x^2$]?

E5: mmm… multipliqué el 3 por 2 y resulta 6 como coeficiente y… al cuadrado de la *x* se le resta la unidad; nos queda *x* a la uno.

5.3. Significado de una derivada puntual

Este tema agrupa aquellos significados que los estudiantes le asocian a la derivada en un punto $x = a$. Aquí, las evidencias permiten establecer dos códigos, donde aquél que señala: la derivada de una función polinomial $f(x)$ en $x = a$ representa un punto de tangencia (ver extracto de la entrevista a E4) es una conexión del tipo entre *representaciones diferentes,* puesto que los estudiantes que la declaran asocian el significado de la derivada en un punto con su consecuente representación gráfica. Mientras que el código: la derivada de una función polinomial $f(x)$ en $x = a$ significa un punto en una gráfica o es asociada con pares ordenados, es una idea incompleta y por ende una conexión inesperada porque estos estudiantes parecen no tener claro que el punto al que hacen referencia es el punto de tangencia. La idea de estos más bien es asociado con la idea de tabulación, es decir, para cada valor de *x* se encuentra el respectivo valor en *y*.

Entrevistador: ¿Podrías calcular la derivada en $x = 1$ [para $f(x) = 3x^2$]?

E4: Listo.

Entrevistador: ¿Tu resultado qué significa?

E4: Se supone que cuando yo le agregue el valor a *x* [a la derivada de $f(x)$], nos va a dar un punto en el que la función [derivada] va a tocar a la función original. [...] será el lugar en donde toque [la tangente].

5.4. Significado y operatividad con la integral

Las ideas que agrupa este tema están referidas al significado de integral (como área bajo la curva o la idea de acumulación) y los procedimientos para calcular integrales (con fórmula o usando su

ISSN: 2594-1046

significado). En ese sentido, el código: la integral permite resolver problemas en contexto, es una conexión *entre conceptos matemáticos,* en particular se asocia el concepto de integral con el concepto de problema, mediado por el de aplicación o uso. Mientras que los códigos: la integral de una función $f(x)$ es el área bajo la curva $f(x)$ y, la integral es una aproximación al área mediante rectángulos inscritos (acumulación de áreas) [ver extracto de la entrevista a E7], corresponden a la conexión del tipo *representaciones diferentes,* ambos casos asocian el concepto de integral con la idea de área vista en el registro gráfico. Por su parte, el código: la integral de una función polinomial de la forma $f'(x) = au^n$ se obtiene aplicando la fórmula $f(x) = \frac{au^{n+1}}{n+1} + C$, es de tipo *procedimental*, en particular quienes establecen esta conexión utilizan una fórmula como vía para obtener una integral específica. Finalmente, la integral de una función derivada $f'(x)$ es la función $f(x)$, corresponde a una *conexión de reversibilidad* entre los dos conceptos clave, objeto de estudio de nuestra investigación.

Entrevistador: para ti ¿qué es la integral?

E7: el área bajo la curva.

Entrevistador: ¿tiene algún otro significado?

E7: pues, entiendo que se calcula sumando las áreas de los rectángulos que se forman debajo de la curva.

Entrevistador: ¿podrías explicar un poquito más?

E7: por ejemplo, si tengo una función, [...] debajo de esta función se van formando los rectángulos y la suma de todos estos rectángulos es la integral.

5.5. Significado de la constante de integración y de la diferencial

Este grupo incluye las ideas que los estudiantes manifiestan en cuanto a dos componentes de la integral, a saber, la constante de integración y la diferencial que acompaña al integrando. Las evidencias permiten establecer cuatro códigos, donde el que señala: la constante de integración significa una familia de primitivas, es una conexión de tipo *representaciones diferentes* porque asocian un signo (C) con su representación en el registro gráfico, pero también se asocia con la *conexión de generalización* porque la C indica una infinidad de primitivas. Por su parte: la diferencial dx en una integral indica con base en qué variable se debe integrar (ver extracto de la entrevista a E6), también puede ser caracterizada como una conexión *entre representaciones diferentes*, porque los estudiantes que la establecen asocian una representación algebraica con una verbal (la idea de integrar). Los dos códigos restantes obtenidos en este grupo corresponden a conexiones inesperadas y matemáticamente incorrectas.

Entrevistador: ¿Sabes qué significa la constante (se le señala la constante de integración que él añade al resultado que obtiene para una integral indefinida)?

E6: El valor que puede tomar [la primitiva] porque no es definido.

Entrevistador: ¿Sabes qué significa esa d*x* que la agregaste?

E6: Diferencial de *x*.

Entrevistador: Pero ¿tiene algún otro significado o por qué se le agrega?

E6: Porque es en lo que tienes que valorar en *x*, por ejemplo, si tuvieras otra variable podría ser diferencial de *t*, diferencial de *k*, siempre va a estar referida al valor de la variable. Si tuviera otra constante sólo se evaluaría (se integraría con respecto a) *x*.

5.6. Uso del Teorema Fundamental del Cálculo

Este tema incluye a un solo código que está referido al uso práctico del TFC cuando se resuelve una integral definida. El código se asocia con la conexión de tipo *procedimental*, y tal como emplean los estudiantes al TFC matemáticamente es correcto (por ejemplo, ver extracto de E6) aunque en ningún momento nombran al citado teorema. Es destacable el hecho de que, de los ocho estudiantes, solamente en 3 de ellos se identifica su correcto uso. No obstante, E8 no asocia a la integral con el área bajo una curva. En este caso, el estudiante establece correctamente la conexión procedimental, pero no asocia significado a su resultado.

Entrevistador: ¿Puedes obtener el resultado de la operación indicada (la integral definida de 6*x* desde *x* = 1 hasta para un valor *x* cualquiera)?

E6: sí (realiza la operación indicada. Obtiene como resultado $3x^2 - 3$).

Entrevistador: Me puedes indicar ¿Qué hiciste para obtener el resultado?

E6: Sí, ésta es una integral definida porque tiene dos valores (límites de integración). Igual que como el mismo procedimiento de arriba, el 6 es una constante se tiene que sacar (del signo integral) y se integra la variable (*x*) que se le suma 1, quedaría *x* cuadrada sobre dos. El 6 es divisible entre 2 y quedaría 3 equis cuadrada. Como tiene los valores de arriba (límites de integración), se pone primero el valor de arriba en lugar de la *x* y después se le resta el valor de abajo [evaluado en la antiderivada].

5.7. Conexión entre la derivada y la integral

Nuestros datos permiten establecer este tema que agrupa siete códigos. Todos ellos hacen referencia a la relación que los estudiantes declaran existir entre la derivada y la integral. En su mayoría corresponden a la *conexión de reversibilidad* (ver extracto de E2). Sin embargo, hay estudiantes que consideran que: la diferencia entre la derivada de la integral de una función (polinomial) $f(x)$ y la integral de la derivada de la misma función (polinomial) es una constante C; esto se debe a que ellos establecen previamente la conexión: la integral de la derivada de una función (polinomial) $f(x)$ es la misma función más una constante $f(x) + C$ (Tabla 1). Estas conexiones, a su vez, se explican en parte porque ellos consideran que: la derivada de la integral de una función (o viceversa) se obtiene siguiendo la jerarquía de las operaciones según lo indiquen los paréntesis o corchetes. Ésta última es una conexión que los alumnos establecen como resultado de la enseñanza que recibieron. Ellos saben que cuando existen simultáneamente dos o más operaciones (como la derivada y la integral), se debe seguir la jerarquía de éstas para obtener un resultado matemático correcto. No obstante, pese a que algunos establecen esta conexión también reconocen la reversibilidad entre la derivada e integral y en sus resultados consideran que $\int \left[\frac{d}{dx} f(x)\right] dx = \frac{d}{dx}\left[\int f(x)dx\right] = f(x)$, aunque tres consideren que esta relación no es totalmente cierta porque hay una constante que hace que sean diferentes.

Entrevistador: ¿conoces otra vía para llegar a ese mismo resultado (se le señala a $3x^2$ que obtuvo al calcular $\frac{d}{dx}\left[\int 3x^2\, dx\right]$) sin necesidad de hacer esos cálculos?

E2: ¡ah, ya! Pues es que aquí está derivando y ésta es una integral (señala los componentes que menciona); por lo tanto, por así decirlo, se anularían y entonces quedaría lo mismo.

Entrevistador: entonces ¿cuál sería tu resultado?

E2: lo mismo (indica su respuesta $3x^2$), porque este resultado que está aquí es lo mismo que esta acá (la función original dada).

Entrevistador: y ¿cuál es la explicación?

E2: que una derivada y una integral son operaciones opuestas, por ejemplo, si tienes un número que está de un lado multiplicando pasa al otro lado dividiendo… lo interpreto como algo así. Se anulan. ¡Ah, ya! Por ejemplo, es como si tuvieras una equis cuadrada y una raíz, se cancelan y queda sólo la equis.

6. DISCUSIÓN

Los resultados observados en las producciones de los estudiantes permiten plantear algunas reflexiones. Las conexiones más comunes que emergen son las de representaciones diferentes, la procedimental (utilizando principalmente fórmulas aprendidas en cálculo diferencial o integral), entre conceptos matemáticos (esta conexión también se da entre conceptos matemáticos y no matemáticos) y, la conexión de reversibilidad. Estos datos son consistentes con lo reportado por Mhlolo *et al*. (2012) en el sentido de que se hace uso de diferentes representaciones en diferentes categorías. En cambio, la conexión que se presenta con menor frecuencia es la de generalización y la única que no identificamos fue la de inclusión. Los resultados también indican que hay persistencia en el uso del símbolo algebraico

(Hong & Thomas, 2015), pero en ocasiones los estudiantes no le asocian significado a sus cálculos, por ejemplo, al resultado de calcular la derivada en un punto o el de una integral definida.

La conexión de reversibilidad se identifica en las producciones de siete estudiantes, sin embargo, en uno de ellos parece ser que es un conocimiento sin uso, porque en sus cálculos da cuenta de que la diferencia entre la derivada de la integral de una función (polinomial) $f(x)$ y la integral de la derivada de la misma función (polinomial) es una constante C. Es decir, este estudiante como producto de la enseñanza recibida indica verbalmente que en efecto la derivada y la integral son operaciones inversas, sin embargo, al momento de hacer cálculos no sabe cómo utilizar esta conexión (que en teoría sí establece). Esto también se debe en parte a la práctica de los profesores que provoca en los estudiantes la creencia de que en las clases de Cálculo diferencial e integral se debe aprender a calcular derivadas e integrales, aunque no tengan significado alguno. El fin último es llegar a un resultado algebraico correcto, aplicando fórmulas y jerarquía de las operaciones, sin buscar desarrollar en el estudiante el pensamiento y lenguaje variacional.

Por otra parte, nuestros resultados son consistentes con las conexiones previstas en el marco teórico preliminar (Figura 1), a excepción de la conexión de inclusión que no fue posible identificarla. Asimismo, identificamos que los estudiantes de bachillerato hacen conexiones inesperadas (Lockwood, 2011), que pueden provocarles significados incorrectos para ciertos objetos matemáticos, por ejemplo, las conexiones: una $f(x)$ igualada con una expresión algebraica es una función, la derivada de una función polinomial $f(x)$ en $x = a$ significa un punto en una gráfica o se asociada con pares ordenados, al resultado de una derivada se le añade dx que indica que el resultado es producto de una derivada y, la constante de integración significa áreas faltantes cuando se obtiene el área bajo una curva $f(x)$ por acumulación. Los orígenes de éstas son diversos: como producto de la enseñanza recibida, de sus conocimientos previos y algunas parecen ser deducidas por los propios estudiantes.

7. CONCLUSIÓN

Si bien en este estudio sólo se hizo el análisis de las producciones de los estudiantes en el registro algebraico es posible identificar algunas relaciones entre las conexiones que establecen (Figura 2). En el tránsito entre las representaciones diferentes y la conexión procedimental emerge el uso de otras, tales como: la de reversibilidad y la de generalización. En conjunto, las diversas conexiones permiten al estudiante llegar a la solución de la actividad propuesta.

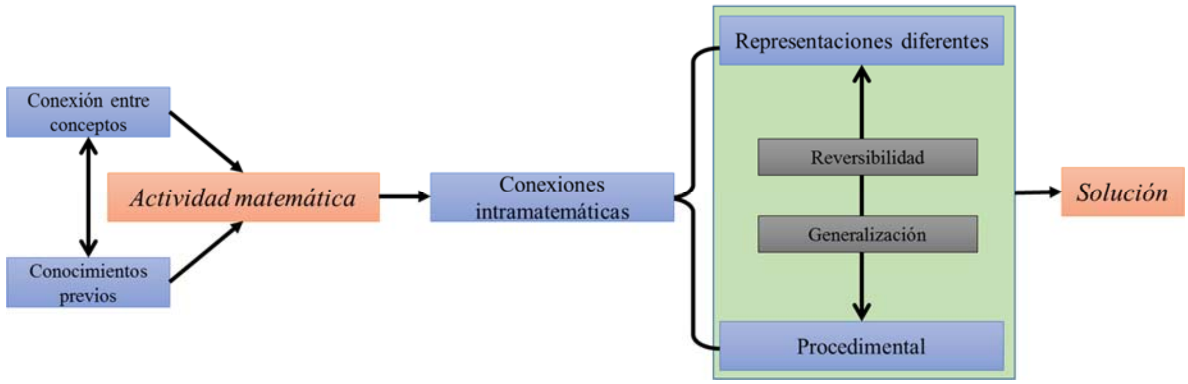


Figura 2. Relación (aparente) entre las conexiones que se identificaron.

También observamos que las conexiones que los estudiantes establecen no siempre son correctas. Esto es preocupante y motiva a desarrollar estudios que profundicen en las conexiones que establecen en los demás registros (gráfico y verbal), para tener un panorama más amplio e identificar con mayor profundidad la relación entra las conexiones que sí establecen. En este estudio incluimos los códigos que sólo tienen una mención porque es probable que al analizar las producciones de los estudiantes en otros registros esos códigos adquieran más fuerza o en su defecto se transformen. Sin embargo, eso será objeto de un estudio más amplio, actualmente en curso.

Finalmente, el estudio de las conexiones entre los dos conceptos claves del Cálculo promete resultados interesantes y que podrían ser usados para realizar una propuesta encaminada a desarrollar en los alumnos la posibilidad de trabajar con ellas en situación escolar. Nuestros datos están aportando información acerca del origen de las conexiones que los estudiantes establecen y, pero también generan una nueva pregunta: ¿Qué conexiones establecen los profesores de bachillerato entre la derivada y la integral? Responder esta pregunta permitirá correlacionar las conexiones que establecen ambos actores educativos y que en su conjunto darán pautas para una mayor comprensión acerca de este tema objeto de nuestro proyecto.

8. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Assad, D. A. (2015). Task-Based Interviews in Mathematics: Understanding Student Strategies and Representations through Problem Solving. *International Journal of Education and Social Science, 2*(1), 17-26.

Begg, A. (2001). Ethnomathematics: Why, and What Else? *ZDM, 33* (3), 71-74.

Berry, J., & Nyman, M. (2003). Promoting students' graphical understanding of the calculus. *The Journal of Mathematical Behavior, 22*(4), 479-495.

Braun, V., & Clarke, V. (2006). Using thematic analysis in psychology. *Qualitative Research in Psychology*, *3*, 77–101. http://doi.org/10.1191/1478088706qp063oa

Braun, V., & Clarke, V. (2012). Thematic analysis. In H. Cooper (Ed.), *APA Handbook of Research Methods in Psychology* (Vol. 2, pp. 57–71). American Psychological Association. http://doi.org/10.1037/13620-004

Businskas, A. (2008). *Conversations about connections: How secondary mathematics teachers conceptualize and contend with mathematical connections*. (Unpublished doctoral dissertation). Faculty of Education-Simon Fraser University. Canada.

Dawkins, P., & Mendoza, J. (2014). The development and nature of problem-solving among first-semester calculus students. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology, 45*(6), 839-862.

De Gamboa, G., y Figueiras, L. (2014). Conexiones en el conocimiento matemático del profesor: propuesta de un modelo de análisis. En M. T. González, M. Codes, D. Arnau y T. Ortega (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XVIII* (pp. 337-344). Salamanca: SEIEM.

DGB. (2013a). *Cálculo diferencial*. Recuperado el 10 de junio de 2015 de http://www.dgb.sep.gob.mx/02-m1/03-iacademica/01-programasdeestudio/cfp_5sem/calculo-diferencial.pdf

DGB. (2013b). *Cálculo Integral.* Recuperado el 10 de junio de 2015 de http://www.dgb.sep.gob.mx/02-m1/03-iacademica/01-programasdeestudio/cfp_6sem/CALCULO_INTEGRAL.pdf

Eli, J., Mohr-Schroeder, M., & Lee, C. (2011). Exploring mathematical connections of prospective middle-grades teachers through card-sorting tasks. *Mathematics Education Research Journal, 23*(3), 297-319.

Eli, J., Mohr-Schroeder, M., & Lee, C. (2013). Mathematical connections and their relationship to mathematics knowledge for teaching geometry. *School Science and Mathematics, 113*(3), 120-134.

Evitts, T. (2004). *Investigating the mathematical connections that preservice teachers use and develop while solving problems from reform curricula*. (Unpublished doctoral dissertation). Pennsylvania State University College of education.

Garbín, S. (2005). ¿Cómo piensan los alumnos entre 16 y 20 años el infinito? La influencia de los modelos, las representaciones y los lenguajes matemáticos. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa, 8*(2), 169-193.

Godino, J. D., Batanero, C. y Font, V. (2003). *Fundamentos de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas para maestros.* Granada: Universidad de Granada.

Goldin, G. A. (2000). A scientific perspective on structured, task-based interviews in mathematics education research. In A. E. Kelly & R. A. Lesh (Eds.), *Handbook of research design in mathematics and science education* (pp. pp. 517-545). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.

Haciomeroglu, E., Aspinwall, L., & Presmeg, N. (2010). Contrasting cases of calculus students' understanding of derivative graphs. *Mathematical thinking and learning, 12*(2), 152-176.

Hong, Y., & Thomas, M. (2015). Graphical construction of a local perspective on differentiation and integration. *Mathematics Education Research Journal, 27*(2), 183-200.

Jaijan, W., & Loipha, S. (2012). Making Mathematical Connections with Transformations Using Open Approach. *HRD Journal, 3*(1), 91-100.

Klymchuk, S., Zverkova, T., Gruenwald, N., & Sauerbier, G. (2010). University students' difficulties in solving application problems in calculus: Student perspectives. *Mathematics Education Research Journal, 22*(2), 81-91.

Koestler, C., Felton, M. D., Bieda, K. N. & Otten, S. (2013). *Connecting the NCTM Process Standards and the CCSSM Practices.* United States of America: National Council of Teachers of Mathematics.

Lockwood, E. (2011). Student connections among counting problems: an exploration using actor-oriented transfer. *Educational Studies in Mathematics, 78*, 307–322.

Mamolo, A., & Zazkis, R. (2012). Stuck on convention: a story of derivative relationships. *Educational Studies in Mathematics, 81*(2), 161-177.

Mhlolo, M. (2012). Mathematical connections of a higher cognitive level: A tool we may use to identify these in practice. *African Journal of Research in Mathematics, Science and Technology Education, 16*(2), 176-191.

Mhlolo, M., Venkat, H., y Schäfer, M. (2012). The nature and quality of the mathematical connections teachers make. *Pythagoras, 33*(1), 1-9. Recuperado de http://dx.doi.org/10.4102/pythagoras.v33i1.22

Mwakapenda, W. (2008). Understanding connections in the school mathematics curriculum. *South African Journal of Education, 28*, 189–202.

NCTM. (1991). *Professional Standards for Teaching Mathematics.* Reston, Va.: National Council of Teachers of Mathematics.

NCTM. (2014). *Principles to action: Ensuring mathematical success for all*. Reston, Va.: National Council of Teachers of Mathematics.

Özgen, K. (2013). Problem çözme bağlaminda matematiksel ilişkilendirme becerisi: öğretmen adaylari örneği. *NWSA-Education Sciences, 8*(3), 323-345.

Park, J., Park, M. S., Park, M., Cho, J., & Lee, K. (2013). Mathematical modelling as a facilitator to conceptualization of the derivative and the integral in a spreadsheet environment. *Teaching mathematics and its applications, 32*, 123-139.

Presmeg, N. (2006). Semiotics and the "connections" standard: significance of semiotics for teachers of mathematics. *Educational Studies in Mathematics, 61,* 163–182.

Stewart, J. (2010). *Cálculo de una variable: Conceptos y Contextos*. México: CENGAGE Learning.

Yoon, C., Dreyfus, T., & Thomas, M. (2010). How high is the tramping track? Mathematising and applying in a calculus model-eliciting activity. *Mathematics Education Research Journal, 22*(2), 141-157.

Investigación e Innovación en Matemática Educativa

ISSN: 2594-1046

ARTICULACIÓN DE LA MATEMÁTICA Y ESTADÍSTICA. UNA EXPERIENCIA DE MODELACIÓN EN CONTEXTO

Noemí Gabriela Lara Sáenz
Universidad Autónoma de Querétaro, noemi_lara_saenz@hotmail.com

Andrea Liliana Rojas Reséndiz
Universidad Autónoma de Querétaro, andrea.rojas@uaq.edu.mx

Resumen

La literatura señala a la matemática y a la estadística como disciplinas con métodos y objetos de estudio diferentes. Sin embargo, estas disciplinas en la práctica escolar no son disyuntas y pueden articularse mediante un trabajo de modelación, en el que los estudiantes se enfrenten a una problemática, donde para comprenderla requieran del análisis de datos o variables, abstraer relaciones y utilizar métodos (algunas veces estadísticos, otras veces matemáticos) que les permitan obtener una visión general de la situación que analizan, con el objeto de proponer algún tipo de resultado a la situación de interés. En este sentido, este artículo tiene la finalidad de presentar una secuencia de actividades que, mediante la estrategia de desarrollo de proyectos de modelación, los estudiantes desarrollaron y fueron capaces de integrar la matemática en el desarrollo de momentos de estudio, para la comprensión de conceptos que forman parte del campo propio de la estadística, caso particular, la regresión lineal.

Palabras clave: Modelación matemática, Estadística, Proyecto.

1. INTRODUCCIÓN

Los procesos de modelación matemática han ocupado, durante los últimos años, un papel central en la investigación en educación, ya que han sido reconocidos como una herramienta didáctica para la enseñanza de la matemática y como objeto de enseñanza-aprendizaje. Son diversos los enfoques referentes al tema de modelación matemática, sin embargo, en la literatura revisada, es poca la investigación que se ve concerniente a temas con problemáticas que tengan que ver con estadística y modelación matemática en cualquiera de sus perspectivas. Por ejemplo, en el capítulo *“Mathematical modelling in the teaching of statistics in undergraduate courses”,* propuesto por Campos, Ferreira, Jacobini y Wodewotzki (2015), los autores consideran el modelo de pensamiento estadístico y la perspectiva teórica de la educación matemática crítica. Estos investigadores entienden que la educación estadística puede ser trabajada a través de la modelación matemática por medio de una articulación eficiente entre la teoría y la práctica escolar, de modo que se favorezca la ruptura de fronteras arbitrarias entre disciplinas, a saber la matemática y la estadística, y se permitan alcances más generalizados y eficaces, siempre y cuando los estudiantes puedan experimentar la posibilidad de hacer conexiones entre los diferentes contenidos de las disciplinas y entre la parte académica y el mundo real.

En opinión de Campos, Wodewotzki y Jacobini (2014), el trabajo con modelación matemática en el aula contribuye al desarrollo de conocimientos estadísticos, ya que los estudiantes trabajan con datos que pertenecen a un contexto específico y real, en el que se involucran para conocerlo y donde se requiere que los estudiantes expliquen resultados, trabajen en grupos y critiquen las interpretaciones a las que llegan los demás alumnos; así se promueve la validez de las conclusiones, se justifican resultados y se evalúa constantemente el desarrollo de las habilidades presentes en el pensamiento estadístico.

En este artículo se presenta la muestra de una secuencia de actividades que pueden ser de interés para jóvenes que cursen los últimos años de la enseñanza media superior en la asignatura de estadística y para profesores que tengan afinidad en fortalecer el trabajo interdisciplinario de la estadística y la matemática para mejorar las estrategias de enseñanza y aprendizaje de sus estudiantes. Para fundamentar la secuencia que se expone, se utilizó la experiencia de aplicar dicha secuencia en el aula de clase y, dados los resultados obtenidos, se explican las habilidades, destrezas y dificultades que los alumnos experimentaron en la solución de las tareas. Cabe resaltar, que dicha secuencia puede ser adaptada a las necesidades de los estudiantes, pues se debe considerar el contexto en que los alumnos se desenvuelven para la elección de una problemática adecuada.

2. PENSAMIENTO ESTADÍSTICO ESCOLAR Y MODELACIÓN MATEMÁTICA ESCOLAR

La actividad y el pensamiento estadísticos están basados en torno al desarrollo y organización de algunos elementos que intervienen durante la indagación y el análisis de datos. El Modelo de Pensamiento Estadístico de Wild y Pfannkuch (1999) está apoyado en la estructura de cuatro dimensiones que organizan y ponen en juego los elementos que el estadístico desarrolla al momento de llevar a cabo la investigación de alguna problemática en particular.

La *primera dimensión* del modelo de pensamiento estadístico hace alusión al ciclo investigativo formado por cinco pasos: la problemática que debe plantearse, donde es necesario considerar aspectos importantes como el interés y la capacidad que ese problema tiene para responderse con los datos; diseño de un plan para la obtención de datos; la recogida de los datos donde se trabaje el plan propuesto inicialmente; análisis de los datos; obtención de conclusiones.

La *dimensión dos*, pone en juego el esquema de pensamiento que se desarrolla al momento de llevar a cabo el “ser estadístico”. En esta dimensión se mencionan los siguientes aspectos:

- *La necesidad de los datos*. Es necesario tener datos para resolver un problema.
- *La transnumeración*. Consiste en las diversas transformaciones a las que se someten los datos, la elaboración de gráficas y cálculos que permitan revelar la historia que precede a los datos establecidos.
- *Consideración de la variabilidad*. Búsqueda de variabilidad en los datos, así como la descripción, control de acuerdo al tipo de problema y el contexto al que pertenecen.
- *Razonamiento con modelos*. Consiste en aplicar las herramientas estadísticas al problema y situación de la que provienen los datos. Estas herramientas son aquellas que se proporcionan en los cursos tradicionales de estadística: distribuciones, muestreo, intervalos de confianza, pruebas de hipótesis, análisis de varianza, correlación, etc.
- *Integración de la estadística y el contexto*. Las materias primas con que trabaja el pensamiento estadístico son el conocimiento estadístico, el conocimiento del contexto y la información en los datos. El pensamiento mismo es la síntesis de estos elementos para producir implicaciones, perspicacias y conjeturas.

La *dimensión tres* hace referencia al ciclo interrogativo, el cual se refiere a los procesos de producción y evaluación de las ideas con relación a la problemática planteada. En esta dimensión intervienen la generación de ideas, búsqueda de patrones o indicios en los datos y se critica el proceso de solución, es decir, la calidad de éste, su veracidad y relevancia. Finalmente, la *dimensión cuatro*, tiene que ver con las actitudes frente al trabajo estadístico y profesional.

Por su parte, la modelación matemática también merece ser estudiada y analizada, ya que hay investigadores, por ejemplo Borromeo-Ferri (2006), que estudian el proceso de modelación desde diferentes enfoques y esquemas descriptivos, llamados comúnmente ciclos de modelación. No obstante, la visión más general que hay de la modelación matemática puede representarse mediante un ciclo, sirva de referencia, el ciclo de modelación matemática de Blum y Leiss (2007), donde la modelación está situada en dos ámbitos diferentes, la matemática y el resto del mundo. Este ciclo de modelación inicia cuando se parte de un fenómeno o problema real que demande actividades de simplificación y estructuración, con el objeto de lograr una delimitación de la problemática de estudio y que, además, esta

ISSN: 2594-1046

problemática sea susceptible de ser planteada como una situación a modelar. La situación a modelar requiere de una recolección de datos, con el objeto de proveer información acerca de la situación o fenómeno de estudio, y donde esa información sea susceptible de ser organizada y simplificada. La transformación del problema real en un problema, que toma la forma de un modelo matemático, se realiza mediante un proceso de matematización, donde los objetos relevantes, los datos, las relaciones, condiciones e hipótesis de la situación o fenómeno en cuestión, se trasladan hacia la matemática, resultando en un modelo matemático a través del cual se direcciona el problema identificado. El modelo matemático obtenido mediante el trabajo matemático, se ve reflejado en ecuaciones, resultados teóricos, solución de ecuaciones, estimaciones numéricas, pruebas estadísticas, simulaciones, etc., que permiten disponer de una respuesta al problema que debe ser interpretado en el contexto original para poder disponer de un resultado real. Por último, el modelo obtenido se contrasta con la situación o fenómeno original, para dar respuesta a la situación de estudio. Tanto la validación del modelo como su presentación pueden dar lugar a nuevas preguntas acerca del modelo obtenido, con lo que el proceso puede volver a ponerse en marcha. Los resultados, en forma de modelo, son matemáticos y reales, ya que se hallan fuertemente conectados entre sí por los procesos descritos anteriormente.

Hay una gran similitud entre el ciclo de investigación estadística y la modelación matemática. Esta coincidencia no es mera casualidad, pues dentro de la actividad científica y dentro de la práctica escolar, cuando es necesario enfrentarse a un fenómeno o situación problemática en un contexto real para ofrecer una solución, en ambos casos se debe identificar el fenómeno o situación que ha de estudiarse, planear cómo es que se llevará a cabo la solución del problema, elegir las variables más convenientes hacia la problemática de estudio, así como obtener abstracciones de la información que se dispone para hacer relaciones, tomar decisiones y proponer un modelo, matemático o estadístico, que sea contrastado con la realidad del fenómeno o situación de análisis. En este sentido, el ciclo de investigación estadística y el ciclo de modelación matemática, convergen con la investigación científica, donde el modo de abordar la realidad, de estudiar los fenómenos de la naturaleza, la sociedad y el pensamiento, se hacen con el propósito de descubrir relaciones y plantear soluciones a dichos fenómenos. Así, la modelación en general, como método de investigación, establece una relación directa entre la dimensión teórica y la empírica del conocimiento científico, donde su validez ha sido comprobada tanto en ciencias naturales, en las técnicas y las sociales (Douglas, 2016).

3. METODOLOGÍA

Para lograr el propósito de esta investigación se diseñó una experiencia de aula que desarrollará un proceso de modelación y en la que intervinieran conceptos de la matemática y de estadística. La experiencia se llevó a cabo en la Escuela de Bachilleres "Salvador Allende", Plantel Sur, la cual es una de las instituciones de nivel medio superior que pertenece al conjunto de planteles de la Universidad Autónoma de Querétaro. La asignatura donde se desarrolló el proyecto fue Estadística y Probabilidad, la cual, es la última materia de un conjunto de seis, que conforman el eje matemático y de razonamiento del mapa curricular y donde se considera que los estudiantes tienen las bases suficientes para continuar sus estudios en este campo, que les permita plantear y resolver problemas más complejos y más cercanos a su vida cotidiana.

El propósito de desarrollar esta experiencia fue, en primer lugar, aplicar tareas de modelación matemática en la asignatura de Estadística y Probabilidad, y utilizar esta herramienta de enseñanza para introducir conceptos correspondientes a temas propios de la asignatura; en este caso, el tema con el que se consideró trabajar fue la estadística descriptiva y el tema de regresión lineal. El trabajo realizado, se hizo con estudiantes de último semestre del turno vespertino, es decir, jóvenes de entre 17 y 20 años de edad; se trabajó con un grupo de clase que estaba integrado por 25 alumnos, los cuales habían cursado previamente el conjunto de matemáticas anteriores a Matemáticas VI (Estadística y Probabilidad), que respectivamente corresponden a Álgebra I, Álgebra II, Geometría y Trigonometría, Geometría Analítica y Cálculo.

Para desarrollar esta investigación se empleó una metodología de trabajo basada en una secuencia de tareas, con el fin de abarcar la situación a estudiar y, que a su vez esta secuencia permitiera analizar las ideas, mecanismos y procedimientos matemáticos y estadísticos de un grupo de estudiantes confrontados en tareas de investigación y modelación en un contexto real, además de permitir comprender e interpretar las manifestaciones de las formas de pensamiento, las decisiones, dificultades y opciones metodológicas de los estudiantes en las situaciones diseñadas.

4. MÉTODO, PLANIFICACIÓN Y SECUENCIA DE ACTIVIDADES

Para implementar la experiencia se usó la estrategia de *Desarrollo de Proyectos de Modelación*, es decir, a través de una temática sugerida, los estudiantes se dieron a la tarea de obtener datos, proponer estrategias de análisis, plantear modelos, validarlos y usarlos para obtener resultados de interés (Blum & Leiss, 2007). Para ello, se propuso a los estudiantes una temática que tuviera impacto a nivel social y que estuviera relacionada con su contexto; en este caso fue la obesidad en la institución escolar la que motivó el estudio para el desarrollo del proyecto de modelación.

Las actividades realizadas fueron dividas en cinco secciones. La primera de ellas, se hizo para introducir la problemática y discutir acerca de la posible información que se debía y podía obtener con base en el tema de la obesidad; la segunda sección se empleó para elaborar el diseño de la herramienta que permitió recabar datos; en la tercera sección los alumnos hicieron un análisis de datos, empleando la estadística descriptiva; la sección número cuatro se empleó para introducir la relación de variables, coeficiente de correlación de Pearson, uso de diagrama de dispersión y su respectivo análisis; y finalmente, la sección número cinco estuvo enfocada a trabajar el tema introductorio a las rectas de mejor ajuste, donde se elaboró un modelo matemático para comprender el fenómeno de la obesidad en la preparatoria y, donde al finalizar esta fase del proyecto, se discutió con los estudiantes la necesidad de un conjunto de actividades, que al articularse dieron sentido a la temática estudiada y que en su conjunto, representaron un proceso de investigación científica.

En la siguiente sección, se explicita la secuencia de actividades que los alumnos elaboraron en el aula de clase y se pone de manifiesto la relación e interdisciplinariedad de la estadística y la matemática cuando fueron trabajadas en un contexto de modelación.

5. ORGANIZACIÓN DE ACTIVIDADES

La secuencia que se propuso se realizó en varias sesiones de clase. Dado que el planteamiento de la situación problemática estuvo vinculada a la obesidad, los estudiantes leyeron un artículo referente a la temática. La problemática fue puesta en contexto con la situación escolar y se desarrolló un debate que dio origen a diferentes cuestiones con un contenido problemático referente a la temática. Las cuestiones propuestas, fueron planteadas de forma conjunta por los estudiantes y el profesor, estas cuestiones se abordaron mediante la estadística descriptiva y se plantearon otras situaciones que posibilitaron el desarrollo progresivo de nuevos tópicos, como la introducción a la regresión lineal.

Los alumnos y el profesor titular trabajaron en conjunto con el objeto de establecer un plan de acción que reflejó la *necesidad de los datos* y la *formulación de una investigación.* Esto orilló a los

ISSN: 2594-1046

estudiantes a establecer preguntas acerca de ¿Qué debo buscar?, ¿Dónde buscar?, ¿Cuáles son los datos que necesito?, ¿Qué tipo de datos requiero?, ¿Cuántos recursos debo invertir en la búsqueda de la información?, ¿De quién obtendré la información? Todas estas cuestiones sugirieron un plan enfocado a la investigación que los estudiantes establecieron, con el objeto de dar solución a las problemáticas que ellos, junto con el profesor, diseñaron.

Los alumnos propusieron una herramienta que les permitió obtener información; dicha herramienta fue una encuesta, la cual mantuvo presente la problemática y la población de estudio. Los estudiantes aplicaron la encuesta que diseñaron a la muestra establecida, con ello, obtuvieron datos e información, la cual se depuró, organizó, analizó y se presentó en un reporte que mostró respuestas parciales a las preguntas problema que establecieron. Además, algunos estudiantes explicaron en sus reportes los métodos estadísticos que utilizaron y el significado de estos en el fenómeno de estudio. Para complementar la actividad, los alumnos compartieron sus ideas en una sesión de retroalimentación, en la que expusieron sus dificultades, métodos y herramientas aplicadas, así como las limitaciones que se presentaron y los resultados que obtuvieron.

Esta primera descripción hace referencia a la primera etapa de la secuencia, en la que los estudiantes sólo utilizaron la estadística descriptiva para establecer algunas propuestas de solución a los problemas planteados.

La segunda etapa de la secuencia se empleó para establecer nuevas temáticas, particularmente, la correlación, diagramas de dispersión y coeficiente de correlación de Pearson. Estos temas se abordaron con el objeto de que los alumnos tuvieran recursos técnicos que les permitiera dar respuesta a la situación problemática y, además, les ayudara a articular la actividad con nuevas herramientas útiles para sus propuestas de solución.

Para poder aplicar estas nuevas técnicas fue necesario que los alumnos sintieran la necesidad de aprenderlas; en este sentido, los alumnos fueron guiados por el profesor en actividades en las que ellos construyeron definiciones, relaciones y donde asignaron un significado a cada uno de los términos utilizados. Los alumnos se vieron en la necesidad de establecer significados y validarlos por medio de diferentes recursos como internet, libros, apuntes, con la ayuda del profesor y en el grupo mismo y en sesiones de retroalimentación, en donde ellos adquirieron un papel más protagónico, pues se les dio la oportunidad de defender sus propuestas en lugar de aceptar aquellas que pudieron venir directamente del docente. En esta fase del proyecto los alumnos tuvieron un acercamiento fuerte con el trabajo de las técnicas estadísticas y la comprensión de éstas, ya que representaron recursos que fueron útiles para proponer soluciones a las tareas que se establecieron.

A su vez, para lograr trabajar la introducción a la regresión lineal, se recurrió al ciclo de modelación matemática, donde fue necesario tener una situación problemática, buscar datos, analizarlos, abstraer relaciones y mediante alguna representación simbólica, ofrecer respuesta a la situación problema (Blum & Leiss, 2007). En este caso, los estudiantes contaban con algunos elementos de este ciclo de modelación, es decir, tenían planteada una situación problemática así como datos organizados y clasificados en variables.

La primera actividad a la que los alumnos se enfrentaron fue la selección de variables estadísticas para responder a la problemática establecida. Algunos alumnos mostraron dificultades para hacer esta selección, mientras que otros identificaron rápidamente dichos elementos justificando su elección mediante la situación problemática de la obesidad. Los alumnos representaron las variables en un diagrama de dispersión que les permitió establecer algunas conjeturas referentes a la correlación y tendencia que seguían los datos, en este caso los alumnos se vieron en la necesidad de calcular el coeficiente de correlación para justificar los argumentos que emitieron a partir de la nube de puntos.

Posteriormente, a través del diagrama de dispersión, se cuestionó a los estudiantes acerca de la curva que mejor podría ajustarse a los puntos que estaban presentes en sus diagramas; la mayoría de los alumnos trazó sobre estos una recta que representaba la tendencia de los datos. Luego, se cuestionó acerca de un modelo que representara mejor la curva que trazaron. Esta pregunta se hizo con el objeto de que los alumnos investigaran en diferentes recursos, los métodos estadísticos para el cálculo de la regresión lineal. Sin embargo, los estudiantes hicieron uso de los conocimientos matemáticos previos, caso particular, geometría analítica, para calcular una ecuación lineal que representó la recta que dibujaron sobre el diagrama de dispersión.

En este caso, los diferentes modelos que los alumnos construyeron fueron útiles para que, con el apoyo del profesor, pudieran construir e interpretar el significado de la regresión lineal e introducirse a una nueva temática, que es propia del estudio de la disciplina estadística. En resumen, la secuencia de actividades puede mostrarse como una guía de trabajo que involucró los aspectos señalados en la Figura 1:

ISSN: 2594-1046

Sección I	Sección II	Sección III	Sección IV	Sección V
•Introducción a la problemática •Discusión de la información que se debía y podía obtener, referente a la temática.	•Diseño de la herramienta que permitió recabar datos. •Recolecta de datos.	•Organización, análisis, interpretación de datos. •Estadística descriptiva.	•Relación de variables. •Término correlación •Coeficiente de correlación de Pearson. •Diagrama de dispersión.	•Introducción a las rectas de mejor ajuste.

Figura 1. Resumen de secuencia

Es importante mencionar que la temática, la comunicación, intervención y participación del estudiante son cruciales para la actividad propuesta, pues ellos serán mediadores de los procesos que puedan surgir en la elaboración y búsqueda de respuestas a las tareas establecidas.

6. RESULTADOS DE LA SECUENCIA

A la luz del trabajo estadístico se notó la capacidad de discutir y comunicar opiniones e ideas referentes al diseño de la encuesta. Además, las preguntas establecidas por los estudiantes mantuvieron presente la población de estudio a quien se dirigía la investigación, es decir, la institución educativa. Los estudiantes se vincularon efectivamente con la situación problema y pudieron experimentar, desde su propia lógica, el comienzo de un proceso de investigación que, sin duda, les hizo reconocer la necesidad de diseñar una herramienta estadística para obtener información.

La evaluación de las otras actividades que los estudiantes llevaron a cabo, se realiza mediante algunos elementos generales que exponen Batanero y Díaz (2004):

Tipos de datos y aplicaciones: Los datos estuvieron definidos por variables cualitativas y cuantitativas que los estudiantes identificaron en el diseño de la encuesta que elaboraron. La aplicación de la actividad estuvo enfocada a un problema de Salud Pública, que todos los estudiantes trabajaron y del cual expresaron opiniones y criterios basados en sus respectivos análisis estadísticos.

Notaciones y representaciones: Parte importante de la estadística es la reducción y presentación de los datos en una variedad de formatos, desde tablas hasta gráficos de tipo diverso. El manejo de un gráfico estadístico no supone simplemente el cambio de un tipo de representación a otra de un concepto dado. Los gráficos estadísticos presentan convenios de construcción que el alumno debe reconocer. En este sentido, los alumnos emplearon en mayor medida gráficos de barras, omitiendo otros diagramas que pudieron ser útiles en el manejo de información y para obtener conclusiones más amplias como el histograma o polígono de frecuencias.

Técnicas y procedimientos estadísticos: Los alumnos, durante todas las actividades propuestas, aplicaron varios procedimientos estadísticos, entre ellos, el diseño y aplicación de encuesta además del registro de información en bases de datos.

Trabajo estadístico-matemático: Los estudiantes hicieron uso de representaciones gráficas para apoyar sus argumentaciones, también se reflejó el uso de razonamientos verbales deductivos, ya que continuamente enunciaron propiedades, por ejemplo la correlación o los diagramas de dispersión, utilizando principalmente el lenguaje verbal, más que el simbólico. Además, los estudiantes trabajaron adecuadamente distintos objetos matemáticos, que les permitió llevar a cabo procesos de traducción entre diferentes representaciones de la correlación estadística.

Actitudes: Los alumnos durante la puesta en marcha de todas las actividades, tuvieron varios aspectos actitudinales, enfocados principalmente a la valoración acerca de la manera correcta de recoger datos, valoración en cuanto a la estética de la información presente en las encuestas; asignaron importancia a los datos y a la aplicación de las encuestas, además de mostrar curiosidad y conciencia en la información obtenida.

En lo referente al ciclo de pensamiento estadístico, expuesto por Wild y Pfannkuch (1999), los alumnos desarrollaron en el aula, la lógica que se presenta en la Figura 2.

7. CONCLUSIONES

Es importante que tanto los docentes como los alumnos tengan bien definidas las diferencias entre la estadística y la matemática. A pesar de la relación íntima que comparten, existen elementos que las diferencian como la variabilidad, el contexto, el tipo de pensamiento que se desarrolla y los métodos y objetivos que cada disciplina persigue.

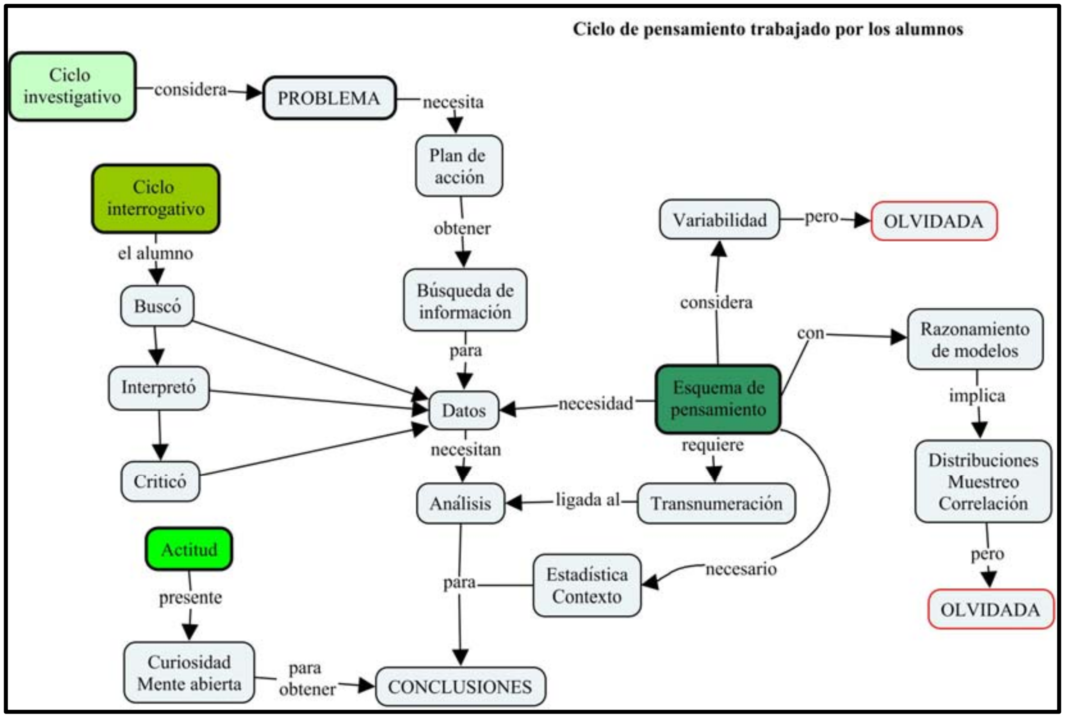


Figura 2. Ciclo de pensamiento construido por los alumnos en la secuencia propuesta

Las tareas de modelación colocaron al alumno en un papel más activo dentro del aprendizaje de la estadística, pues se vieron en la necesidad de validar y argumentar justificadamente las conclusiones a las cuales llegaron. El ciclo de modelación matemática y el ciclo de investigación estadística, permitieron la interdisciplinariedad de la matemática y la estadística, pues los alumnos trabajaron en un contexto real, donde obtuvieron datos, los analizaron y propusieron respuestas a la problemática dentro de la institución educativa donde ellos están la mayor parte del día. Además, este trabajo permitió que los alumnos vieran la utilidad de trabajar la matemática y la estadística en conjunto (con sus respectivas diferencias), establecer conjeturas y crear nuevos conocimientos con base en una situación que ellos construyeron y a la cual asignaron soluciones.

Los alumnos, con ayuda del profesor, lograron asignar un significado introductorio de la regresión lineal pues, a partir de una ecuación de primer grado, se establecieron algunas características que posibilitaron el entendimiento de temas propios de la disciplina estadística.

En las actividades que se propusieron, fue necesario que los estudiantes tuvieran correctamente definidas algunas técnicas estadísticas para dar solución a las tareas propuestas y con ello, hacer diferentes interpretaciones, entre tablas, gráficas y cálculos numéricos.

Parte de las actividades reflejaron algunas generalizaciones que los alumnos hacen de la matemática, especialmente en temas referentes a la correlación, donde no distinguen la diferencia existente entre las variables estadísticas y las variables que se utilizan en matemáticas, pues no consideran los usos, el contexto, el fenómeno y la actividad misma. Esta situación es reflejo de las inadecuadas interpretaciones que los docentes hacen de la estadística al considerarla parte de la matemática, los estudiantes adquieren concepciones erróneas que se vieron reflejadas en esta actividad.

En este sentido, contrastar métodos y objetos estadísticos y matemáticos por medio de un proyecto de modelación es una excelente oportunidad para que los estudiantes puedan notar las diferencias existentes entre disciplinas y con ello comprender la importancia de cada una de ellas.

8. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Batanero, C., y Díaz, C. (2004). *Estadística con proyectos*. Granada: Universidad de Granada.

Bessant, K. C., & MacPherson, E. D. (2002). Thoughts on the Origins, Concepts, and Pedagogy of Statistics as a “Separate Discipline.” *The American Statistician*, *56*(1), 22–28.

Blum, W., & Leiss, D. (2007). How do students and teachers deal with mathematical modelling problems? In P. Haines, W. Galbraith, W. Blum, & S. Khan (Eds.), *Mathematical modelling (ICTMA 12): Education, engineering and economics* (pp. 222–231). Chichester: Horwood Publishing.

Borromeo-Ferri, R. (2006). Theorical and empirical differentiations of phases in the modeling process. *Zentralblatt Für Didaktik Der Mathematik*, *38*(2), 86–95.

Campos, C. R., Wodewotzki, M. L. L., & Jacobini, O. R. (2014). Educação Estatística: Teoria e prática em ambientes de modelagem matemática. *Zetetiké – FE/Unicamp*, *22*(41), 161–168.

Campos, R. C., Ferreira, L. D. H., & Wodewotzki, L. M. L. (2015). Mathematical Modelling in the Teaching of Statistics in Undergraduate Courses. In G. A. Stillman, W. Blum, & M. S. Biembengut (Eds.), *Undergraduate Courses. In Mathematical Modelling in Education Research and Practice* (pp. 501–512). Springer International Publishing.

Douglas, C. (2016). La modelación como método de investigación científica. En *VIII Congreso Internacional de Formación y Modelación en Ciencias Básicas*. Medellín, Colombia: Universidad de Medellín.

Wild, C. J., & Pfannkuch, M. (1999). Statistical thinking in empirical enquiry. *International Statistical Review / Revue Internationale de Statistique*, *67*(3), 223–256.

Investigación e Innovación en Matemática Educativa

ISSN: 2594-1046

Experiencias Emocionales de Maestros De Matemáticas: El Caso de Hugo

Yuridia Arellano García
Universidad Autónoma de Guerrero, yaregar@gmail.com

Antonia Hernández Moreno
Universidad Autónoma de Guerrero, antonia.inves@gmail.com

Gustavo Martínez Sierra
Universidad Autónoma de Guerrero, gmartinezsierra@gmail.com

Resumen

Nuestra investigación tenía dos objetivos, identificar las experiencias emocionales y la estructura de valoración de profesores de matemáticas. Hicimos un estudio de caso, con cuatro fuentes de datos, entrevista semiestructurada, informes diarios, observación de clase y una entrevista estructurada. Analizamos cualitativamente con base en la teoría cognitiva de las emociones y utilizando el análisis temático. Logramos identificar 95 experiencias emocionales a través de los informes diarios, identificamos 7 tipos de emociones. Tematizamos las situaciones desencadenantes en 6 temas: colaboración entre estudiantes, actitud de los estudiantes, autonomía de los estudiantes, participación de los estudiantes, la comprensión de los estudiantes y logro de la actividad planeada, que se corresponden con metas y normas de la estructura de valoración, además concluimos que las experiencias emocionales de Hugo están soportadas mayormente en creencias de comportamiento del estudiante, es decir son causas de emociones las percepciones y las metas sobre el comportamiento de los estudiantes y las valoraciones del profesor que hace al respecto.

Palabras clave: Emociones, profesores, estudio de caso.

1. INTRODUCCIÓN

Las emociones son omnipresentes en el ámbito académico y son una parte integral de la vida humana. Al lado de la cognición y la motivación, las emociones son considerados uno de los tres sistemas psicológicos fundamentales que son interdependientes e inseparables en la definición de los seres humanos y su relación con el medio ambiente y los componentes esenciales del funcionamiento y desarrollo intelectual (Dai & Sternberg, 2004).

La investigación ha demostrado que los maestros experimentan una variedad de emociones como el disfrute (Sutton y Wheatley, 2003; Frenzel, Götz, Lüdtke, Pekrun y Sutton, 2009), el orgullo (Darby, 2008; Sutton y Harper, 2009), la ira y la frustración (Sutton, 2007; Chang, 2009), la culpa (Hargreaves y Tucker, 1991), y la ansiedad (Beilock, Gunderson, Ramirez y Levine, 2010; Keller, Chang, Becker, Goetz y Frenzel, 2014) mientras están en el aula. La mayoría de los estudios se basan en datos cualitativos, mientras que los pocos estudios cuantitativos sugieren que el disfrute es la emoción positiva más destacada y la ira es la emoción negativa que más experimentan los maestros en la enseñanza

(Frenzel, 2014). Sin embargo, la revisión de literatura nos indicó que es poco lo que se sabe acerca de las emociones en el día a día de los profesores en el aula de matemáticas y sobre los antecedentes individuales de dichas emociones.

Es por ello que en esta investigación perseguimos los siguientes objetivos:

(1) Identificar las experiencias emocionales individuales de profesores de matemáticas a lo largo de varios días clases de matemáticas.

(2) Identificar los antecedentes individuales de sus experiencias emocionales.

Para alcanzar estos dos objetivos hemos tomado las siguientes decisiones teóricas y metodológicas:

- Aceptamos que la cognición juega un papel importante en el desencadenamiento de las emociones de las personas (la emoción es una reacción con el apoyo de una evaluación cognitiva llamada 'valoración'). Nuestra aceptación se basa en la gran cantidad de pruebas recogidas en la investigación sobre las emociones desde el punto de vista de las teorías de la valoración (Moors, Ellsworth, Scherer y Frijda, 2013).
- Aceptamos como válidos los auto-informes de las experiencias emocionales basadas en lo escrito por la gente. Esta aceptación nos lleva a ofrecer una forma de codificar narrativas emocionales en relación con las matemáticas. Como otros investigadores en las emociones, creemos que ese fenómeno emocional es multidimensional con componentes cognitivos, comunicacionales, de motivación, fisiológicos, conductuales y sociales. Nuestra posición es que la investigación sobre las emociones en la educación matemática debe hacer frente a todas las dimensiones posibles del fenómeno emocional; para nuestra investigación particular, consideramos la dimensión escrita.

Teniendo en cuenta las consideraciones anteriores, las preguntas de investigación del estudio fueron:

RQ1. ¿Cuáles son las experiencias emocionales de un profesor de matemáticas en el salón de clases?

RQ2. ¿Cuáles son los antecedentes de la valoración emocional que apoyan las experiencias emocionales de un profesor de matemáticas en el salón de clases?

De acuerdo con la teoría de la estructura cognitiva de las emociones, las emociones son apoyadas por las estructuras de valoración (es decir, los antecedentes de las emociones). La segunda pregunta de esta investigación es una consecuencia de esta hipótesis.

2. TEORÍA DE LA ESTRUCTURA COGNITIVA DE LAS EMOCIONES

Un principio fundamental de las teorías de la valoración (por ejemplo Frijda, 2007; Lazarus, 1991) es que un individuo responderá emocionalmente sólo a percepciones personalmente significativas y que las emociones son provocadas y se diferencian por la interpretación cognitiva de las personas sobre la importancia de los acontecimientos para su bienestar (Ellsworth y Scherer, 2009). Por lo tanto, las personas experimentan emociones vinculadas directamente con sus valores y objetivos como individuos. De ello se desprende que la evaluación implica una interacción entre el evento y el evaluador (Lazarus, 1991).

En general, las teorías de la valoración incluyen hipótesis sobre las diferencias individuales, culturales y de desarrollo, que otras teorías no hacen (Moors *et al*., 2013). Las teorías de la valoración pueden explicar las diferencias en las respuestas emocionales de los individuos a una misma situación. Si dos personas difieren en su valoración de la novedad del evento, congruencia con sus metas, capacidad de control, o cualquiera de las otras variables de evaluación, sus emociones varían correspondientemente.

La teoría de la estructura cognitiva de las emociones conocida como "teoría de la OCC" por las iniciales de los apellidos de los autores, se trata de una teoría de la valoración que se estructura como una tipología de tres ramas, que corresponden a tres tipos de estímulos: consecuencias de eventos, las acciones de los agentes, y los aspectos de los objetos. Cada tipo de estímulo se aprecia con respecto a un criterio central, llamada la variable central de valoración. Un individuo juzga lo siguiente: (1) la conveniencia de un evento, es decir, la congruencia de sus consecuencias con *las metas* del individuo, (2) la aprobación de una acción, es decir, su conformidad con *las normas y estándares* validados por el individuo, y (3) la atracción de un objeto, es decir, la correspondencia de sus aspectos con *los gustos* de la persona. En cuanto a la distinción entre las reacciones a los eventos, agentes y objetos, tenemos tres clases básicas de emociones: "estar contentos *vs* descontento (reacción a los eventos), aprobación *vs* desaprobación (reacciones a los agentes) y agrado *vs* desagrado (reacciones a objetos) (Ortony, Clore y

ISSN: 2594-1046

Collins, 1988). Además, algunas ramas se combinan para formar un grupo compuesto, a saber, de las emociones relativas a las consecuencias de eventos causados por acciones de los agentes.

La teoría OCC describe una jerarquía que clasifica en 22 tipos de emoción (Tabla 1) y proporciona especificaciones para cada tipo de emoción con tres elementos: (1) La especificación de las condiciones que provocan una emoción del tipo en cuestión, (2) una lista que muestran qué palabras emocionales pueden ser clasificadas como pertenecientes al tipo de emoción en cuestión. Por ejemplo, "susto", "miedo" y "terror" son todos tipos de miedo ('miedo' por supuesto es también un tipo de miedo) y (3) para cada tipo de emoción, se proporciona una lista de variables que afectan a la intensidad.

Grupo de emociones	Tipos de emociones
Vicisitudes de los otros	Contento por un acontecimiento deseable para alguna otra persona (*feliz-por*) Contento por un acontecimiento indeseable para alguna otra persona (*alegre por el mal ajeno*) Descontento por un acontecimiento deseable para alguna otra persona (*resentido-por*) Descontento por un acontecimiento indeseable para alguna otra persona (*compasión*)
Basadas en previsiones	Contento por la previsión de un acontecimiento deseable (*esperanza*) Contento por la confirmación de la previsión de un acontecimiento deseable (*satisfacción*) Contento por la refutación de la previsión de un acontecimiento indeseable (*alivio*) Descontento por la refutación de la previsión de un acontecimiento deseable (*decepción*) Descontento por la previsión de un acontecimiento indeseable (*miedo*) Descontento por la confirmación de la previsión de un acontecimiento indeseable (*temores confirmados*)
Bienestar	Contento por un acontecimiento deseable (*júbilo*) Descontento por un acontecimiento indeseable (*congoja*)
Atribución	Aprobación de una acción plausible de uno mismo (*orgullo*) Aprobación de una acción plausible de otro (*aprecio, admiración*) Desaprobación de una acción censurable de uno mismo(*auto reproche, vergüenza*) Desaprobación de una acción censurable de otro (*reproche, rechazo*)
Atracción	Agrado por un objeto atractivo (*agrado, gusto*) Desagrado por objeto repulsivo (*desagrado, odio*)
Bienestar/ Atribución	Aprobación de la acción plausible de otra persona y contento por el acontecimiento deseable relacionado (*gratitud=admiración + júbilo*) Desaprobación de la acción censurable de otra persona y descontento por el acontecimiento deseable relacionado (*ira = reproche + congoja*) Aprobación de la acción plausible de uno mismo y contento por el acontecimiento deseable relacionado (*complacencia=orgullo+ júbilo*) Desaprobación de una acción censurable de uno mismo y descontento por el acontecimiento indeseable relacionado (*remordimiento = vergüenza + congoja*)

Tabla 1: Las especificaciones del tipo de la emoción de la teoría OCC

2.1.Estructuras de valoración

La teoría OCC conceptualiza tres estructuras de valoración de apoyo ante los cambios en el mundo: (1) la *estructura de metas* de apoyo a las evaluaciones de la conveniencia de eventos, (2) la *estructura de normas* para apoyar las evaluaciones de la plausibilidad de las acciones de un agente, y (3) *la estructura de las actitudes* para apoyar las evaluaciones de la apelación de los objetos.

La teoría OCC define metas como lo que se quiere lograr. Hay tres tipos de metas. Las metas de persecución activa (metas-A) representan el tipo de cosas que uno quiere hacer; se necesita un largo periodo de tiempo para lograr estos objetivos. Las metas de interés (metas-I) son objetivos más rutinarios, requieren periodo más corto de tiempo y son necesarios para lograr las metas-A. Las metas de relleno (metas-R) son los objetivos básicos y necesarios para llevar a cabo los otros tipos de metas, algunas veces son tan naturales que los sujetos no las perciben como metas.

Para la teoría OCC los estándares o normas representan términos que deben cumplirse y con base en la que se realizan las evaluaciones para la toma de alguna decisión. Las normas morales o cuasi-morales son las directrices para aprobar o desaprobar las cosas que alguien está haciendo o hizo. Las normas de comportamiento son las convenciones y otros tipos de regularidades aceptadas que rigen o que caracterizan las interacciones sociales. Las normas de funcionamiento son normas basadas en roles específicos.

Una meta o norma será suficiente para alcanzar otra meta de nivel superior cuando su cumplimiento baste para alcanzarla: necesaria cuando su cumplimiento sea obligado, pero no suficiente; facilitadora cuando no garantiza pero incrementa la posibilidad de conseguir la meta de nivel superior; e inhibidora en caso de que reduzca la probabilidad de alcanzar la meta de nivel superior (Ortony *et al*., 1988).

Por último, las actitudes serán las reacciones momentáneas de agrado o desagrado del individuo ante un objeto atractivo o repulsivo. El agrado (o el desagrado) se deriva a menudo de la manera como el individuo caracteriza al objeto y de su disposición hacia él, así como de las características del objeto individual en sí mismo. Si el objeto resulta atractivo puede haber mayor disposición a interactuar con él que en el caso contrario.

ISSN: 2594-1046

3. METODOLOGÍA

3.1. Participantes y Contexto

El participante, Hugo (un seudónimo), tiene 35 años, estudió una licenciatura en ingeniería en electrónica de comunicaciones y una maestría en matemática educativa. Desde muy joven estuvo familiarizado con la docencia de las matemáticas porque ambos padres estudiaron ingeniería en electrónica de comunicaciones y se dedicaron a ser maestros de matemáticas. Tiene 5 años como profesor de matemáticas en la licenciatura de contaduría y a nivel medio superior.

Hugo imparte clases en nivel medio superior en un Centro de Bachillerato Tecnológico Industrial y de Servicios (CBTis), que está dirigido tanto a los jóvenes que deseen seguir estudiando, como a quienes requieren cursar una carrera técnica para incorporarse al mercado laboral.

3.2. Estructura de las clases de Hugo

A partir de la observación de clases (tercera fuente de datos) inferimos que típicamente las clases tienen la siguiente estructura:

- *Fase de inicio*: Pase de lista de asistencia. Enseguida explica a sus estudiantes qué es lo que se realizará durante las clases o si darán seguimiento a alguna actividad previa no concluida.
- *Fase de desarrollo*: Durante el desarrollo de la clase, fomenta la participación de los estudiantes y cuando es necesario recapitula conceptos previos. Plantea la actividad o el ejercicio de la clase o los alumnos pasan a escribir en la pizarra algún ejercicio no concluido en la clase anterior. Durante la resolución de la actividad los alumnos pueden resolverla solos o apoyarse entre ellos. Regularmente Hugo intenta mantener la atención de los estudiantes en la actividad.
- *Fase de cierre*: Después de un tiempo proceden a resolver todos los ejercicios en la pizarra y en ese momento los alumnos preguntan, comentan, expresan sus resultado o si están de acuerdo con lo escrito por el maestro u otro compañero. Para finalizar la clase solicita a sus estudiantes lleven su cuaderno, por orden de lista, para firmar sus notas de clase.

Una de las características esenciales de las clases de Hugo es el constante fomento a la participación y orientar a que el trabajo de los estudiantes sea independiente del profesor. Durante las

ISSN: 2594-1046

clases de nivel medio superior Hugo utiliza una plataforma virtual que se basa en la resolución de problemas. Utiliza esta plataforma con dos fines, para reforzar lo trabajado en clase y para introducir nuevos temas.

3.3. Recolección de los datos

Los datos del estudio provienen de cuatro fuentes distintas, cuyas fechas de recolección se encuentran en la Tabla 2

Fuentes de datos	Fechas de recolección
Entrevista primera parte	29 de septiembre del 2015
Entrevista segunda parte	5 de octubre del 2015
Recolección de auto informes diarios	Del 14 de octubre al 4 de diciembre del 2015
Observación de clase	Del 9 al 13 de mayo del 2016
Entrevista estructurada	13 de mayo del 2016

Tabla 2: Fuentes de datos

Primero una entrevista semiestructurada con una duración de 80 minutos, dividida en dos partes. Durante la primera parte de la entrevista se pidió al participante contar su historia de vida, compartir experiencias positivas y negativas a lo largo de su vida con las matemáticas y como docente de matemáticas, motivaciones y desmotivaciones para aprender y enseñar matemáticas. Durante la segunda parte de la entrevista se preguntaron las metas y objetivos como profesor de matemáticas, de una clase de matemáticas y curso de matemáticas.

La segunda fuente de datos fueron auto informes diarios, que se recolectaron durante los cursos de Calculo Integral en nivel medio superior de las especialidades de Secretariado Ejecutivo Bilingüe y Programación; los informes diarios tenían el objetivo de lograr el acceso a las narraciones de las experiencias emocionales de Hugo en cada clase. Después de cada sesión de trabajo el participante respondía una serie de preguntas respecto al desarrollo de la clase, se auto grababa y enviaba las grabaciones de audio a segundo autor. El método de auto informes diarios "implican, auto-informes intensivos repetidos que tienen como objetivo capturar eventos, reflexiones, estados de ánimo, dolores, o interacciones cerca del momento en que se producen" (Iida, Shrout, Laurenceau, y Bolger, 2012, p. 277). Dado que nuestro objetivo era investigar las emociones que experimenta el maestro *en el aula de matemáticas* optamos por usar un *protocolo basado en eventos* (Iida *et al*., 2012). Las preguntas contenidas en el *protocolo basado en eventos* son las siguientes:

1. Nombre y fecha del informe
2. ¿De qué curso es este informe?
3. ¿Qué temas matemáticos trabajó o enseñó hoy?
4. ¿Cómo diseñó su clase de hoy?
5. ¿Cómo pretendía aprendieran sus estudiantes hoy?
6. ¿Qué emociones y sentimientos experimentó hoy en su clase?
7. Cuéntenos las experiencias positivas que hayan vivido hoy en la clase de matemáticas ¿Por qué fueron experiencias positivas?
8. Cuéntenos las experiencias negativas que hayan vivido hoy en la clase de matemáticas ¿Por qué fueron experiencias negativas?
9. ¿En qué circunstancias y situaciones hoy experimentó felicidad o alegría hoy en la clase de matemáticas?
10. ¿A qué atribuye esa felicidad o alegría?
11. ¿En qué circunstancias y situaciones experimentó tristeza o pesar hoy en la clase?
12. ¿A qué atribuye esa tristeza o pesar?
13. ¿Qué lecciones o aprendizajes se lleva hoy como maestro de matemáticas?
14. ¿Qué lecciones o aprendizajes se lleva hoy de sus estudiantes y de la clase?

Las preguntas 4 y 5 pretendían conocer las expectativas que el participante tenía de la clase, en contraposición con las preguntas 13 y 14 que pretendían explorar las expectativas para clases futuras y en particular si las experiencias de la clase aportarían elementos para diseños de clase futuros. Se recolectaron 13 informes (detalles en la Tabla 3), las audio grabaciones tienen una duración de entre 1:40 y 2:54 minutos.

Informe	Fecha (2015)	Tema
R1	14 de octubre	Reglas básicas de integración en plataforma
R2	19 de octubre	Dudas relacionadas a reglas básicas de integración
R3	20 de octubre	Integración por partes
R4	27 de octubre	Resolución de problemas con técnicas de integración
R5	28 de octubre	Resolución de problemas con técnicas de integración
R6	31 de octubre	Evaluación de la semana pasada: reglas básicas de integración
R7	06 de noviembre	El área bajo la curva
R8	17 de noviembre	Integral definida
R9	26 de noviembre	Resolución de problemas de Integrales definidas

ISSN: 2594-1046

R10	27 de noviembre	Dudas respecto a Integral definida
R11	01 de diciembre	Problemas tipo prueba planea sobre conversión de unidades
R12	03 de diciembre	Problemas tipo prueba planea sobre el lenguaje algebraico
R13	04 de diciembre	Problemas tipo prueba planea sobre el lenguaje algebraico

Tabla 3: Detalles de auto informes

La tercera fuente de datos fue la observación de 14 clases que realizamos en la semana 9-13 de Mayo de 2016 (después de los auto-informes diarios y del análisis de los informes diarios). Las clases observadas fueron de 5 diferentes grupos de tres materias: Cálculo (7 clases), Probabilidad y Estadística (5 clases) y Geometría (2 clases). La finalidad de esta observación de clase fue obtener datos del contexto de Hugo, así como para corroborar el análisis de datos de los informes diarios.

Por último, en la cuarta fuente de datos se preguntaron usos y diferencias del lenguaje, dudas del contexto y de las interpretaciones realizadas en los informes diarios, que ya habían sido analizados en ese momento.

4. ANÁLISIS DE DATOS

4.1. Notaciones y Convenciones

Las narrativas emocionales de los informes diarios del participante las identificamos como Hugo**-R**n (*n* de 1 hasta 13), donde *n* denota el número de reporte dado por el participante especificado en la Tabla 3: Detalles de auto informes

Los corchetes los utilizamos para agregar notas para el lector y para señalar en caso necesario a qué pregunta del informe está contestando Hugo. Utilizamos llaves para colocar el tipo de emoción que logramos identificar en la experiencia emocional inmediata anterior transcrita. Destacamos en ***negrita cursiva***, las ***frases concisas que expresan las situaciones desencadenantes*** de las experiencias emocionales. Destacamos en *cursiva*, las *frases y palabras emocionales* que expresan la experiencia emocional desde el lenguaje emocional del participante o *frases que indiquen* la valoración de la situación desencadenante.

Para el caso de las entrevistas, las narraciones están descritas como

Entrevistados: Las preguntas realizadas por el investigador que realizó la entrevista

Hugo ES: Cuando se trata de la entrevista semiestructurada (primera fuente de datos)

Hugo EE: Cuando se trata de la entrevista estructurada (cuarta fuente de datos)

5. ETAPAS DEL DATA ANÁLISIS DE LOS INFORMES DIARIOS

5.1. Etapa 1 Familiarización de los datos

El conjunto de datos fue trascrito y leído repetidamente. Todos los informes diarios recolectados son considerados narrativas de las experiencias del participante, además contamos con una descripción de sus expectativas y apreciación final de la clase (ver el *protocolo basado en evento)*.

5.2. Etapa 2 Identificación de experiencias emocionales

Identificamos extractos de las transcripciones con base en la tipología de los 22 tipos de emociones propuesta por la teoría cognitiva de las emociones (**Error! Reference source not found.**). Para eso, cada uno de los investigadores (segundo y tercer autor) releyó e identificó las situaciones desencadenantes de los tipos de emoción con base en la misma tabla. De las transcripciones se anotaron los tipos de emoción y las situaciones desencadenantes, véase el ejemplo siguiente (extracto):

Hugo-R2: [Las emociones y sentimientos que experimente en clase fue] estar contento porque *los estudiantes lograron articular soluciones a diferentes dudas de sus compañeros* {Satisfacción- Aprecio}. [La experiencia positiva que tuve fue] *el interés de los estudiantes por apoyar a sus compañeros* {Aprecio} [que considero fue] *por la actitud que se reflejó durante la sesión, hacia el apoyo entre ellos* {Feliz por-Aprecio}.

5.3. Etapa 3 Triangulación

Posteriormente, se examinaron las similitudes y diferencias de cada análisis, se discutieron las interpretaciones, y el acuerdo entre los autores fue alto. Los resultados de esta triangulación del análisis, se organizaron en una sola tabla por orden ascendente de fecha de los informes. La Tabla 4 es un extracto como ejemplo del reporte R2, a partir de la cual se trabajaron las siguientes fases del análisis de los datos.

5.4. Etapa 4 Inferencia de metas y normas

Las tablas reducidas de los 13 auto informes diarios nos dieron evidencia de las metas y normas que Hugo buscaba en cada clase, y en las lecturas repetidas de las situaciones desencadenantes. Decidimos utilizar un análisis temático de las situaciones desencadenantes para lograr identificar temas generales a partir de estas situaciones que se ajustaban a alguna meta, norma o actitud, basándonos en el tipo de emoción que desencadenaba según la OCC. En esta fase nos dimos cuenta que la información que teníamos no nos permitía inferir actitudes, desde los informes diarios.

El análisis temático (Braun y Clarke, 2006) de las situaciones desencadenantes fue guiado por las caracterizaciones de metas, normas y actitudes, en términos de la OCC. Las etapas en nuestro análisis fueron: (1) familiarizarse con los datos, (2) generar códigos iniciales, (3) la búsqueda de temas, (4) revisión de temas, (5) definir y nombrar los temas.

Extracto	Emoción	Situación desencadenante
Estar contento porque los estudiantes lograron articular soluciones a diferentes dudas de sus compañeros	Satisfacción Aprecio	Los estudiantes lograron resolver dudas Los estudiantes ayudan a sus compañeros
[Experiencias positivas] el interés de los estudiantes por apoyar a sus compañeros	Aprecio	Los estudiantes ayudan a sus compañeros
[Experiencias positivas] por la actitud que se reflejó durante la sesión, hacia el apoyo entre ellos	Aprecio Feliz por	Los estudiantes tienen actitud positiva Los estudiantes se ayudan entre si

Tabla 4: Emociones, situaciones desencadenantes del reporte 2

5.5.Etapa 5 Estructura de valoración

Para determinar la estructura de valoración utilizamos principalmente los resultados del análisis temático de las situaciones desencadenantes y las relaciones identificadas. Luego volvimos a las narrativas para inferir las implicaciones para organizar las metas y normas encontradas. En esta etapa incluimos los datos de la entrevista semiestructurada (primera fuente de datos) de la que rescatamos episodios que nos permitieron organizar la estructura de valoración.

Por ejemplo, en el siguiente extracto del informe R7 identificamos que la meta de 'que los estudiantes aprendan el contenido de la clase' es la meta de más alto nivel, que está soportada por otras metas como 'que los estudiantes desarrollen autonomía' y 'que los estudiantes participen en cada clase' que a la vez corresponden a normas como 'los estudiantes deben ser autónomos' y 'los estudiantes deben participar en clase' apoyada por la norma ' Los estudiantes deben ayudarse entre sí".

Hugo R7: Que los estudiantes lograron sus aprendizajes {Satisfacción}, de manera autónoma con sólo algunas recomendaciones de mi parte [Autonomía]. Realizando las correctas preguntas a los estudiantes ellos con sus respuestas [Participación] lograran articular bien sus propuestas [Colaborando] para que les sirvieran continuar con la actividad y lograrla con éxito.

ISSN: 2594-1046

Mientras que de la entrevista logramos rescatar episodios que soportan esta relación encontrada primero en los informes diarios, por ejemplo:

Entrevistador**:** ¿Cuáles consideras que son las principales metas u objetivos de una clase de matemáticas?

Hugo ES**:** [tarda en contestar] Las principales metas creo yo… por ejemplo, cuando uno está en bachillerato generalmente va uno sobre el objeto matemático para que lo pueda comprender el alumno entonces creo que depende mucho de la situación didáctica, qué es lo que *se busca que el estudiante reconozca e identifique y comprenda para poder establecer qué es lo que uno quiere que aprenda el alumno*.

Entrevistador**:** ¿Entonces también consideras que una meta es que el estudiante logre aprender?

Hugo ES**:** Creo que a nivel profesional, como te lo había comentado, es que el alumno ya aplique esos saberes a situaciones de aprendizaje y *a nivel medio superior obviamente si hay proyectos y todo pero generalmente yo lo enfoco un poco más a la resolución de problemas y al entendimiento del objeto matemático*. Por ejemplo que comprendan bien qué es la derivada, su análisis algebraico y su análisis geométrico.

Así proseguimos con la estructura de valoración. Además, identificamos creencias. En el sentido de Pajares (1992): "un juicio individual acerca de la veracidad o falsedad de un proposición". Específicamente, de la noción de actitud que hasta este momento identificamos como norma de comportamiento que a la vez soportan las nociones de autonomía, participación y colaboración de los estudiantes como normas de comportamiento del estudiante. Sin embargo, la actitud es considerada como una condición necesaria y prefijada del comportamiento de los estudiantes, tanto de los informes diarios como de la entrevista semiestructurada.

Hugo R**1:** Que muchas veces las actitudes en clase de los estudiantes es un reflejo de cómo les ha ido en su día y que este reflejo afecta de manera directa a la clase. Si llegan con una actitud positiva se logran grandes objetivos y si llegan con una actitud negativa es poco lo que se puede lograr.

Episodio de la entrevista:

Entrevistador**:** Y por el contrario ¿qué te desanima o te desmotiva a enseñar matemáticas?

Hugo ES: *La falta de compromiso que tienen a veces los estudiantes*. He tenido estudiantes realmente difíciles. Las experiencias con algún compañero que no quiere trabajar, no propone aspectos positivos para mejorar la clase. *Las actitudes negativas que tienen las personas desmotiva un poco. Uno como estudiante o profesor le pone corazón para lograr las cosas, le echa uno ganas para ver que hay gente que ya está cansada o fastidiada y no se les puede motivar para hacer algo*.

ISSN: 2594-1046

5.6.Etapa 6 Verificación:

Para finalizar el proceso, una de las investigadoras realizó un trabajo de observación de clase (tercera fuente de datos) del participante, donde uno de los objetivos fue verificar o refutar los resultados de la estructura de valoración, así como observar los recursos que el participante declaró utilizar durante los auto informes diarios. Las observaciones resultaron consistentes con la estructura que planteábamos. Para luego contrastar lo que estábamos interpretando por algunas expresiones, las concepciones e interpretaciones que el participante hacía de sus informes diarios, por ejemplo: la definición de *actitud,* la diferencia de *aprendizaje y comprensión*.

Por último, se realizó una entrevista estructurada con el objetivo de conocer significados de los términos que Hugo utiliza en los informes diarios y la entrevista semiestructurada como la diferencia entre aprender y comprender, y la caracterización de actitud, lo que nos permitió corroborar que soporta el resto de las metas identificadas en los informes.

Entrevistador: Describe un alumno con buena actitud.

Hugo EE: Un alumno con buena actitud. Ok. Llega, saluda, toma su lugar, este… participa en clase, pregunta… no está jugando con sus compañeros todo el tiempo, eh… realiza sus actividades, incluso me apoya con sus compañeros, realiza las tareas, no falta casi. Este… yo creo que eso sería.

Entrevistador: ¿Consideras que aprender y comprender es lo mismo?

Hugo EE: Eh… aprender y comprender. Aprender, mmmh… no lo considero lo mismo, porque uno puede comprender un objeto y aprender es aplicar las características del objeto y lograr este… aplicarlo o usarlo en alguna actividad.

Entrevistador: ¿en tu opinión qué es aprender matemáticas o en qué consiste?

Hugo ES Aprender matemáticas, creo que hay muchas respuestas… pero yo creo que aprender matemáticas es cuando alguien, al objeto matemático que está estudiando, le encuentra, bueno, para mí, un significado, le encuentra algún uso, una explicación. Quizá ahí es cuando uno realmente aprende matemáticas.

6. RESULTADOS

Los resultados se presentan po pregunta de investigación planteada, primero las experiencias emocionales identificadas, después la estructura de valoración.

6.1. Experiencias emocionales

Logramos identificar un total de 95 experiencias emocionales de 7 diferentes tipos de emoción que corresponden a 4 grupos de emociones distintos (Tabla 5). Al igual que en la literatura *satisfacción* es la emoción positiva más experimentada por Hugo y la emoción negativa más frecuente es *decepción*.

	Vicisitudes de los otros		Basadas en previsiones		Atribución		bienestar/ atribución	
Informe	Feliz por	Compasión	Satisfacción	Decepción	Aprecio	Reproche	Ira	Total
R1	1		4		3			8
R2	3		4		6			13
R3			3		3			6
R4				4		1		5
R5		1	2	4	2			9
R6				1		3	1	5
R7			4		2			6
R8			3		2			5
R9			4	2	1		2	9
R10	1		4		4			9
R11		1	3		1	1	2	8
R12			2	5	1			8
R13			3		1			4
Totales	5	2	36	16	26	5	5	95

Tabla 5 Experiencias emocionales de Hugo

Para identificar los cambios en los tipos de emoción identificadas, presentamos la Figura 1 que hace una comparación por día de los tipos de emoción clasificadas en positivas y negativas. Dentro de las emociones que se consideraron positivas son: feliz por, satisfacción, compasión, aprecio y las negativas son: decepción, reproche e ira.

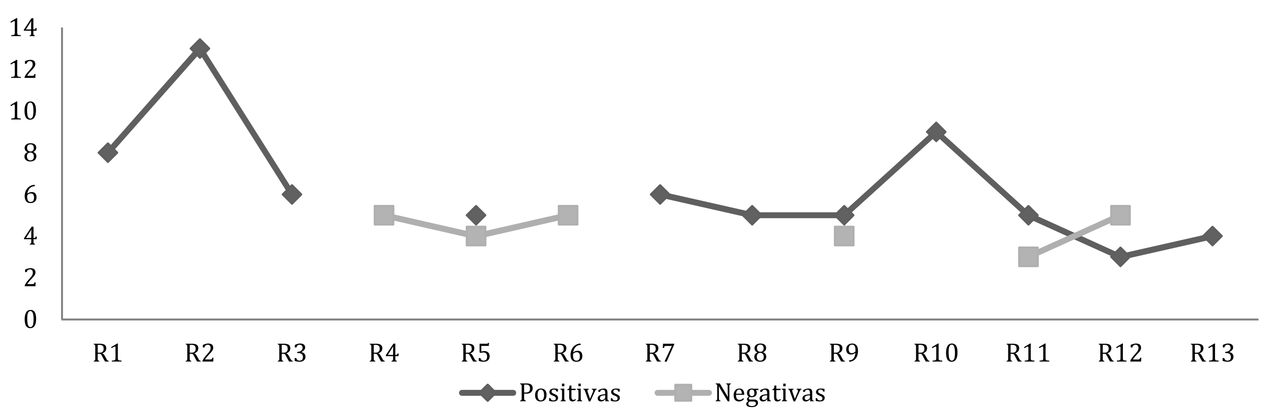


Figura 1 Experiencias emocionales positivas-negativas por día

ISSN: 2594-1046

En la Figura 1 se puede observar que en los informes R1-R3, R7, R8, R10, R13 sólo se identificaron experiencias emocionales positivas y en los informes R4 y R6 sólo experiencias emocionales negativas.

Hicimos una comparación entre los días de los informes y los temas de las situaciones desencadenantes (Tabla 6), verificamos que las situaciones desencadenantes de las experiencias emocionales suceden de modo que los días con sólo emociones positivas son aquellos en los que se satisfacen dos o más de esos temas o completamente negativas cuando no se satisface.

Informes	Colaboración entre estudiantes	Actitud de los estudiantes	Autonomía de los estudiantes	Participación de los estudiantes	La comprensión de los estudiantes	Logro de la actividad planeada
R1				✓		✓
R2	✓	✓		✓	✓	✓
R3	✓	✓		✓		✓
R4			×			×
R5			✓			✓×
R6		×		×		×
R7				✓		✓
R8	✓				✓	✓
R9	✓	×		✓×		✓
R10	✓			✓		✓
R11		×	✓			✓
R12		✓		✓	✓	✓×
R13				✓		✓

Tabla 6: Temas desencadenantes de experiencias emocionales

Se marca con ✓ si se encuentran narrativas que muestran situaciones que mencionan el cumplimiento del tema en el grupo. Se marca con × si se encuentran narrativas que muestran situaciones que mencionan el no cumplimiento del tema. Se marca ✓× si se encuentran narrativas que muestran situaciones que mencionan que algunos estudiantes cumplen con el tema y otros no.

Además cuando contrastamos con las expectativas de la clase, encontramos coherencia con los planteamientos del diseño y las experiencias emocionales. Pondremos como ejemplo R2 que es el día con mayor cantidad de emociones identificadas y todas ellas positivas, en R2 se identificó que la expectativa de la clase es que “los estudiantes identifiquen y planteen preguntas de las diferentes técnicas de integración”. La tabla 6 nos indica que en ese día se cumplieron cinco de los seis temas en que

ISSN: 2594-1046

logramos clasificar las situaciones desencadenantes: se presentó colaboración entre estudiantes, buena actitud de los estudiantes, hubo participación de los estudiantes, los estudiantes mostraron comprensión del tema, se logró realizar la actividad planeada para la clase.

En contraparte, podemos ver R4 donde la expectativa de la clase es que "los estudiantes de manera individual resolvieran diferentes problemas", y ninguno de ellos fue logrado.

> Hugo-R4: [Hoy viví una experiencia negativa] al percatarme que los estudiantes no reconocen el tipo de técnica [de integración] a aplicar para la resolución de problemas. [Y] los estudiantes no lograron resolver de manera autónoma los problemas propuestos, hubo necesidad de intervenir para indicar que técnica aplicar.

7. LA ESTRUCTURA DE VALORACIÓN

Enseguida presentamos la estructura de valoración del participante en la Figura 2. Para el participante aprender matemáticas "…es cuando alguien, al objeto matemático que está estudiando le encuentra un significado, le encuentra algún uso, una explicación". Utilizamos las notaciones de relación Necesario y Facilitador, para jerarquizar las metas y normas de Hugo.

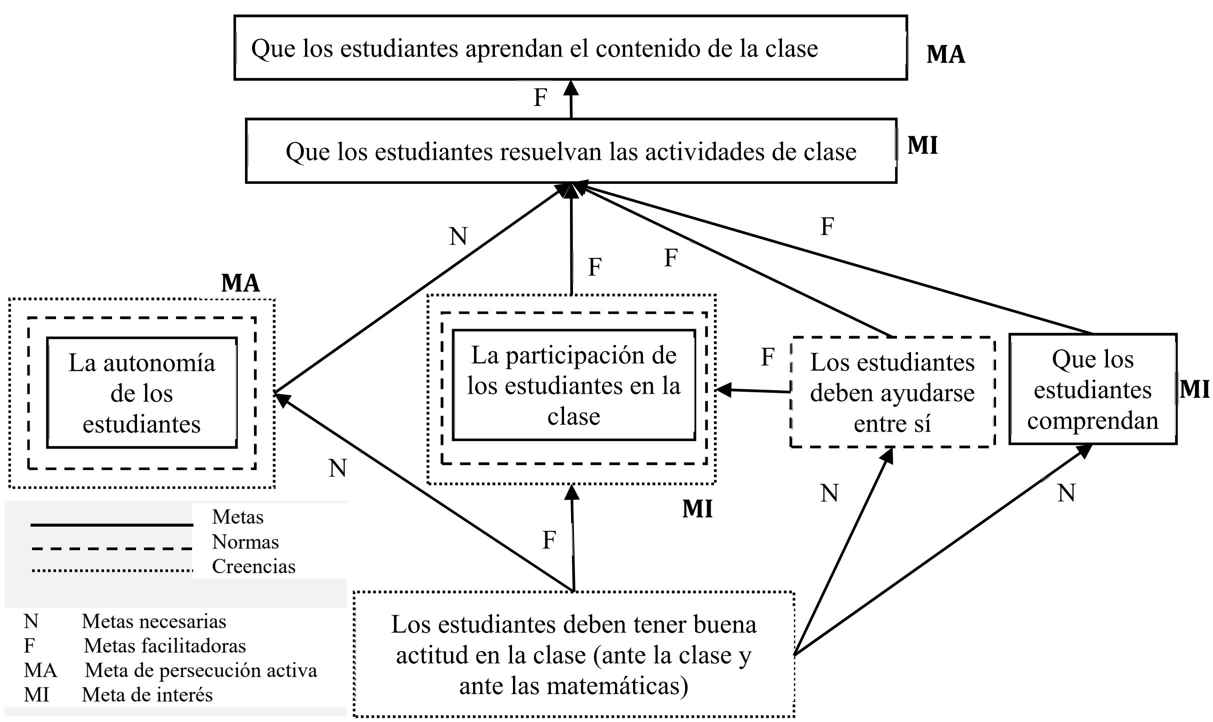


Figura 2 Estructura de valoración de Hugo

ISSN: 2594-1046

La estructura de valoración está soportada por una creencia sobre la actitud de los alumnos, para el participante esto significa una serie de comportamiento, "… *participa en clase, pregunta*,… *no está jugando* con sus compañeros todo el tiempo, eh… *realiza sus actividades*, incluso *me apoya con sus compañeros*, *realiza las tareas*, no falta casi".

En el diagrama se observa que un mismo tema está rodeado de tres rectángulos con diferentes tipos de contorno. Esto significa que funcionan como Meta (cuando estaba planeada o especificada en el diseño) y como norma (cuando no estaba especificada pero el participante esperaba que sucediera como parte de las obligaciones de clase). En el caso de 'La autonomía de los estudiantes' y 'La participación de los estudiantes' en general representan expresiones de una creencia de mayor orden.

8. DISCUSIÓN

Las experiencias emocionales satisfacción, aprecio y decepción son las que más se identificaron en los informes diarios. Esto se explica con las expectativas de cada clase, cuando los estudiantes realizan, en su totalidad o aproximadamente, lo que él prevé en su expectativas se identifican emociones de tipo satisfacción y viceversa para las emociones de tipo decepción. Esto debe entenderse como indicio de que sus experiencias emocionales están en función de sus metas en la clase. El aprecio está determinado por tres situaciones: participación de los estudiantes, apoyo entre compañeros e interés de los estudiantes, lo que indica que las emociones del participante están en términos de conductas específicas de los estudiantes. En su conjunto las experiencias emocionales de Hugo están soportadas en mayormente en creencias de comportamiento del estudiante lo cual es coherente con lo reportado por ejemplo por Frenzel (2014) que menciona como las causas de las emociones de profesores: las percepciones de comportamiento de los estudiantes, las metas de comportamiento de los estudiantes y las valoraciones de los profesores respecto a los acontecimientos que se producen en el aula.

Utilizando la OCC logramos identificar 7 diferentes tipos de emoción: Feliz por, Compasión, Satisfacción, Decepción, Aprecio, Reproche e Ira. Tipo de emociones semejantes han sido reportadas en la literatura, sin embargo la tematización de las situaciones desencadenantes nos permite ver a detalle el origen de los tipos de emoción y las fuentes por cada tipo de emoción son identificables, podemos resaltar la planeación e implementación de las actividades de clase, aspecto no considerado como causas de emociones. Y en la estructura de valoración notamos que, aunque la meta de persecución activa es el aprendizaje de los estudiantes, la meta de interés *que los estudiantes resuelvan las actividades de la clase* es la vía que se considera para lograr ese aprendizaje, lo que la corrobora como causa de emociones.

La estructura de valoración está soportada por tres fuertes creencias del comportamiento de los estudiantes: la actitud, la participación y la autonomía de los estudiantes que genera la mayor cantidad de emociones, esto da prueba del fuerte papel que juegan las creencias en el sistema afectivo de los profesores en el aula.

Además Hugo hace una distinción entre comprender y aprender el contenido matemático, lo que muestra que Hugo considera el aprendizaje como un proceso que consiste en alcanzar niveles de dominio de habilidades; de modo que la finalidad del aprendizaje es la aplicación, esto puede deberse a la formación profesional de Hugo, pues es un profesor fuera del campo (su formación principal es de ingeniería).

9. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Beilock, S. L., Gunderson, E. A., Ramirez, G., & Levine, S. C. (2010). Female teachers' math anxiety affects girls' math achievement. *Proc. Natl. Acad. Sci*. U.S.A. 107, 1860–1863. doi: 10.1073/pnas.0910967107

Braun, V., & Clarke, V. (2006). Using thematic analysis in psychology. *Qualitative Research in Psychology, 3*, 77–101. http://doi.org/10.1191/1478088706qp063oa

Chang, M.-L. (2009). An appraisal perspective of teacher burnout: examining the emotional work of teachers. *Educ. Psychol*. Rev. 21, 193–218. doi: 10.1007/s10648-009-9106-y

Dai, D. Y., & Sternberg, R. J. (2004). *Motivation, emotion, and cognition; Integrative perspectives on intellectual functioning and development*. Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum.

Darby, A. (2008). Teachers' emotions in the reconstruction of professional self-understanding. *Teach. Teac. Educ.* 24, 1160–1172. doi: 10.1016/j.tate.2007.02.001

Ellsworth, P. C., & Scherer, K. R. (2009). Appraisal processes in emotion. In R. J. Davidson, K. R. Scherer, & H. H. Goldsmith (Eds.), *Handbook of affective sciences* (pp. 572–595). New York, NY: Oxford University Press.

Frenzel, A. C. (2014). "Teacher emotions," *in Handbook of Emotions in Education*, Eds. R. Pekrun and L. Linnenbrink-Garcia (New York: Routledge), 494–519.

Frenzel, A. C., Götz, T., Lüdtke, O., Pekrun, R., & Sutton, R. E. (2009). Emotional transmission in the classroom: exploring the relationship between teacher and student enjoyment. J. *Educ. Psychol*. 101, 705–716. doi: 10.1037/a0014695

Frijda, N. H. (2007). *The laws of emotion*. New York, NY: Lawrence Erlbaum.

Hargreaves, A., & Tucker, E. (1991). Teaching and guilt: exploring the feelings of teaching. *Teach. Teach. Educ*. 7, 491–505. doi: 10.1016/0742-051x(91)90044-p

Iida, M., Shrout, P., Laurenceau, J., & Bolger, N. (2012). Using Diary Methods in Psychological Research. *APA Handbook of Research Methods in Psychology: Vol. 1. Foundations, Planning, Measures and Psychometrics*, *1*, 277–305. http://doi.org/10.1037/13619-016

Keller, M. M., Chang, M.-L., Becker, E. S., Goetz, T., and Frenzel, A. C. (2014). Teachers' emotional experiences and exhaustion as predictors of emotional labor in the classroom: an experience sampling study. *Front. Psychol*. 5:1442. doi: 10.3389/fpsyg.2014.01442

Lazarus, R. (1991). *Emotion and adaptation*. New York: Oxford University Press.

Moors, A., Ellsworth, P. C., Scherer, K. R., & Frijda, N. H. (2013). Appraisal Theories of Emotion: State of the Art and Future Development. *Emotion Review*, *5*(2), 119–124. http://doi.org/10.1177/1754073912468165

Ortony, A., Clore, G. L., & Collins, A. (1988). *The cognitive structure of emotions*. Cambridge, UK: Cambridge University Press.

Pajares, M. F. (1992). Teachers' Beliefs and Educational Research: Cleaning Up a Messy Construct. *Review of Educational Research*, 62(3), 307–332. http://doi.org/10.3102/00346543062003307

Sutton, R. E. (2007). Teachers' anger, frustration, and self-regulation. In P.A. Schutz and R. Pekrun (Eds.) *Emotion in Education*, San Diego: Academic Press, 251–266.

Sutton, R. E., and Harper, E. (2009). Teachers' emotion regulation. In L. J. Saha and A. G. Dworkin (Eds.) *International Handbook of Research on Teachers and Teaching*, *21*, New York: Springer, 389–401.

Sutton, R. E., and Wheatley, K. F. (2003). Teachers' emotions and teaching: a review of the literature and directions for future research. *Educ. Psychol. Rev*. 15, 327–358. doi: 10.1023/A:1026131715856

Investigación e Innovación en Matemática Educativa

ISSN: 2594-1046

Pensamiento Estocástico en la Modelación Gráfica. Un Estudio de Caso en la Ingeniería Química

Leslie Torres Burgos
Universidad Autónoma de Yucatán, leslie.torres@correo.uady.mx

Eddie Aparicio Landa
Universidad Autónoma de Yucatán, alanda@correo.uady.mx

Landy Sosa Moguel
Universidad Autónoma de Yucatán.,smoguel@correo.uady.mx

Resumen

Se reporta la forma en que el pensamiento estocástico es movilizado por un ingeniero químico encargado de diagnosticar/detectar posibles desgastes internos en transformadores eléctricos. Para ello se llevó a cabo una serie de observaciones, entrevistas y notas de campo, con el fin de obtener datos en tiempo y escenario real sobre el pensamiento empleado por dicho ingeniero en su práctica de diagnóstico. Se detectó a la modelación gráfica como una herramienta fundamental para el análisis, en donde la gráfica es un modelo de análisis para interpretar, predecir y tomar decisiones (modelación gráfica estadística) respecto al estado de un transformador eléctrico. Asimismo, se identificó que la noción de estabilidad es un elemento fundamental en tanto equilibrio de un sistema variacional, por lo que al presentarse situaciones de inestabilidad, es necesario estudiar cuál es el comportamiento, su variación y sus causas. De esta forma, se observó que la inestabilidad da paso al estudio de las variaciones simultáneas y a la correlación entre variables aleatorias.

Palabras clave: Pensamiento estocástico, modelación gráfica, estadística.

1. INTRODUCCIÓN

La noción de variabilidad se ha constituido como uno de los principales referentes de análisis en el estudio del pensamiento estocástico, toda vez que es caracterizado teniendo a dicha noción como elemento estructural. Según Moore (1997), citado en Chance (2000), son elementos de este tipo de pensamiento el reconocer la necesidad de producir y manejar información, la variabilidad, la medición y la modelación de la variabilidad. Snee (1990) expone a la identificación, caracterización, cuantificación, control y reducción de la variación, como base de los procesos del pensamiento estocástico para la explicación o mejora de situaciones en la realidad de los seres humanos, todas con una componente de variabilidad aleatoria.

Por su parte, Wild y Pfannkuch (1999), con el propósito de entender las estrategias y patrones de pensamiento del estadístico en estudiantes de estadística y estadísticos profesionales en la resolución de problemas reales, identificaron que el foco central en sus procesos de análisis y resolución es la variabilidad. Según Camacho y Sánchez (2010), histórica y socioculturalmente la noción de variabilidad se constituye en prácticas de la ingeniería tales como astronomía, topografía y óptica, en las que adquirió importancia el estudio de los errores de medición producidas por distintos instrumentos; de manera que en el estudio de la variabilidad se basa el desarrollo de herramientas estadísticas como el método de mínimos cuadrados de Gauss para resolver problemas de corte social y científico.

Tal como señalan diversos autores (Chance, 2000; Shaughnessy & Ciancetta, 2001; Fernández, Andrade y Sarmiento, 2009), la variación o variabilidad es el elemento angular del pensamiento estocástico, pues su desarrollo implica el análisis y cuantificación de la variabilidad, el estudio del comportamiento de datos, la construcción de modelos que permitan interpretar, inferir y predecir resultados, entre otros procesos (Herrera, 2004; Batanero y Díaz, 2004). Sin embargo, la ausencia de su estudio en los tratamientos escolares en Estadística limita el desarrollo de esta forma de pensamiento que, de acuerdo con Wild y Pfannkuch, (1999), consiste en formar y transformar las representaciones de datos para comprender un sistema, analizar la variabilidad para predecir, explicar y controlar datos o variables en una situación, modelar la variación, generar modelos estadísticos o con componentes de aleatoriedad, producir inferencias o conjeturas, conectar el conocimiento del contexto con el análisis de datos para interpretar su significado y tomar decisiones bajo incertidumbre.

En palabras de Chance (2000), movilizar este pensamiento implica:

> Entender la relación y el significado de la variabilidad en contextos de la realidad, tener la habilidad de explorar datos en distintas maneras más allá de lo prescrito en los textos y generar nuevos cuestionamientos adicionales a los planteados por quien investiga. (p. 6).

Como proceso del pensamiento estocástico, la modelación gráfica en Estadística también se fundamenta en el análisis de la variabilidad, en especial, ante la falta de identificación de patrones o relaciones causales entre variables como acontece en las situaciones con incertidumbre. No obstante, en la Estadística escolar los jóvenes evidencian falta de entendimiento sobre cómo la variabilidad puede representarse gráficamente. Al respecto, se sabe que cuando los datos se representan en un histograma

Algunos estudiantes juzgan la variabilidad de la distribución sobre la base de la variación en las alturas de las barras o los “saltos” percibidos en la gráfica, más que en la densidad relativa de los datos alrededor de la media. (Garfield, Delmas & Chance, 1999, citado en Hjalmarson, Moore & Delmas, 2011, p. 3).

Curricularmente, esta dificultad ha sido asociada a discursos escolares en los que prevalece la enseñanza basada en fórmulas y cálculos que, por ejemplo, obstaculizan interpretar la desviación estándar como una medida de variabilidad (Reading & Shaughnessy, 2004).

Si bien una forma de construir modelos matemáticos en Estadística es a través de representaciones gráficas, Curcio (1987) detectó que la comprensión de las gráficas por jóvenes de distintas edades se torna compleja en el nivel de interpretación y establecimiento de relaciones entre los datos (por ejemplo, relaciones de co-variación) y principalmente, en el nivel de extrapolación, predicción e inferencia de lo representado en la gráfica para responder cuestionamientos implícitos. En adición, Pfannkuch, Budgett, y Parsonage (2004), citados en Makar y Rubin (2009), reportan que las dificultades en el uso e interpretación de gráficas para el establecimiento de inferencias estadísticas en el contexto original de los datos persisten en estudiantes universitarios y son ligadas a la ausencia de un pensamiento estocástico.

Ante este tipo de dificultades, autores como Moore (1999), citado por Chance (2000), sugieren trastocar este discurso escolar y aproximarse al desarrollo del pensamiento estadístico iniciando con la examinación de datos, con énfasis en su graficación e interpretación, en la búsqueda de patrones o desviaciones, de explicaciones en el contexto del problema, en la elección de descripciones numéricas adecuadas de aspectos específicos y en la generación de modelos. Wild y Pfannkuch (1999) añaden tomar en cuenta el tipo de actividades que hacen los estadísticos, tal como construir modelos y usarlos para entender y predecir el comportamiento de aspectos de la realidad, desde la concepción estadística de un problema (colección de datos de un sistema real y su análisis), hasta la generación de explicaciones de una conclusión del problema con base en el conocimiento estadístico; puntualizan que es en la conexión entre los modelos y el contexto natural de los problemas donde se manifiesta este tipo de pensamiento.

Es en este entramado de circunstancias y contexto, relacionados con la enseñanza aprendizaje de algunos conceptos estadísticos y el desarrollo del pensamiento asociado, que en este escrito se discute sobre la modelación gráfica de variables aleatorias como una forma para desarrollar el pensamiento estocástico y se analiza acerca del tipo de aspectos del pensamiento estocástico que se movilizan en la modelación gráfica de variables aleatorias en la toma de decisiones de un ingeniero químico. El propósito es establecer algunos elementos para el rediseño del discurso escolar otorgado a procesos (estocásticos) vinculados a prácticas de graficación-modelación, fijando la atención en las nociones de variabilidad y estabilidad.

ISSN: 2594-1046

2. MARCO TEÓRICO

Debido al interés por determinar en qué medida las nociones de estabilidad y variabilidad asociadas a la modelación gráfica aportan elementos para un rediseño del discurso escolar asociado al pensamiento estocástico, se decidió analizar el conocimiento matemático funcional de un profesional de la ingeniería química, en el contexto de su práctica. La premisa fundamental consiste en reconocer que desde el contexto se pueden generar explicaciones respecto a las formas de pensamiento y las acciones de los individuos asociadas a ciertos saberes, lo que se traduce en poder comprender cómo el humano, mediante su actividad, construye conocimiento en condiciones y circunstancias en las que física o simbólicamente se sitúa (Aparicio, Sosa, Jarero y Tuyub, 2010).

Por lo anterior, se asume que también es en los diversos contextos de uso de los saberes donde tiene lugar una epistemología funcional de estos, al considerar como elementos primarios de significación y resignificación de saberes, a la práctica o actividad del humano, o en un sentido más amplio, al contexto del humano haciendo y usando matemáticas. De tal forma que el estudio del conocimiento matemático en el escenario del trabajo posibilita identificar la funcionalidad de las matemáticas, dado que ésta se entiende como aquel conocimiento matemático que deberá integrarse a la vida para transformarla, reconstruyendo significados permanentemente (Cordero y Suárez, 2008).

En el mismo orden de ideas anteriores, Aparicio y Cantoral (2006) mencionan que, en un proceso de análisis sobre la construcción de un saber matemático, el centro de atención no está sobre el objeto matemático en sí, sino en la actividad o práctica que favorece u obstaculiza su producción; mostrándose que no es la actividad humana lo central, sino los procesos o mecanismos que de ellas pueden extraerse para el aprendizaje y significación de dicho objeto matemático.

Dicho así, el estudio se enmarca teóricamente en los principios de la Socioepistemología, en relación con el papel que se le atribuye a las prácticas sociales y las prácticas de referencia en procesos de significación y funcionalidad de los saberes matemáticos. Puesto que, como se menciona en Cordero, Gómez, Silva-Crocci y Soto (2015), en esta teoría se otorga especial importancia al carácter funcional de la matemática según los usos de dicho conocimiento, como vínculo entre la matemática escolar y la cotidiana.

La Teoría Socioepistemológica asume como base filosófica de la construcción del conocimiento la postura pragmática, que establece que el uso de un objeto es el que produce su significado. En este sentido, por sí mismo un objeto no existe; es y existe para un individuo o grupo y en relación con ellos. Así pues, la relación sujeto-objeto determina al objeto mismo y también al sujeto (Gómez, 2009).

Cordero (2001) refiere que "en la actividad humana el conocimiento tiene significados propios, contextos, historia e intención, de ahí surgen versiones diferentes de una noción matemática".

La Teoría Socioepistemológica incorpora una dimensión social al estudio de los fenómenos didácticos asociados a la matemática, dirigiendo su atención hacia las prácticas sociales; es decir, prácticas que norman la construcción social del conocimiento matemático (Cantoral y Farfán, 2003). En la práctica social, en tanto unidad de análisis, no se analiza a los participantes sino a sus usos (y costumbres), pues lo que importa de los participantes son sus formas de construir conocimiento (Cordero, 2006). Consecuentemente, la atención en este trabajo no estuvo en los conceptos matemáticos, sino en las nociones, argumentos y prácticas que permiten el desarrollo del pensamiento estocástico.

3. MÉTODO

Se realizó un análisis cualitativo e interpretativo a través de un estudio de caso, puesto que parte del interés estaba en comprender la particularidad del trabajo de un ingeniero químico (diagnóstico de transformadores eléctricos), para determinar qué aspectos del pensamiento estocástico son movilizados en la modelación gráfica de variables aleatorias en la toma de decisiones.

De esta forma, según las clasificaciones de Stake (1998) por el objetivo fundamental que se persigue, el trabajo se ubica en el estudio instrumental de casos, cuyo propósito es analizar para obtener una mayor claridad sobre un tema o aspecto teórico. Y por la naturaleza del informe final, el trabajo se clasifica en un estudio de casos interpretativo, el cual, aporta descripciones densas y ricas con el propósito de interpretar y teorizar sobre el caso. El modelo de análisis es inductivo para desarrollar categorías conceptuales que ilustren, ratifiquen o desafíen presupuestos teóricos difundidos antes de la obtención de la información. Así, la técnica de investigación consistió en un análisis de expresiones lingüísticas, por ejemplo, en entrevistas y en el desarrollo del quehacer del ingeniero.

3.1. Obtención de los datos

Dado que la práctica del ingeniero consiste en el análisis y diagnóstico de transformadores eléctricos para detectar problemas según índices de falla y de desgaste, era necesario tener una interlocución con él, puesto que el investigador era entendido como una persona ajena a su práctica. Para la obtención de datos se realizaron observaciones no participantes (visitas al laboratorio) durante una semana, respecto a los análisis que lleva a cabo el ingeniero químico. Con base en tales observaciones, se desarrollaron entrevistas orientadas a dos aspectos principales: el primero, entender el lenguaje y procedimientos propios de la ingeniería química (método de diagnóstico); el segundo, identificar y analizar la matemática puesta en juego para establecer aspectos del pensamiento estocástico que se movilizan en la modelación gráfica. Además, se tomaron video grabaciones, grabaciones de audio y notas de campo para tener un registro y poder consultarlo en el análisis de datos.

3.2.Método de diagnóstico de los transformadores eléctricos

El diagnóstico de los transformadores eléctricos se realiza a través de la identificación del cambio de tendencia de manera gráfica en los niveles de concentración de diferentes gases (Agua, Acetileno, Etano, Etileno, Hidrógeno, Metano, Monóxido de Carbono (CO) y Bióxido de Carbono (CO_2)) disueltos en el aceite; cada uno con distinto nivel de concentración y en dos niveles de importancia. Esto es, existen gases denominados clave, los cuales indican fallas específicas en un transformador: Hidrógeno - Deterioro normal, Etileno - Sobrecalentamiento y Acetileno - Arqueo .

En este sentido, un transformador en condiciones ideales, no debe presentar niveles elevados de los gases clave; es posible que se formen, pero su concentración debe ser *estable,* esto es, que su incremento sea lento y similar al resto de los gases analizados. El CO y CO_2, al igual el Metano, Etano y Agua, se producen por el propio envejecimiento del transformador de manera que es normal que se presenten en el análisis; sin embargo, su comportamiento también debe ser estable, es decir, que su incremento sea lento y constante .

En la Figura 1 se muestran los modelos gráficos del comportamiento ideal de los gases disueltos en el aceite de un transformador, que representa desgaste natural en condiciones ideales.

En estos modelos se observa la estabilidad de los gases de falla, y la estabilidad en el incremento de los otros gases (estabilidad como no incremento, estabilidad como variación constante). Cabe mencionar que estas gráficas no son reales, son sólo una representación de las gráficas según las condiciones ideales que se esperarían en un transformador, por lo que las fechas y niveles de concentración son únicamente supuestos, lo importante es el comportamiento de las curvas y su

ISSN: 2594-1046

tendencia, en la que se muestra estabilidad del transformador. Para la elaboración de las gráficas el ingeniero recaba datos aleatorios de las concentraciones de gases en el aceite.

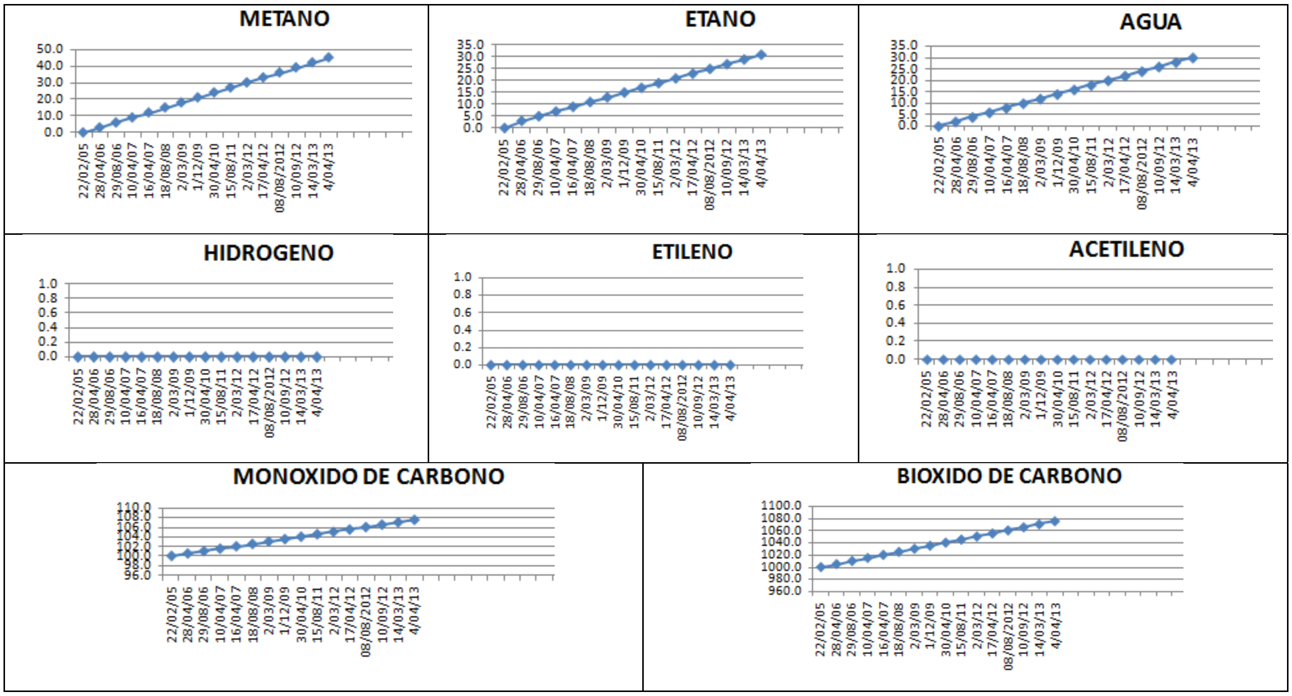


Figura 1. Modelos gráficos del desgaste de un transformador en condiciones ideales

Es fundamental mencionar que, para dar un diagnóstico del estado del transformador, se identificó que el ingeniero realiza un análisis en dos niveles, uno macro y uno micro (global y puntual); esto es, en un primer momento analiza a nivel macro el comportamiento de todos los gases y en caso de encontrar variaciones analiza el comportamiento de cada uno de los gases (nivel micro), para determinar si sus niveles de concentración están estables o no. En caso de no serlo, se analiza de nueva cuenta a nivel macro, para determinar la variación simultánea (correlación de variables) entre cada uno de los gases disueltos en el aceite, de manera que se identifique si la variación se debe a factores ambientales (en caso de que las variaciones sean similares en todos los gases) o es intrínseco del equipo.

4. RESULTADOS

4.1. Análisis de una situación de diagnóstico

Como se discutió en el apartado anterior, existe un comportamiento ideal de las concentraciones de los gases; sin embargo, en la práctica, las gráficas que se obtienen de los datos que recibe el ingeniero presentan variaciones debido a cuestiones ambientales, sobrecargas de los equipos, entre otros factores. En la Figura 2 se presenta un ejemplo de modelos gráficos del desgaste de un transformador en condiciones reales, en donde el equipo no presenta problemas, pero sí variaciones.

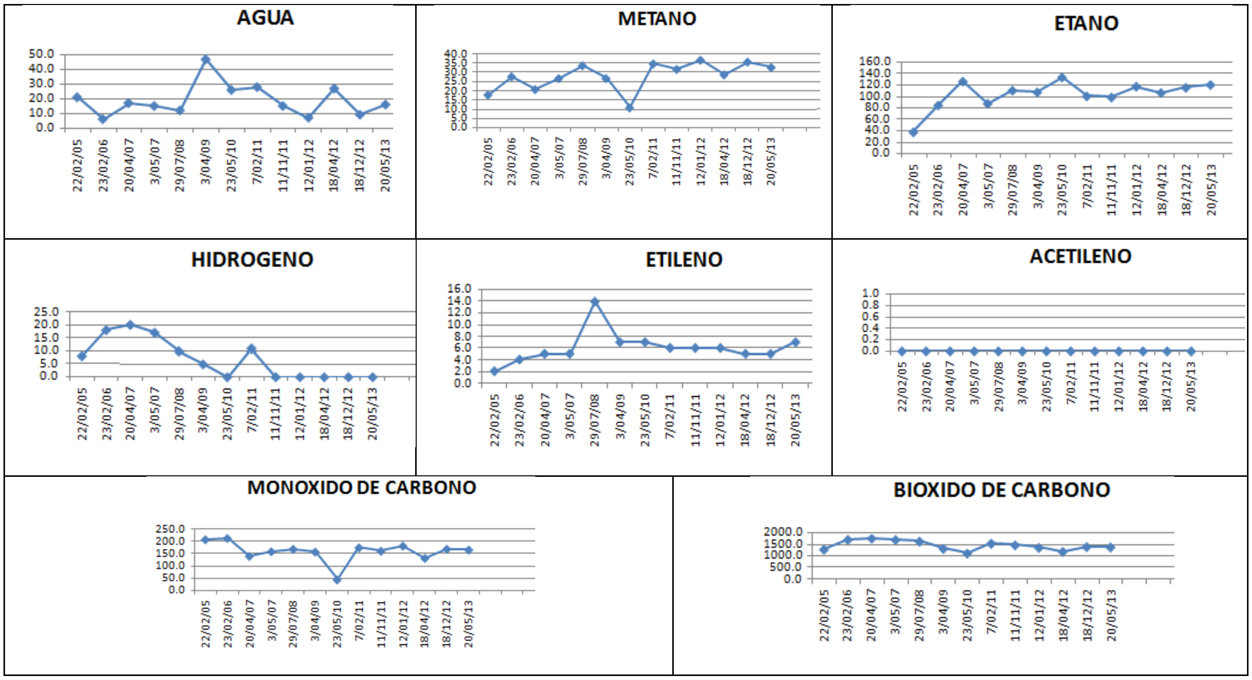


Figura 2. Modelos gráficos del desgaste de un transformador en condiciones reales

En el reporte de diagnóstico del ingeniero respecto al estado del transformador asociado a este conjunto de gráficas, se lee: *Transformador en condiciones normales de operación*.

A pesar de que a primera vista se pudiera pensar que por las variaciones el transformador está presentando algún problema, en el diagnóstico no es así. Esta afirmación de condiciones normales se debe a un análisis macro (global) del comportamiento de todas las gráficas; de manera aislada se identifica que cada una de ellas tiene considerables variaciones a excepción del acetileno; sin embargo, de manera global se observa que la tendencia de todos los gases es la misma, por lo que se identifica una estabilidad en la variación (variación estable). En este sentido, se moviliza un análisis correlativo de forma puntual y tendencial de los datos.

Respecto al comportamiento de los tres gases clave, únicamente el acetileno presenta el comportamiento ideal, lo que se interpreta como ausencia de un problema serio dentro del transformador. Sin embargo, el hidrógeno y el etileno presentan variaciones; se puede ver en la gráfica que el hidrógeno al inicio se incrementa, pero posteriormente disminuye hasta llegar a cero, que es su valor de estabilidad;

sin embargo, nuevamente se incrementa, pero recupera estabilidad, tendiendo a mantenerse estable *(nivel micro)*.

En las gráficas del monóxido y bióxido de carbono, metano, etano y agua se observa que las cinco presentan variaciones, y la tendencia del comportamiento es a incrementarse, lo cual se considera normal, ya que en ellas se observa el desgaste natural del equipo. Al mismo tiempo, la tendencia de las gráficas más o menos tiende a una estabilidad dado que los últimos valores graficados son cercanos, lo que muestra que estos gases también están estables dentro del equipo.

Con base en lo anterior, el ingeniero considera que el transformador está estable, y que existe una estabilidad en el comportamiento de las gráficas, esto basado en un análisis simultáneo de las tendencias de las curvas y de la correlación de las variables. En palabras del ingeniero:

> …de acuerdo a las pruebas del laboratorio, el equipo no está presentando un incremento grande en el etileno, de hecho, es muy muy bajo, si observamos las pruebas: Desde el 2009 presenta 7 ppm de etileno, un año después en el 2010 sigue con 7 ppm, un año después en el 2011 tiene 6 ppm, un año después en el 2012 está entre 6 y 5 ppm y en la última prueba realizada en mayo de 2013 tiene 7 ppm. Por tanto, en casi 5 años, este equipo se ha comportado muy estable teniendo variaciones no mayores a una parte por millón entre pruebas.
>
> …de este análisis se determina que el equipo se encuentra estable, pero ¿cómo determino esto?, porque, lleva 5 años sin generar gases, por eso está considerado como estable y trabajando de manera correcta, los análisis anteriores sólo nos sirven como un histórico.
>
> …se puede ver que en el periodo de 2007 al 2008 se presentó un incremento de 5 ppm a 14 ppm de etileno, pero no se considera a esta generación como alarmante simplemente por el tipo de gas de falla que estamos midiendo. Siendo que un incremento de 9 ppm de etileno en más de un año es muy poco, haciendo cuentas rápidas estaríamos hablando de que cada 2 meses aproximadamente se generaron 2 ppm de gas, casi nada, por lo que la velocidad de generación de los gases es muy lenta.

En los fragmentos anteriores se reconoce un análisis de estabilidad a nivel macro y micro, pues primeramente se menciona la variación, es decir, una pérdida de estabilidad respecto al modelo ideal; posteriormente, el ingeniero realiza un nuevo análisis macro cuando dentro de la misma inestabilidad identifica una estabilidad en las variaciones; es decir, debido a que los comportamientos tendenciales de manera general son similares se atribuye el incremento de niveles de concentración a factores ajenos al transformador. Pero el análisis no concluye ahí, sino que se realiza un análisis micro de los gases,

ISSN: 2594-1046

especialmente del etileno, dado que es el más incrementado, y se analiza cómo éste va variando conforme transcurre el tiempo.

4.2. Análisis de resultados a la luz del encuadre teórico

Con base en el método de análisis empleado por el ingeniero y los argumentos usados para tomar decisiones, se identifica que su práctica de diagnóstico consiste en el uso e interpretación de datos y variables aleatorias mediante un proceso de modelación gráfica. Asimismo, se observa el despliegue de una forma de pensar estocástica durante su práctica. Ejemplo de ello es que el proceso mental llevado a cabo por él se caracteriza por el análisis o búsqueda de la estabilidad. Sin embargo, ante situaciones donde se pierde la estabilidad ideal, se realiza un análisis de la variabilidad en los datos, por lo que es necesario realizar ajustes en donde la variabilidad se considera constante. En consecuencia, el ingeniero trabaja sobre la variabilidad, reinterpretándola/reconfigurándola en una variabilidad aceptable, “normal” en relación con los datos, por tanto, no es significativa, y parece que los datos se comportan de manera constante.

Si bien las mediciones arrojan datos de cada elemento del sistema, se recurre y es necesario entender las variables de todo el sistema. De este modo, la decisión (diagnóstico) no resulta a partir de los datos o más precisamente de su interpretación, sino de la reinterpretación de las variables y la correlación entre las mismas de manera que se explique algún nivel de la estabilidad.

Con base en lo anterior, se observa que el uso de las gráficas que realiza el ingeniero va más allá de la forma en la que se emplean en el aula. Esto se explica en algún sentido por el hecho de que en el escenario escolar las gráficas son empleadas como medio de representación de la información; sin embargo, este uso no es suficiente para el desarrollo de un pensamiento estocástico, dado que la gráfica surge en un proceso de modelación (modelación estadística). Dicho proceso de modelación surge ante la necesidad de estudiar situaciones de inestabilidad. Es decir, para toda situación existe un comportamiento ideal (estable) preestablecido, bajo el cual, si el sistema está dentro del parámetro no es necesario realizar un análisis mayor. Sin embargo, al presentarse situaciones de inestabilidad (variaciones en el comportamiento ideal), es necesario analizar aspectos puntuales del sistema para determinar qué, cómo, cuánto y por qué cambia lo que cambia.

En toda esta práctica que realiza el ingeniero, el estado del transformador funge como una variable aleatoria que se analiza mediante un modelo gráfico estocástico, con el fin de interpretar el comportamiento de los datos para realizar inferencias, predicciones y tomar decisiones. Asimismo, se identifica a la estabilidad y al análisis correlativo de variables, como elementos referentes para la construcción de modelos estocásticos que favorecen el análisis e interpretación de lo aleatorio.

En este sentido, más allá de considerarse el empleo de gráficas como ha sido usual en el discurso matemático escolar, en la actividad del ingeniero químico dichas gráficas representan el conocimiento estadístico en uso. Esto se afirma al identificar en el diagnóstico realizado por el ingeniero, una organización de la información que le permite estudiar tendencias; de manera que el énfasis no se encuentra en la graficación sino en la modelación gráfica. Visto así, se puede decir que la gráfica es, en algún sentido, resultado de una modelación gráfica y la graficación es la técnica o método para graficar (generar gráficas).

Particularmente, en este trabajo se detectó que la modelación gráfica estadística es un proceso de toma de datos, de su organización sintética y visual, de modo que se establezcan localidades y generalidades de estos para poder estudiar tendencias.

5. CONCLUSIONES

La modelación estadística en la práctica del ingeniero químico es la herramienta para describir, analizar, interpretar, diagnosticar, predecir y tomar decisiones respecto a una situación aleatoria específica mediante el análisis y establecimiento de comportamientos tendenciales. El aspecto principal de su pensamiento estocástico en la modelación gráfica de variables aleatorias para la toma de decisiones fue la estabilidad, entendida como una forma de conocer y entender el equilibrio de un sistema; empero, es ante una situación o señal de inestabilidad que se estudia el sistema de variaciones, en este caso específico, en los niveles de concentración de los gases, dando paso a un análisis correlativo.

El mecanismo usado por el ingeniero para establecer sus inferencias y decidir en consecuencia, consistió en la actividad de análisis comparativo entre gráficas y el correlativo entre las variables. En ello, la recolección, organización y graficación de datos obtenidos mediante muestreos estadísticos, forma parte de su práctica profesional, posibilitando la identificación y movilización de nociones medulares y formas del pensamiento estocástico tales como: estabilidad (o inestabilidad), variabilidad y el establecimiento de inferencias del comportamiento tendencial de datos en gráficas.

De manera que, la estabilidad-inestabilidad y variabilidad de cambios simultáneos en los valores de variables aleatorias, son elementos indispensables en la modelación gráfica estadística de una práctica profesional, y en adición, son aspectos en los que se vislumbra una posible reinterpretación del uso de las gráficas, graficación y modelación gráfica en la estadística escolar.

Se identifica que la gráfica surge de un proceso y una actividad de modelación gráfica, por lo que el énfasis está en la situación, que promueve entender, analizar e interpretar una relación entre variables aleatorias, de manera que, mediante la modelación gráfica se puede interpretar y determinar qué ocurre en la situación (proceso) desde el modelo, reconociendo así una relación causa efecto entre la gráfica y el modelo, denominando a esta relación modelación estadística.

De esta forma, escolarmente no sería suficiente con enseñar o aprender a interpretar modelos para referir o describir una realidad, se hace necesario favorecer el desarrollo y uso del pensamiento matemático. Por ejemplo, y en este caso concreto, al estudiar variaciones de o en un sistema de cambios de naturaleza aleatoria, considerando como elementos centrales o referenciales para dicho desarrollo, la estabilidad y variabilidad del cambio. Es así que se considera a estos elementos como aspectos para el rediseño del discurso matemático escolar en el área de la estadística.

6. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Aparicio, E., y Cantoral, R. (2006). Aspectos discursivos y gestuales asociados a la noción de continuidad puntual. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa, 9*(1), 7 - 30.

Aparicio, E., Sosa, L., Jarero, M., y Tuyub, I. (2010). Conocimiento matemático. Un estudio sobre el papel de los contextos. En R. Rodríguez y E. Aparicio (Eds.), *Escuela de Invierno en Matemática Educativa 13*(1), 167-174. Monterrey: Red de Centros de Investigación en Matemática Educativa.

Batanero, C., y Díaz, C. (2004). El papel de los proyectos en la enseñanza y aprendizaje de la estadística. En J. Patricio Royo (Ed.), *Aspectos didácticos de las matemáticas* (125-164). Zaragoza: ICE.

Camacho, A., y Sánchez, B. (2010). Análisis sociocultural de la noción de variabilidad. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa, 13*(4-I), 29-52.

Cantoral, R., & Farfán, R. (2003). Matemática Educativa: Una visión de su evolución. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa, 6* (1), 27-40.

Chance, B. (2000). Components of statistical thinking and implications for instruction and assessment. *Annual Meeting of the American Educational Research Association*. New Orleans, USA.

Cordero, F. (2001). La distinción entre construcciones del cálculo. Una epistemología a través de la actividad humana. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa, 4*(2), 103-128.

Cordero, F. (2006). La modellazione e la rappresentazione grafica nell'insegnamento apprendimentodella matematica. La Matematica e la sua Didattica. Anno 20, n.1, 59-79.

Cordero, F., Gómez, K., Silva-Crocci, y Soto, D. (2015). *El Discurso Matemático Escolar: la Adherencia, la Exclusión y la Opacidad*. Barcelona, España: Gedisa. ISBN: 978-84-16572-00-7.

Cordero, F., y Suárez, L. (2008). Elementos teóricos para estudiar el uso de las gráficas en la modelación del cambio y de la variación en un ambiente tecnológico. *Revista Electrónica de Investigación en Educación en Ciencias. 3*(1), 51-58.

Curcio, F. (1987). Comprehension of mathematical relationships expressed in graphs. *Journal for Research in Mathematics Education*, *18* (5), 382-393.

Fernández, F., Andrade, L., y Sarmiento, B. (2009). La idea de variación en la educación estadística. *Memorias VIII Encuentro nacional de educación matemática y estadística*. Duitama, Colombia.

Gómez, K. (2009). *Los procesos de difusión del conocimiento matemático en el cotidiano. Un estudio socioepistemológico*. (Tesis de Maestría no publicada), Departamento de Matemática Educativa, CINVESTAV- IPN. México, DF.

Herrera, E. (2004). Desarrollo del pensamiento estocástico. En L. Díaz (Ed.), *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa* (pp. 735-739). México, DF: Comité Latinoamericano de Matemática Educativa A. C.

Hjalmarson, M., Moore, T., & Delmas, R. (2011). Statistical analysis when tha data is an image: Eliciting student thinking about sampling and variability. *Statistics Education Research Journal*, *10*(1), 15-34.

Makar, K., & Rubin, A. (2009). A framework for thinking about informal statistical inference. *Statistics Education Research Journal, 8*(1), 82-105.

Reading, C., & Shaughnessy, J. (2004). Reasoning about variation. In D. Ben-Zvi & J. Garfield (Eds.), *The challenge of developing statistical literacy, reasoning and thinking* (pp. 201-226). Netherlands: Kluwer Academic Publishers.

Shaughnessy, J., & Ciancetta, M. (2001). Conflict between students' personal theories and actual data: The spectre of variation. *Second International Research Forum on Statistical Reasoning, Thinking, and Literacy*. Armidale, Australia.

Snee, R. (1990). Statistical thinking and its contribution to quality. *The American Statistician, 44*(2), 116-121-

Stake, M. (1998). *Investigación con estudio de casos*. Barcelona, España: Ediciones Morata.

Wild, C. & Pfannkuch, M. (1999). Statistical thinking in empirical enquiry. *International Statistical Review, 67*(3), 223-265.

Investigación e Innovación en Matemática Educativa

ISSN: 2594-1046

DISEÑO DE SITUACIONES BASADAS EN LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS. EL CASO DE LOS PROFESORES EN FORMACIÓN INICIAL

Marcela Parraguez González
Pontificia Universidad Católica de Valparaíso, Chile. marcela.parraguez@pucv.cl

Jonathan Rojas Valero
Pontificia Universidad Católica de Valparaíso, Chile. jonathan.rojas@pucv.cl

Resumen

Presentamos en este reporte dificultades que presentan los profesores en formación inicial en términos del diseño de situaciones basadas en la resolución de problemas. El grupo de profesores en formación está conformado por estudiantes de cuarto año de la carrera de Pedagogía en Matemáticas, que imparte el Instituto de Matemáticas de la Pontificia Universidad Católica de Valparaíso. Con base en el contraste entre el análisis a priori y a posteriori de los problemas que los profesores diseñaron, se observa como resultado preliminar que las dificultades principales de su están asociadas por una parte, a situaciones que radican en la aplicación más bien directa de conceptos matemáticos (no otorgando su formación una posibilidad real de diseñar problemas), y por otra a la confusión que radica en los profesores en formación respecto a situaciones dotadas de un contexto, las cuales no necesariamente debiesen considerarse como un verdadero problema.

Palabras Clave: Resolución de problemas, Diseño de Problemas, Formación Inicial Docente, Teoría de Situaciones Didácticas.

1. INTRODUCCIÓN

1.1. La Resolución de Problemas

La Resolución de Problemas (RP) ha sido un tema de interés para muchos investigadores y se aprecia una amplia literatura y diversidad de investigaciones que se han desarrollado en este campo, avalando de esta forma que la RP es un espectro de estudio importante en la Matemática Educativa. La RP es un aspecto relevante en los procesos implicados en el aprendizaje de las matemáticas, los que se desarrollan en diversos entornos educativos. Esto permite a la RP constituirse como un tópico de estudio a partir de diferentes aristas, por ejemplo: RP en el aula de instituciones de educación primaria, o secundaria, inclusive instituciones de educación superior; RP en la *formación inicial docente,* tanto para profesores de enseñanza básica como superior; RP en la formación continua; entre otros campos de estudio asociados a este tópico. Desde los años 80, la RP se ha venido introduciendo en la mayoría de los países ya sea como un contenido, proceso, metodología o contexto para el aprendizaje de las matemáticas (Pino, 2013), a propósito del impacto de una visión más bien constructivista de la educación. La RP ha sido la actividad central de los matemáticos por siglos, sin embargo, nos interesa estudiar los procesos de diseño de esta actividad, considerado como actores principales a los profesores en formación.

1.2.La Resolución de Problemas en el contexto curricular chileno

En particular, la RP en el aula se ha constituido en un pilar de suma importancia en los procesos educativos que se desarrollan en las instituciones educativas del sistema escolar chileno. En este sentido, el Ministerio de Educación propone para la asignatura de matemáticas el desarrollo de cuatro habilidades, las cuales están contenidas en sus bases curriculares (MINEDUC, 2011). Éstas corresponden a: Resolver Problemas, Argumentar y comunicar, Representar y Modelar.

1.3.La Resolución de Problemas en el escenario de la formación inicial docente

Las instituciones de educación superior han desarrollado diversas acciones a fin de que sus carreras de pedagogía impacten en forma significativa en las instituciones escolares*,* a través de los docentes que gradúan en sus carreras de pregrado o postgrado en matemáticas o enseñanza de la matemática. En estos términos, la formación matemática contribuye a que los futuros profesores desarrollen su capacidad de confrontar y construir estrategias para resolver problemas y realizar un análisis crítico de diversas situaciones concretas incorporando formas habituales de la actividad matemática (MINEDUC, 2012). De manera específica, el Instituto de Matemáticas de la Pontificia Universidad Católica de Valparaíso, lugar donde se enmarca este proceso de investigación y donde se imparte la carrera de Pedagogía en Matemáticas, ha desarrollado diversas acciones a fin de promover una enseñanza *ad hoc* en la formación inicial docente*,* tales como la reestructuración de sus planes curriculares, procesos de autoevaluación o proyectos de mejoramiento institucional, entre otras actividades. En este sentido, la formación de profesores en dicho instituto ha decantado en una estructura curricular de la carrera de Pedagogía en Matemáticas, la cual está basada en seis grupos de asignaturas asociadas a las siguientes categorías: Matemáticas Puras; Didáctica de la Matemática; Gestión Pedagógica y Perspectivas de Educación, Psicología; Prácticas Pedagógicas; y Formación General o Fundamental. Claramente, esta idea no es originaria de aquella institución, sino que es una perspectiva general que se ha desarrollado en las últimas décadas. Blanco (1998) propone un discurso similar respecto a esta estructura curricular planteada. De esta forma, y al igual que muchas instituciones de educación superior a cargo de la formación inicial de profesores, se ha puesto énfasis en que las habilidades de los estudiantes de las carreras de pedagogía se ajusten al marco de grupos de asignaturas descritas anteriormente, y de qué forma las competencias profesionales asociadas a cada una de estas asignaturas permiten, por parte del docente en formación, generar propuestas de enseñanza y/o aprendizaje significativas en su eventual ejercicio profesional. De manera específica, y al tratarse de una institución que forma profesores de matemática, y en el escenario de que la RP es un aspecto considerado en el currículum nacional, resulta de manera natural plantearse interrogantes del tipo ¿cómo se aborda la RP en la carrera de pedagogía en matemáticas por parte de los formadores de profesores? (incluso la pregunta puede ampliarse a otros planteles de educación superior en términos de comparación), ¿cómo abordan los estudiantes para profesor de matemáticas la RP?, o preguntas de mayor generalidad tales como ¿cuál es el impacto hacia el medio escolar respecto a las habilidades y competencias que poseen los profesores de matemáticas en términos de la RP?

1.4.La Problemática

En virtud de los antecedentes planteados anteriormente, la formación inicial docente debe contemplar en sus respectivas actividades académicas, las instancias en donde los profesores en formación puedan adquirir los aprendizajes y competencias para abordar la RP en su futuro profesional. De esta forma, consideremos que dos factores de importancia deben tomarse en cuenta a la hora de observar la RP en la formación inicial, a saber:

- Los profesores en formación inicial muestran habilidades para *la resolución de problemas.*
- Los profesores en formación inicial poseen las competencias pertinentes para diseñar problemas acordes a un determinado nivel educativo.

El contexto educativo también es importante y, en este sentido, la matemática que subyace a cada problema debe ser conocida por los profesores, a fin de considerar los distintos ritmos de aprendizaje de sus futuros estudiantes y, por tanto, *los problemas diseñados* deben ser adaptables y/o moldeables para quien los está resolviendo.

1.5.Pregunta de investigación

¿Cuáles son las dificultades que evidencian los profesores en formación inicial de la carrera de pedagogía en matemáticas*,* en cuanto al diseño de situaciones basadas en la resolución de problemas?

2. MARCO TEÓRICO

Respecto al sustento teórico de este trabajo, es necesario definir dos aspectos clave para situar la investigación. Por una parte, es necesario contar con una definición de Problema y de la misma manera, es importante definir un mecanismo de resolución que nos permita visualizar la resolución de dicho problema.

2.1. Problema

En el ámbito de la matemática, existe una amplia gama de literatura respecto al significado de la palabra problema. Polya, Schoenfeld, Simón, Carrillo, entre muchos otros, han propuesto un significado para el concepto relativo a Problema Matemático. En suma, para efectos de este trabajo consideramos un Problema Matemático como aquella situación conflictiva para la que no existe un algoritmo, método o procedimiento inmediato que permita alcanzar su solución (Pino, 2013). Esta definición recoge la esencia del objeto en cuestión y es avalada por otros autores como Isoda y Olfos (2009), lo cual permite abordar el objetivo de esta investigación de manera apropiada.

2.2. Teoría de las Situaciones Didácticas (TSD)

Por otra parte, es importante situar el mecanismo a través del cual entenderemos la resolución de un problema, esto es, la *Teoría de las Situaciones didácticas*; en particular, las situaciones a-didácticas, como mecanismo verificador de la resolución de un problema.

La presentación que hacemos a continuación de la Teoría de las Situaciones Didácticas (TSD) se puede encontrar con más detalle en Brousseau y Balacheff (1998), sin embargo a continuación precisamos los conceptos a considerar en nuestro estudio, para dar cuenta de la pregunta de investigación planteada.

Aprendizaje por adaptación

Uno de los conceptos fundamentales de la TSD es el de Aprendizaje por adaptación, que es el aprendizaje que se produce por interacción entre un sujeto y un medio. En la Figura 1 presentamos un esquema que sintetiza los principales aspectos de esa interacción.

El sujeto tiene una intención (una necesidad, un objetivo) y para alcanzarla realiza una acción sobre el medio. El medio reacciona a esa acción (lo cual recibe el nombre de retroacción). El sujeto interpreta esta retroacción para poder validar o invalidar su acción; es decir, para decidir si alcanzó o no lo que se proponía. Si la acción se realizó y el sujeto no alcanza lo que él quería, entonces la validación es negativa, y el sujeto modifica su acción para poder alcanzar lo que se propone. Si la acción sí alcanzó lo que el sujeto quería, la validación es positiva y el sujeto refuerza dicha acción.

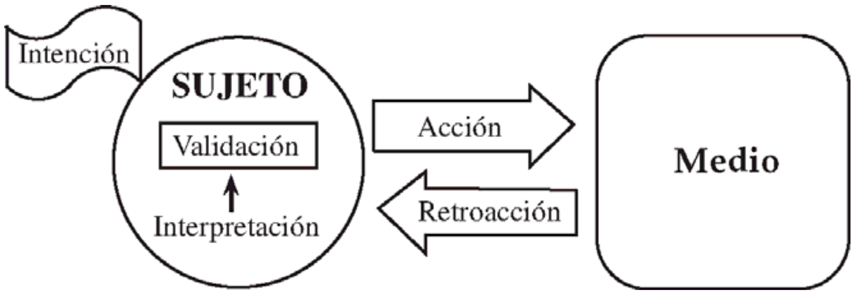


Figura 1. Aprendizaje por adaptación.

El aprendizaje por adaptación no contempla la intervención de un profesor; sin embargo, en la TSD de Guy Brousseau el rol del profesor es muy importante, puesto que es el encargado de crear la intención en el estudiante y preparar correctamente el medio. En este caso, el problema cumple un rol fundamental. El profesor debe anticipar las posibles acciones del estudiante y las retroacciones del medio, para garantizar que puedan ser interpretadas por el estudiante, con el fin de validar o invalidar sus acciones, y que de esta manera se dé un aprendizaje por adaptación.

Situación didáctica y situación a-didáctica

Otro concepto fundamental de esta teoría es el de situación a-didáctica, que es aquella situación que produce un aprendizaje por adaptación. La situación a-didáctica sólo puede comprenderse con relación a la situación didáctica, que es una situación normal de clase.

Una situación es didáctica cuando un individuo (profesor) tiene la intención de enseñar a otro individuo (estudiante) un saber matemático dado. Una situación es a-didáctica cuando se da interacción entre un sujeto y un medio para resolver un problema. Como el medio es impersonal, no tiene ninguna intención didáctica: no desea enseñarle nada al estudiante. Por eso este tipo de situación recibe el nombre de a-didáctica. Aunque podría pensarse que estas dos situaciones están totalmente en oposición, puesto que una necesita del profesor y la otra no; según la TSD se da una interacción de estas dos situaciones, en la que la situación a-didáctica puede ser parte de una situación didáctica. En la Figura 2 se ilustra esta interacción.

En la Figura 2 se muestra la situación global, que es la situación didáctica, pues comprende las relaciones entre el profesor, el estudiante y el saber. El profesor desea enseñar el saber al estudiante, no comunicándoselo directamente, sino planteándole una situación a-didáctica (en el interior de la situación didáctica), planeada para producir un aprendizaje por adaptación. Con este fin, el profesor prepara cuidadosamente un medio con el cual el estudiante podrá interactuar, y un problema que produzca en el estudiante una intención y desencadene unas acciones sobre el medio.

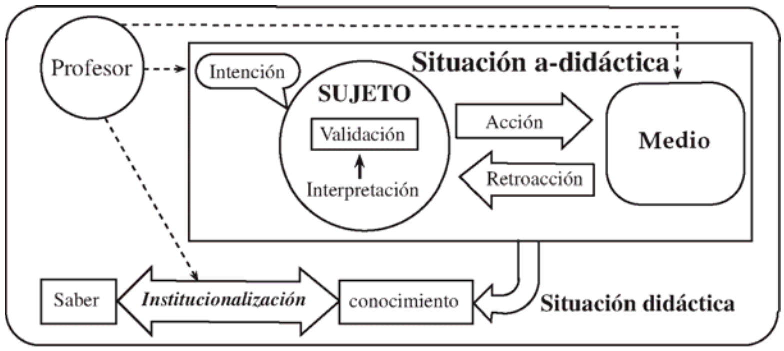


Figura 2. Relación entre situación didáctica y situación a-didáctica.

El producto de esa situación a-didáctica es un conocimiento, que lo interpretamos como una estrategia que permite resolver el problema. Según la TSD, el conocimiento es diferente del saber. El conocimiento es personal y contextualizado, mientras que el saber es impersonal y descontextualizado. Por lo tanto, una vez finalizada la situación a-didáctica, el profesor debe explicitar las relaciones entre el conocimiento construido por el estudiante gracias a la situación a-didáctica y el saber que desea enseñar. A este proceso se le llama institucionalización.

Tenemos entonces al interior de la situación didáctica una situación a-didáctica que el profesor utiliza para que los estudiantes construyan un conocimiento, al cual podrá referirse para exponer el saber. La función principal del profesor es la de preparar la situación a-didáctica: seleccionar cuidadosamente el medio y el problema que planteará a los estudiantes. Mientras se lleva a cabo la situación a-didáctica, el profesor se abstiene de comunicar el saber a los estudiantes, pues de esa manera impediría que se realice un aprendizaje por adaptación. Esto no quiere decir que el profesor no deba intervenir durante la situación a-didáctica, sino que su intervención debe limitarse a animar al estudiante a resolver el problema, hacerle tomar conciencia de las acciones que puede realizar y de las retroacciones del medio, pidiéndole que sea él mismo quien decida si resolvió o no el problema (validación). Este proceso recibe el nombre de devolución. Una vez terminada la situación a-didáctica, el profesor retoma su responsabilidad de enseñar, explicitando las relaciones entre el conocimiento construido en la situación a-didáctica y el saber que desea comunicar (fase de institucionalización).

3. METODOLOGÍA

Este estudio de caso (Stake, 2010), conformado por 36 estudiantes de Pedagogía en Matemáticas, se desarrolla en etapas, con base en una ingeniería didáctica (Artigue, 1998; Brousseau, 2006), realizando un análisis a priori de los problemas diseñados por los estudiantes que conforman el caso de estudio y un análisis a posteriori de la propuesta, sustentada en retroalimentaciones.

3.1. Estudiantes participantes del estudio

Se insertó una nueva actividad en la planificación de primer semestre del año 2016 en el Curso Taller de Matemática Educativa 1, de 7º semestre del programa de Pedagogía en Matemáticas de la Pontificia Universidad Católica de Valparaíso. La actividad lleva por nombre *"Diseño de problemas para ser aplicados en aula"*, y se contempló la participación de todos los estudiantes del curso (que son nuestro caso de estudio). La actividad fue aplicada por etapas y tuvo una duración de 9 semanas.

3.2. Primera etapa

Para trabajar en la situación los estudiantes del curso se conforman en grupos de 3 estudiantes, y el profesor del curso les entrega una hoja a cada uno, con la siguiente pregunta ¿Qué es un problema? Una vez que los grupos han finalizado de escribir sus respuestas, el profesor procede a realizar una plenaria con todo el curso, para consensuar una discusión a la pregunta ¿qué es un problema? Cuya respuesta emerge de los comentarios dados por los mismos estudiantes.

3.3. Segunda etapa

Una vez consensuada la definición de problema, se procede a resolver problemas (diseñados en el marco de ARPA, 2015), teniendo en cuenta que previamente el curso se ha conformado en grupos aleatorios de 3 estudiantes cada uno.

La dinámica de trabajo durante la Resolución de Problemas fue la siguiente:

ISSN: 2594-1046

- Es fundamental que el profesor (quien actúa como monitor en esta actividad) domine los problemas.
- El monitor entrega una hoja con el enunciado del problema a cada estudiante y explica que se trata de que "*el grupo resuelva el problema*".
- El monitor siempre queda en un segundo plano, dejando que los estudiantes sean protagonistas tal como lo indica la Teoría de Situaciones Didácticas.
- El monitor supervisa en todo momento el trabajo que están realizando los estudiantes y dinamizan la discusión.
- El monitor interactúa con los estudiantes a través de preguntas.
- Cuando el monitor es llamado a un grupo, interactúa, escucha, hace la pregunta y se aleja del grupo para promover que la discutan entre ellos.
- El monitor debe estar atento a los diferentes ritmos de trabajo de los grupos (cada grupo llevará su propio ritmo de trabajo).
- Cuándo acercarse a un grupo. Si tardan en ponerse a discutir entre ellos: dinamizar la discusión (por ejemplo, pidiéndole a uno que le explique al otro lo que ha hecho). Cuando el grupo decide que ha resuelto el problema (cada estudiante debe ser capaz de explicar la(s) solución(es) que se han obtenido).
- Se considera que un grupo ha resuelto el problema cuando cada uno de sus miembros es capaz de convencer al resto de su solución y explicar las estrategias de sus compañeros.

3.4.Tercera etapa

Esta tercera etapa experimenta un nuevo reto para los estudiantes participantes, esto es, poder diseñar un problema a partir de alguna fuente que el grupo estime conveniente. Se discute en plenaria la idoneidad de los problemas propuestos. Luego se verifica por una parte, si cumple la definición de problema que se propuso, y por otra, el curso resuelve los problemas con el fin de corroborar que se cumplen las fases de una situación a-didáctica. Para ello, un grupo expone su problema y los otros docentes preguntan, critican, proponen, resuelven en grupos, etc. Luego se rediseña el problema de acuerdo a las retroalimentaciones obtenidas.

ISSN: 2594-1046

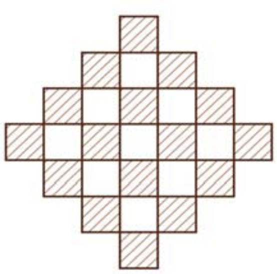
4. RESULTADOS

Se aprecia como resultado preliminar que los problemas diseñados por los profesores en formación, previo a la retroalimentación, se clasifican en las siguientes categorías:

- Situaciones rutinarias, que pueden resolverse de forma inmediata, no cumpliendo la definición de problema.
- Situaciones que, aunque presentan una contextualización, no se condicen con la definición de problemas considerada en el curso.
- Situaciones que no se pueden resolver de forma inmediata, pero cumplen la definición de problema, sin embargo, el mecanismo para su resolución no es accesible a quien lo desarrolla. La dificultad recae en el enunciado lo que no permite su resolución.
- Algunos grupos logran diseñar de forma adecuada el Problema.

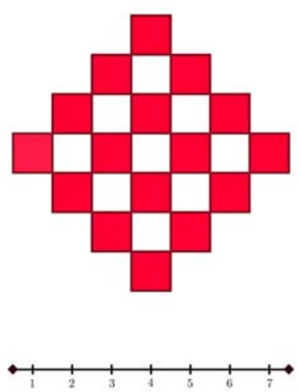
Posterior a la retroalimentación, los grupos, en su mayoría se acercaron a un diseño de un problema adecuado para su ejecución (Figura 3).

Este modelo está formado por azulejos tarjados y blancos. Su anchura es de 7 azulejos. Un museo tiene un piso con este diseño y su anchura es de 149 azulejos. ¿Cuántos azulejos contendrá en total?



Problema Pre Retroalimentación.

El piso de un museo en construcción presenta su diseño de la misma forma que la figura que se muestra abajo. Este diseño está formado por azulejos rojos y blancos, los que tienen un ancho de 7 azulejos.
Si se quiere que el diseño tenga un ancho de 11 azulejos ¿Cuántos azulejos se utilizarán en total?



Problema Post Retroalimentación.

Figura 3. Problema Pre y Post Retroalimentación.

ISSN: 2594-1046

5. CONCLUSIONES

A modo de conclusión, es posible evidenciar en primera instancia que los profesores en formación participantes de la investigación deben desarrollar competencias apropiadas para el diseño de un problema. Resolver problemas, en general, no los estaría habilitando como expertos para el diseño de los mismos. Sin embargo, se visualiza un fluido entendimiento en las retroalimentaciones, lo que les permite confeccionar una propuesta acorde a un problema.

Se espera en una próxima etapa, profundizar en los mecanismos de enseñanza y retroalimentación respecto al diseño de problemas en el escenario propuesto por esta investigación.

Agradecimientos

Este trabajo ha sido subvencionado por el proyecto FONDEF ID 14I10338. Los autores manifestamos nuestros agradecimientos al equipo director del proyecto por otorgarnos el apoyo en esta investigación.

6. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ARPA (2015). *Activando la Resolución de Problemas en las Aulas.* Recuperado de: http://arpamat.cl/?cat=50

Artigue, M. (1998). Ingeniería didáctica. En M. Artigue, R. Douady, L. Moreno y P. Gómez (Eds.). *Ingeniería didáctica en educación matemática*. Colombia: Una empresa docente.

Blanco, L. (1998). Otro nivel de aprendizaje: perspectivas y dificultades de aprender a enseñar Matemáticas. *Cultura y Educación, 9*, 77-96. Madrid: Fundación Infancia y Aprendizaje.

Brousseau, G., & Balacheff, N. (1998). *Théorie des situations didactiques: Didactique des mathématiques 1970-1990*. Grenoble: La pensée sauvage.

Isoda, M., & Olfos, R. (2009). *El Enfoque de Resolución de Problemas en la Enseñanza de la Matemáticas a partir del Estudio de Clases.* Chile: Ediciones Universitarias de Valparaíso.

Ministerio de Educación (MINEDUC) (2011). *Matemática. Programa de estudio. Primero Básico.* Santiago, Chile.

Ministerio de Educación (MINEDUC) (2012). *Estándares Orientadores para Carreras de Pedagogía en Matemáticas.* Santiago, Chile.

Pino, J. (2013). *Concepciones y prácticas de los estudiantes de Pedagogía Media en Matemáticas con respecto a la resolución de Problemas y, diseño e implementación de un curso para aprender a enseñar a resolver problemas.* (Tesis de Doctorado no publicada). Universidad de Extremadura. España.

Stake, R. (2010). *Metodología con Estudio de Casos*. España: Labor.

Investigación e Innovación en Matemática Educativa

ISSN: 2594-1046

EL MODELO DEL CONOCIMIENTO DIDÁCTICO-MATEMÁTICO Y LA FORMACIÓN DE PROFESORES EN EL CONTEXTO DE LA RIEMS

Ana Luisa Llanes Luna
Universidad de Sonora. analuisa.luna@hotmail.com

Silvia Elena Ibarra Olmos
Universidad de Sonora, sibarra@mat.uson.mx

Judith Alejandra Hernández Sánchez
Universidad Autónoma de Zacateca. judith700@hotmail.com

Resumen

El nivel medio superior en México ha tomado relevancia dada su reciente declaración de obligatoriedad y la Reforma Integral de Educación Media Superior (RIEMS). Hoy por hoy, uno de los retos principales de este nivel es contar con un perfil docente del profesor que posibilite con éxito la implementación de la RIEMS. Sin embargo, dado que actualmente no existe un consenso sobre el perfil del profesor de matemáticas de bachillerato, esta investigación propone analizar el conocimiento didáctico de profesores en activo e identificar algunas características comunes así como diferencias del conocimiento evidenciado en diferentes prácticas, lo que en nuestra opinión puede ayudar a construir un perfil más acorde del profesor de matemáticas de bachillerato. Para lograrlo, se consideran una serie de elementos teóricos propuestos en el modelo del Conocimiento Didáctico - Matemático (CDM) del profesor, el cual permite caracterizar el conocimiento del profesor a través de una serie de facetas y niveles en sus modalidades didáctica y matemática.

Palabras clave: formación docente, conocimiento didáctico-matemático

1. LA PREGUNTA DE INVESTIGACIÓN, SUS ANTECEDENTES Y JUSTIFICACIÓN

En los últimos años los diferentes niveles que integran el sistema escolar mexicano han estado sujetos a una serie de reformas. La Educación Media Superior (EMS) no ha sido exenta, pues en el año 2008 se implementa la Reforma Integral de la Educación Media Superior (RIEMS). Esta reforma tiene como objetivo mejorar la calidad, la pertinencia, la equidad y la cobertura del bachillerato (RIEMS, 2008). Plantea, además, la creación del Sistema Nacional de Bachillerato (SNB) en un marco de diversidad en el cual se integran las diferentes opciones de bachillerato a partir de competencias genéricas, disciplinares y profesionales. Se basa en tres principios básicos: reconocimiento universal de todas las modalidades y subsistemas de bachilleratos, pertinencia y relevancia de los planes de estudios, además del tránsito entre subsistemas.

Para lograr implementar la RIEMS es indispensable que un elemento clave en el proceso educativo, el profesor, evolucione su perfil. Éste está constituido por un conjunto de competencias que

ISSN: 2594-1046

integran conocimientos, habilidades y actitudes (RIEMS, 2008, p. 86; ACUERDO número 447, 2008, p. 1) que el profesor deberá poner en juego para generar ambientes instruccionales apropiados para los estudiantes, y que estos a su vez puedan desarrollar las competencias específicas de su perfil de egreso de bachillerato. Este hecho abonaría en la transformación del maestro en un facilitador de los procesos de aprendizaje de los alumnos (RIEMS, 2008).

Sin embargo, uno de los principales retos tras la implementación de esta Reforma, radica en definir el perfil que deben tener los docentes, se considera de gran importancia la definición de éste, puesto que se asegura que:

El perfil de los maestros de EMS no puede ser igual al de los de educación básica o superior. Se trata de un nivel educativo distinto, con características particulares que deben atenderse, como las relacionadas con las necesidades de los adolescentes y con el hecho de que egresan en edad de ejercer sus derechos y obligaciones como ciudadanos. De lo contrario, la planta docente continuará siendo insuficiente en sus alcances, sin que se garantice realización de los objetivos propios de la EMS (RIEMS, 2008, p. 13).

Para lograr definir un perfil docente, se han realizado una serie de acciones que buscan evolucionar éste en torno a competencias docentes. En este caso, se entiende por competencia docente aquellas que "formulan las cualidades individuales, de carácter ético, académico, profesional y social que debe reunir el docente de la EMS, y consecuentemente definen su perfil" (ACUERDO número 447, 2008).

Si bien existe el esfuerzo por parte de las autoridades en reconocer la existencia de un perfil específico, éste sólo se ha determinado para futuros profesores de la EMS. Este perfil es evaluado a través del examen de oposición, el cual es un instrumento que pretende valorar el conjunto de competencias que integran conocimientos disciplinares y didácticos, así como habilidades y actitudes que el docente deberá tener.

Los resultados obtenidos a partir de su primera aplicación (2014) y segunda aplicación (2015) han sido desalentadores con respecto a los futuros docentes de la EMS; apenas el 4% del total a nivel nacional en el 2014 se consideraron idóneos para la docencia mientras que en el 2015 esta cifra descendió al 2%.

ISSN: 2594-1046

Por otra parte, se ha buscado una evolución de los perfiles de los profesores en activo en torno a competencias docentes, sin embargo, algunas de las acciones realizadas para lograr esto, no se centran en las necesidades y expectativas de los docentes según su área de desempeño o disciplina que imparten.

De esta manera, si bien hay avances en torno a la construcción de un perfil idóneo para lograr la implementación de la RIEMS en México, en nuestra opinión faltan elementos que deberían ser incluidos y que se relacionan con la especificidad del conocimiento disciplinar a enseñar. Godino, Castro, Rivas y Konic (2012) proponen una serie de competencias docentes, específicamente para el profesor de matemáticas, en este caso desde el contexto del Enfoque Ontosemiótico (EOS) del Conocimiento y la Instrucción Matemática (Godino, Batanero y Font, 2009), entendiendo como competencia a "la *capacidad* de afrontar un problema complejo, o de resolver una actividad compleja" (Godino *et al*., 2012, p. 2).

Desde el punto de vista de los autores se asume que:

> El profesor de matemáticas de educación primaria y secundaria debe tener un cierto nivel de competencia matemática, es decir, conocer y ser capaz de aplicar las prácticas matemáticas, operativas y discursivas, necesarias para resolver los tipos de problemas usualmente abordables en primaria y secundaria. Pero desde el punto de vista de la enseñanza y el aprendizaje, el profesor debe ser capaz de analizar la actividad matemática al resolver los problemas, identificando los objetos y significados puestos en juego, con el fin de enriquecer su desempeño y contribuir al desarrollo de sus competencias profesionales. (Godino *et al*., 2012, p. 3).

En este entendido y compartiendo el punto de vista de los autores consideramos que no sólo el profesor mexicano de primaria y secundaria, sino que también el profesor de bachillerato debería de contar con un nivel de competencia matemática.

Si bien existe una propuesta teórica para el perfil de profesores de matemáticas, reconocemos que los contextos en los cuales se construyó pueden guardar algunas diferencias para el caso de México. Y aquí surge una nueva pregunta ¿cómo proponer programas de formación de profesores de matemáticas en el marco de la RIEMS, si se desconoce el perfil de los profesores de matemáticas que están en activo? Es decir, para lograr desarrollar competencias para la implementación de la RIEMS consideramos necesario diagnosticar primero las potencialidades, necesidades y expectativas de los profesores en activo de la EMS para con ello diseñar e implementar acciones que atiendan las necesidades y potencien las fortalezas de los profesores de matemáticas de la EMS. Sin embargo, actualmente no existen instrumentos de diagnóstico que nos permitan, en este caso, determinar o describir los conocimientos o competencias de los profesores en activo de la EMS.

Todo lo anterior ha sido parte fundamental para realizar el planteamiento de la pregunta de investigación: ¿Qué conocimientos en común y qué diferencias son evidenciados por los profesores de bachillerato que imparten la asignatura Matemáticas I?

Para poder contestar dicha pregunta se ha planteado el siguiente objetivo general: Caracterizar el conocimiento didáctico - matemático común así como las diferencias evidenciadas por profesores de matemáticas de bachillerato que imparten la asignatura de Matemáticas I en torno al Bloque IX “Resuelve Ecuaciones Cuadráticas I”.

Por tal motivo, en este documento se presentan algunos resultados de la caracterización del CDM que evidencian dos profesores de un bachillerato estatal ubicado en la capital de Sonora, México. En otras palabras, aspectos del perfil docente de profesores en activo y que podría permitir el proponer programas de formación o materiales de formación que tomen en cuenta las necesidades y fortalezas de estos y con ello posibilitar la construcción de un perfil que permita una implementación exitosa de la RIEMS.

2. ASPECTOS TEÓRICOS Y METODOLÓGICOS

2.1. El modelo del conocimiento didáctico-matemático

El interés por caracterizar el conjunto de conocimientos disciplinares y didácticos del profesor surgió aproximadamente treinta años atrás, buscando determinar el conjunto de conocimientos que un profesor debe poner en juego en el aula de clases para realizar procesos instruccionales eficaces. En este ámbito podemos ubicar como uno de los precursores al modelo denominado Pedagogical Content Knowledge (PCK), propuesto por Shulman en (Shulman, 1986) y (Shulman, 1987) en el cual se proponen algunas categorías para determinar la base de conocimientos del profesor. Posteriormente en el año 2000, se introduce la noción de Mathematical Knowledge for Teaching (MKT) y que se concreta como modelo ocho años después (Hill, 2008), en el cual se restringen las categorías propuestas en el PCK haciéndolas específicas para los profesores de matemáticas.

ISSN: 2594-1046

Tras la identificación de algunas limitaciones en los modelos anteriormente mencionados, Godino (2009) propone una serie de facetas y niveles, a los que describe como los componentes del conocimiento del profesor en las modalidades didáctica y matemática, y al cual denomina como el modelo del Conocimiento Didáctico-Matemático (CDM) del profesor.

Es así como el proyecto de investigación tiene sustento en nociones teóricas propuestas en el EOS, dado que brinda herramientas que permiten análisis y descripciones puntualizadas del CDM del profesor. Las categorías de esta noción son adaptaciones del PCK y el MKT, entre otros. El modelo se constituye por seis facetas y cuatro niveles. Las facetas que se consideran para esta investigación y lo que se ha buscado con cada una de ellas son:

- *Epistémica*: identificar los conocimientos matemáticos del profesor, relativos al contexto institucional, puestos en juego en el aula de clases, así como la distribución en el tiempo de los contenidos matemáticos del Bloque IX "Resuelve ecuaciones cuadráticas I".
- *Cognitiva*: describir el conocimiento del profesor sobre la progresión del proceso de aprendizaje y los conocimientos personales de los estudiantes en torno al Bloque IX "Resuelve ecuaciones cuadráticas I".
- *Afectiva*: determinar las acciones que realiza el profesor con respecto a los estados afectivos (las actitudes, emociones, opiniones y valores) que los alumnos presentan a los objetos matemáticos (estudiados en el Bloque IX "Resuelve ecuaciones cuadráticas I") y a los procesos de estudio que son llevados a cabo en el aula de clases.
- *Mediacional*: describir los recursos tecnológicos del profesor en el desarrollo de los procesos de estudio y aprendizaje así como su distribución en el tiempo sobre el Bloque IX "Resuelve ecuaciones cuadráticas I".
- *Interaccional*: identificar los patrones de interacción del profesor, y la negociación en los significados en torno Bloque IX "Resuelve ecuaciones cuadráticas I".
- *Ecológica*: determinar el conocimiento del profesor sobre la pertinencia de los contenidos puestos en escena con respecto a su entorno social, político, económico, etc.

Considerando a las facetas epistémica y cognitiva como claves en el modelo, ya que desde el punto de vista del autor se reconoce a "la matemática como actividad humana que adquiere significado mediante la acción de las personas ante situaciones – problemas específicos" (Godino, 2009), sin embargo, no se debe de omitir que cada una de las seis facetas se relacionan entre sí.

Se proponen además cuatro niveles de análisis:

1. Prácticas matemáticas y didácticas. Descripción de las acciones realizadas para resolver las tareas matemáticas propuestas para contextualizar los contenidos y promover el aprendizaje. También se describen las líneas generales de actuación del docente y discentes.
2. Configuraciones de objetos y procesos (matemáticos y didácticos). Descripción de objetos y procesos matemáticos que intervienen en la realización de las prácticas, así como los que emergen de ellas. La finalidad de este nivel es describir la complejidad de objetos y significados de las prácticas matemáticas y didácticas como factor explicativo de los conflictos en su realización y de la progresión del aprendizaje.
3. Normas y metanormas. Identificación de la trama de reglas, hábitos, normas que condicionan y hacen posible el proceso de estudio, y que afectan a cada faceta y sus interacciones.

4. Idoneidad. Identificación de potenciales mejoras del proceso de estudio que incrementen la idoneidad didáctica. (Godino, 2009, pp. 21-22).

2.2. Aspectos metodológicos

Dado que el objetivo de esta investigación radica en la caracterización del CDM del profesor, se ha optado por realizar este trabajo desde un enfoque cualitativo. La naturaleza de este enfoque, referida por Sampieri, Collado y Lucio (2006) como una investigación naturalista, fenomenológica, interpretativa o etnográfica, ha permitido explorar los escenarios "naturales" donde se desarrollan los procesos de enseñanza y aprendizaje expuestos por los sujetos de interés.

Se busca entender el fenómeno a través de la profundidad y calidad de la información, para ello esta investigación se realiza por medio de un estudio de casos. Los sujetos de investigación fueron dos profesores que laboran en un bachillerato estatal ubicado en la capital de Sonora, México y que impartían (al momento de realizar la investigación) la asignatura de Matemáticas I. El profesor de menor experiencia es ingeniero en mecatrónica mientras que el profesor de mayor experiencia es licenciado en matemáticas.

ISSN: 2594-1046

Las técnicas empleadas son la observación no participante y la entrevista semi-estructurada, por lo cual se han diseñado un guión de entrevista y un protocolo de observación. Con estas técnicas se pretendía obtener puntos de vista de los sujetos de investigación, emociones, experiencias, significados, en otras palabras, concepciones de carácter personal, así como las interacciones que se puedan llevar a cabo en el aula de clases (profesor-alumno, alumno-alumno).

En primer lugar se optó por el diseño y realización de una entrevista de tipo semi-estructurada (Casanova, 1998). El objetivo de esta entrevista fue recopilar información de algunas concepciones personales de los sujetos de investigación con respecto a las matemáticas, su aprendizaje y su enseñanza, así como elementos que permitan la caracterización de su práctica discursiva.

Por otra parte, la observación, considerada por Casanova (1998) como una técnica para obtener datos, consiste en un examen atento por parte del investigador sobre los sujetos de interés, donde el objetivo radica en la recolección de datos inalcanzables por otros medios. La observación es de tipo no participante, es decir, nuestro papel se centra en observar, manteniéndonos al margen de las actuaciones y relaciones que establecen docentes y discentes dentro del escenario en el que se realiza la investigación.

En este caso se diseñó un instrumento de análisis de la información obtenida tanto de la práctica discursiva como la práctica operativa del profesor, con base en los indicadores de idoneidad y las consignas del modelo del CDM propuestos por Godino (2011 y 2009) respectivamente, y que permitió a su vez valorar la idoneidad didáctica de los procesos instruccionales.

3. RESULTADOS

Tras una apreciación de los procesos instruccionales haciendo uso de la noción de idoneidad didáctica (Godino, 2011), se han identificado algunas similitudes en el conocimiento de los profesores que es puesto en juego en los procesos de enseñanza y aprendizaje y que se considera de importancia reportar.

Como resultado de los análisis de los procesos de instrucción de los dos profesores en estudio, se identificaron los niveles de idoneidad en cada una de las facetas establecidas en el modelo (Figuras 1 y 2) y se evidencia la idoneidad didáctica de las prácticas de los profesores, donde el Profesor A es el profesor con menor experiencia y el profesor B el de mayor experiencia.

Cabe señalar que el Significado Institucional de Referencia (SIR) se determina con base en el programa de la materia Matemáticas I. En este caso, para poder llevar a cabo un análisis de idoneidades de las prácticas de los profesores primero se ha realizado un estudio del programa de la materia.

La asignatura Matemáticas I conforma en conjunto con otras asignaturas (Química I, Informática I, Historia de México II, Biología II, etc.) el componente de formación básica del plan de estudios propuesto por la Dirección General de Bachillerato (DGB) para el SNB. Esta asignatura se ofrece en el primer semestre del bachillerato (o así lo aconseja la DGB), para esto se proponen una serie de programas de estudio a los cuales se le asigna un total de 80 horas para ser desarrollados, el programa se distribuye en diez bloques. Esta investigación centra su atención en el estudio del Bloque IX "Resuelve ecuaciones cuadráticas".

Entre otras cosas, este análisis ha permitido identificar el sistema de prácticas que se articulan para determinar el significado institucional de referencia de la "ecuación cuadrática", como un modelo algebraico, poniendo mayor énfasis en la resolución de los modelos por medio de métodos algebraicos.

A continuación se presenta el conocimiento evidenciado por los profesores en cada una de las facetas del modelo del CDM y que guardan una estrecha relación con el SIR.

3.1. Faceta epistémica

Ésta es una de las facetas donde los profesores presentan mayor nivel de idoneidad y coincidencia. A continuación, se presentan los conocimientos evidenciados por los profesores con base en las categorías en que se divide:

Conocimiento común del contenido: Entre las tareas propuestas por los profesores, una que es coincidente es la identificación de las ecuaciones de segundo grado por medio de su representación algebraica; ambos profesores recurren al uso de la expresión $ax^2 + bx + c = 0$. Sin embargo, mientras que uno opta por tareas que permiten la modelización y la interpretación de la ecuación cuadrática en contextos intra y extra matemáticos, el otro recurre al uso de tareas de ejercitación y aplicación de los métodos de resolución de ecuaciones cuadráticas. Todas las tareas seleccionadas y propuestas por los profesores son acordes de lo que se solicita se promueva en el programa de la materia.

Conocimiento especializado del contenido: Una característica común de este conocimiento en los profesores es el lenguaje utilizado, ambos enfatizan en mayor medida la representación algebraica para mostrar procedimientos, argumentos, conceptos, situaciones-problema y proposiciones. Además, los profesores demuestran que son capaces de particularizar o generalizar las tareas propuestas; así como también de seleccionar y reelaborar los problemas matemáticos que se consideran acordes al nivel educativo y a las necesidades de sus alumnos. Sin embargo, ninguno presenta una muestra representativa y articulada de situaciones de contextualización, ejercitación y aplicación.

Conocimiento ampliado del contenido: En esta componente del conocimiento de la faceta epistémica no se encontraron similitudes en los conocimientos evidenciados por los profesores. Lo anterior dado que el profesor con mayor experiencia fue el único que relaciona aspectos del contenido especializado (argumentos, conceptos, lenguajes, proposiciones, etc.) con temas más avanzados que conforman el plan de estudios del bachillerato (Matemáticas III y Matemáticas IV).

3.2.Faceta cognitiva

En esta faceta ambos profesores declaran los mismos conocimientos previos que deberían de poseer los estudiantes para abordar el tema de ecuación cuadrática. En particular coinciden con que el tema ya ha sido estudiado en el nivel educativo anterior. También son conscientes que algunos conocimientos fueron adquiridos durante el desarrollo del semestre y que deberían de formar parte de los conocimientos previos de sus estudiantes. Entre los conocimientos previos mencionados están: ecuaciones lineales, factorización, sistemas de ecuaciones, la misma ecuación cuadrática y la fórmula general. Los contenidos propuestos por los profesores se consideran desde la idoneidad didáctica como alcanzables para el estudiante. Aunque el profesor con mayor experiencia presenta mayor idoneidad en esta faceta.

3.3.Faceta afectiva

En esta faceta es donde menos similitudes se identifican en los conocimientos evidenciados por los profesores; sin embargo, la manera en que ambos promueven la participación de sus estudiantes es muy similar. Para ello, utilizan preguntas o frases que de manera casi automática los estudiantes completan; también recurren a la realización de tareas o ejercicios en el aula de clases como medio para obtener "puntos extras" que ayudan en las calificaciones de sus estudiantes; pasar al pizarrón, entre otras. El nivel de idoneidad didáctica en esta faceta permite observar que de nueva cuenta el profesor con mayor experiencia tiene mayor idoneidad.

3.4.Faceta interaccional

Ambos profesores proponen tiempo de autonomía para sus estudiantes, al que consideran como trabajo individual. Además, la observación sistemática es utilizada por los profesores para evaluar el progreso cognitivo de los estudiantes sobre los conocimientos, comprensiones y competencias pretendidas de tal manera que los resultados obtenidos se difunden y los usan para tomar decisiones. En esta faceta el profesor con menor experiencia presenta un nivel menor de idoneidad didáctica.

3.5.Faceta Mediacional

En esta faceta es donde se encuentran mayores similitudes. En primer lugar los recursos tecnológicos que utilizan los profesores básicamente son los mismos: pizarrón, módulos de aprendizaje de Matemáticas I y plumones. En este caso los recursos tecnológicos digitales (internet, software, calculadoras, etc.) fungen como elementos para agilizar los procesos instruccionales, en otras palabras, no tienen algún fin didáctico. El tiempo asignado (presencial y no presencial) no es suficiente para la enseñanza pretendida, esto es expuesto por los mismos profesores en su discurso y se confirma en su práctica operativa pues ninguno hace una muestra representativa de tareas propuestas en el programa de estudios para este bloque. Por tanto, el tiempo que se dedica a los contenidos más importantes del tema ecuación cuadrática es insuficiente. Dada la limitante del tiempo, cabe mencionar que los temas del bloque XIX "Resuelve ecuaciones cuadráticas" desarrollados por los profesores en su práctica operativa difieren epistémicamente; mientras que el profesor con menor experiencia se centra en tareas de contextualización no matemática, el profesor con mayor experiencia se centra en tareas de ejercitación en contextos puramente matemáticos. La idoneidad en esta faceta es muy similar para los profesores.

3.6.Faceta ecológica

Dado que esta faceta guarda una estrecha relación con la faceta epistémica, se identificaron varias similitudes con respecto a los conocimientos con respecto al currículo. Los profesores identifican los elementos del currículo y esto se hace evidente en sus prácticas tanto discursiva como operativa; este hecho permite determinar que los contenidos promovidos por parte de los profesores, su implementación y evaluación se corresponden con las directrices curriculares. Además, los profesores explican las conexiones que se pueden establecer con otros temas del programa de estudio mediante la realización de la tarea o de variantes de la misma. La idoneidad en esta faceta es muy similar para ambos profesores.

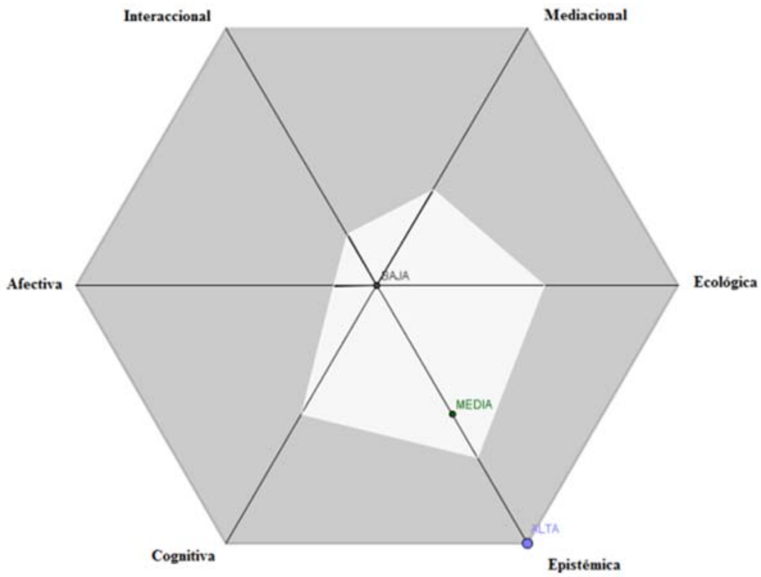


Figura 1. Idoneidad didáctica (Godino, 2009, p. 24) Profesor A

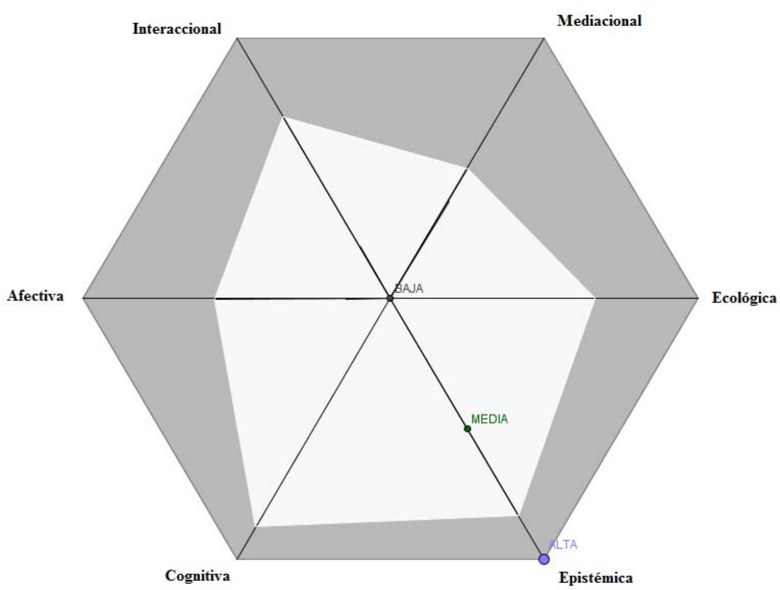


Figura 2. Idoneidad didáctica (Godino, 2009, p. 24) Profesor B

4. CONCLUSIONES

Tras el análisis de las prácticas de los profesores y una caracterización del CDM común de los profesores en estudio evidenciado de los procesos instruccionales se puede concluir lo siguiente: Las facetas en las que los profesores alcanzan una mayor idoneidad didáctica (media alta) y una mayor coincidencia en los conocimientos evidenciados son la epistémica y ecológica. Una fortaleza del conocimiento que evidencian ambos profesores es su congruencia con el programa de estudios; es decir ambos dan muestra de que conocer los alcances que se pretenden en el currículo para este tema y nivel educativo. Sin embargo, no debemos perder de vista que los conocimientos identificados guardan algunas diferencias. El profesor con menor experiencia enfatiza la modelización a través de las situaciones problemas y la aplicación de un solo método (fórmula general). En su lugar, el profesor con mayor experiencia enfatiza la ejercitación y las situaciones problemas en contexto intramatemáticos, haciendo uso de un lenguaje más riguroso. Otra diferencia es que el profesor con menor experiencia evidencia su faceta ecológica en su discurso, el profesor con mayor experiencia la muestra en su práctica operativa. Con base en los resultados, se identifica una posible relación entre la formación inicial del profesor, el programa de la materia y las decisiones de los profesores al momento de seleccionar las tareas matemáticas a desarrollar en el tema de ecuaciones cuadráticas y que se ven reflejadas en las facetas epistémica y ecológica.

Las facetas en las que se encontró mayor discrepancia entre los conocimientos evidenciados por los profesores en estudio son aquellos relativos a la faceta cognitiva, afectiva e interaccional. Si bien ambos consideraron los mismos conocimientos previos en sus estudiantes, los cuales evidencian un conocimiento del currículo del nivel educativo en cuestión y del anterior; el profesor de mayor experiencia obtuvo mayor idoneidad didáctica en estas facetas. En este caso, consideramos como una posible hipótesis que la experiencia docente es una fuente de conocimiento en estas facetas.

Finalmente, con respecto a la faceta mediacional, como ya se dijo anteriormente los profesores evidencian un conocimiento muy similar. En particular, aunque ambos profesores dan evidencia de conocer algunas herramientas tecnológicas digitales, ninguno hace uso de ellas en la promoción de los aprendizajes de sus estudiantes. En ambos casos justifican la dificultad con respecto al tiempo y las condiciones áulicas.

5. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Casanova, M. A. (1998). *La evaluación educativa. Escuela básica*. Madrid: Editorial Muralla.

Godino, J. D. (2009). Categorías de los Análisis de los conocimientos del Profesor de Matemáticas. *Revista Iberoamericana de Educación Matemática*, 13-31.

Godino, J. D. (2011). Indicadores de idoneidad didáctica de procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. *XIII Conferência Interamericana de Educação Matemática* (CIAEM-IACME), 1-20.

Godino, J. D., Batanero, C., y Font, V. (2009). Un Enfoque Ontosemiótico del Conocimiento y la Instrucción Matemática. *The International Journal on Mathematics Education*, 127-135.

Godino, J. D., Rivas, M., Castro, W. F., y Konic, P. (2012). Desarrollo de competencias para el análisis didáctico del profesor de matemáticas. *Revemat: Revista Electronica de Educación Matemática*, 1-21.

Sampieri, R. H., Collado, C. F., y Lucio, P. B. (2006). *Metodología de la investigación. Cuarta edición*. México: McGraw Hill/Interamericana Editores, SA DE C.V.

Shulman, L. S. (1986). Those Who Understand: Knowledge Growth in Teaching. *Educational Researcher*, 4-14.

Shulman, L. S. (1987). Conocimiento y Enseñanza: Fundamentos de la Nueva Reforma. *Revista de currículum y formación del profesorado*, 1-30.

Investigación e Innovación en Matemática Educativa

ISSN: 2594-1046

Propuesta Didáctica para Cuestionar el Mundo a Través de Ecuaciones Diferenciales

Patricia Lizette Guzmán López
Universidad Tecnológica de Nayarit. paty_lgl@hotmail.com

Olda Nadinne Covián Chávez
Centro de Investigación en Ciencia Aplicada y Tecnología Avanzada, IPN, nadinne.olda@gmail.com

Avenilde Romo Vázquez
Centro de Investigación en Ciencia Aplicada y Tecnología Avanzada del IPN, aromov@ipn.mx

Resumen

En esta comunicación se presenta el diseño y parte de la implementación de un dispositivo didáctico, para una formación de futuros ingenieros, que relaciona la enseñanza de las ecuaciones diferenciales con sus usos en la teoría de control. La metodología para el diseño se basa en una propuesta que busca relacionar contextos extra-matemáticos (Teoría de Control) con contextos matemáticos (Enseñanza de las Matemáticas) y el uso de Recorridos de Estudio y de Investigación (REI) como dispositivos didácticos para abordar el paradigma del cuestionamiento del mundo, desde la Teoría Antropológica de lo didáctico.

Palabras clave: modelo matemático, ecuaciones diferenciales, teoría de control, praxelogías, recorrido de estudio e investigación.

1. LA MODELACIÓN EN LA FORMACIÓN DE INGENIEROS

En diversas formaciones de futuros ingenieros, el lugar dado a la enseñanza de las matemáticas sigue siendo muy importante, se ofertan cursos de cálculo diferencial, álgebra lineal, ecuaciones diferenciales, estadística, análisis numérico, etc. Estos cursos son considerados básicos, ya que permiten acceder y cursar "exitosamente" la formación de especialidad, telecomunicaciones, robótica, biomédica, electrónica, mecatrónica, entre otras. Dentro de estas formaciones, el rol de la modelación matemática ha sido, desde muchos años atrás, reconocido como sumamente importante, particularmente por su estrecha relación con la práctica profesional. Pollak (1988) pone en evidencia que la modelación matemática debe constituir un nuevo paradigma educativo, señala:

Antes que todo, necesitamos tener conocimiento del hecho que el pensamiento matemático, el pensamiento analítico, estructural, cuantitativo, sistemático, puede ser aplicado al mundo real y generar observaciones de gran valor; en otros términos que la modelación matemática es posible y puede ser eficaz. (Pollak, 1988, p. 32).

La modelación matemática es considerada una "actividad central" que debe incluirse en el currículo de ingenierías, tal como mencionan Kent y Noss (2000, p. 2). Años más tarde (2002), estos mismos autores consideran algunas implicaciones sobre la modelación en la formación de futuros ingenieros. Por ejemplo, señalan que debe haber un balance entre las habilidades analíticas y la apreciación cualitativa de los modelos matemáticos, ya que estos cambian radical y ubicuamente, con lo cual denotan la existencia de un equilibrio entre los conocimientos matemáticos y las habilidades prácticas. En Albertí, Amat, Busquier, Romero y Tejeda (2013) se propone que el plan de estudios de ingeniería debe contener las competencias matemáticas que la industria requiera, de tal manera que la combinación de las competencias específicas y transversales, permita obtener mejores profesionistas. Sugieren que los profesores que impartan matemáticas en nivel superior se involucren en la industria y de este modo puedan proponer actividades que sean reales, atractivas y que representen un verdadero reto intelectual para los estudiantes, donde se ponga en práctica la formación de especialidad.

Así pues, la modelación matemática se ha convertido en un punto clave para la formación de ingenieros, pues se considera puede ser el puente entre las matemáticas que se estudian en los primeros años de formación, su formación de especialidad y su posible práctica profesional. Considerarla es una manera de atender la demanda social, que las universidades formen ingenieros competentes.

En este sentido, esta investigación tiene por objetivo analizar un contexto de ingeniería, particularmente la ingeniería en Mecatrónica dentro de la Universidad Tecnológica de Nayarit (UTN). Se ha elegido el curso de Sistemas de Control Automático para identificar en éste necesidades matemáticas y, con base en ello, generar una propuesta didáctica (dispositivo didáctico) que posteriormente pueda ser difundida entre profesores. De esta manera, se considera que se puede aportar a la formación matemática de futuros ingenieros dentro de la UTN.

2. TEORÍA ANTROPOLÓGICA DE LO DIDÁCTICO. LOS RECORRIDOS DE ESTUDIO E INVESTIGACIÓN

La Teoría Antropológica de lo Didáctico (TAD) de Chevallard (1999), ofrece un modelo epistemológico para el análisis de la actividad humana en su dimensión institucional. Reconoce a las instituciones como organizaciones sociales estables que brindan recursos materiales e intelectuales a los sujetos para realizar la actividad, pero a la vez también la condicionan a través de ciertas restricciones (Castela y Romo, 2011).

El principio fundamental de la TAD radica en que toda actividad humana regularmente hecha puede describirse con un modelo único, denominado praxeología. Sus cuatro componentes son: tipo de tarea $\boldsymbol{T}$, técnica $\boldsymbol{\tau}$, tecnología $\boldsymbol{\theta}$ y teoría $\boldsymbol{\Theta}$. La tarea es lo que se hace, la técnica es la manera en que se hace, la tecnología es un discurso que produce, justifica y explica la técnica, la teoría a su vez produce, justifica y explica la tecnología.

Tanto las instituciones como las praxeologías, permiten analizar las matemáticas que emplean los ingenieros y cómo las utilizan. Se prestó atención a dos tipos de instituciones: la práctica profesional y la formación de ingenieros. La primera se refiere a las actividades que se consideran usuales o recurrentes en la práctica profesional de un ingeniero en Mecatrónica y la segunda, hace referencia a los elementos matemáticos y propios del área de especialidad que se aportan en el proceso de formación para que los estudiantes adquieran las posibles habilidades de su futura práctica profesional.

Para realizar el dispositivo didáctico se decidió trabajar con el paradigma del cuestionamiento del mundo. Por ello se eligió al Recorrido de Estudio e Investigación (REI), pues nace de tal paradigma para dar sentido al estudio escolar de las matemáticas en su conjunto. Llevando a la escuela una actividad de estudio más cercana al ámbito de la investigación. En este nuevo paradigma se definen los recorridos de estudio y de investigación, como se muestra a continuación:

La indagación dirigida por x sobre Q abre un camino llamado recorrido de estudio e investigación. Para avanzar por este camino, el equipo de indagación X tiene que utilizar el conocimiento —relativo a las respuestas $R^{\blacklozenge}$, así como a las obras O— hasta entonces desconocido para sus miembros, con el cual el equipo deberá familiarizarse para poder continuar por el camino hacia la respuesta $R^{\heartsuit}$ (Chevallard, 2012, p. 170).

De acuerdo con lo anterior, se puede decir que el REI se centra en el estudio prolongado de cuestiones problemáticas que sean vivas, es decir, que requieran como respuesta la construcción de toda una secuencia de praxeologías completas y articuladas. El REI coloca al profesor, como el responsable de proponer situaciones de aprendizaje que atrapen y comprometan a los alumnos, en proyectos que den respuestas a cuestiones iniciales ricas y potentes que no tienen respuesta en una sola sesión. Por su parte, el alumno toma el papel de investigador, tratando de ejercer como ingeniero, aportando con el conocimiento matemático nuevas respuestas que permitan ampliar y completar el proyecto.

Por tanto, el diseño de un REI debe mantenerse abierto en el siguiente sentido: no se determina *a priori* el tipo de organizaciones matemáticas (OM) a las que se puede recurrir para generar una respuesta a la cuestión generatriz considerada, pero sí hay un análisis previo de la potencialidad de la cuestión inicial abordada. Para analizar la potencialidad de la pregunta planteada y de los elementos que surgen en el desarrollo de los REI se plantean nueve dialécticas:

Dialéctica del estudio y de la investigación (o de las cuestiones y de las respuestas): esta dialéctica es el corazón de una enseñanza por REI. Se refiere al hecho de que toda búsqueda genuina y no simulada de respuestas a las cuestiones, genera nuevas cuestiones que la comunidad de estudio decidirá cuándo y cómo van a responder.

Dialéctica de lo individual y de lo colectivo (o de la autonomía y de la sinonimia): es un proceso que consiste en el estudio colectivo de la pregunta problemática que se ha planteado y a la vez en el reparto de las responsabilidades y de asignación de las tareas, para volver a incorporarse a un proceso colectivo, para dar una respuesta. Esta dialéctica desplaza el “actor del estudio”, pasa del individuo a la comunidad.

Dialéctica del análisis y de la síntesis praxeológica y didáctica: todo análisis didáctico supone un análisis praxeológico y recíprocamente. Para comprender una realidad praxeológica (práctica, técnica, tecnológica o teórica) es indispensable realizar un análisis didáctico. Este análisis tiene un componente epistemológico que se pregunta por la génesis de las praxeologías en juego, lo cual es, otra cara de la transposición, que produce modificaciones del saber, sólo por el hecho inevitable de su difusión.

Dialéctica de entrar y salir de tema: cuando, en el transcurso de un REI, se buscan respuestas en “sentido fuerte” a una pregunta, es preciso habilitar la posibilidad de salirse del tema al que inicialmente pertenece dicha pregunta, incluso hasta la posibilidad de salirse de la disciplina de referencia, para reingresar posteriormente. Resulta evidente que las preguntas generatrices que pueden dar lugar a recorridos amplios de estudio e investigación pocas veces pueden circunscribirse en el ámbito limitado de un único sector o incluso una única disciplina.

ISSN: 2594-1046

Dialéctica del paracaidista y de las trufas: Se refiere a la condición de exploradores que asumen los actores del sistema didáctico, pues tienen que tomar una gran distancia del problema y explorar el terreno desde muy arriba. Requiere incorporar el gesto de inspeccionar zonas de gran alcance. Esta inspección difícilmente encuentra de inmediato lo que se busca, y requiere de gestos de acercamiento, para analizar la utilidad de lo encontrado. Esto posibilita hallar cosas inesperadas, que pueden resultar semillas que permitirán progresar en la investigación.

Dialéctica de las cajas negras y cajas claras: se refiere al proceso según el cual se establece qué conocimiento es pertinente y merece ser aclarado, analizado, etc., mientras se dejan, es necesario, ciertos saberes a enseñar en un "nivel de gris". Así, quedan en gris ciertos saberes que no son necesarios para responder la pregunta generatriz o sus preguntas derivadas. Esta dialéctica se opone al hábito escolar que, en general, aspira a una "claridad" completa.

Dialéctica de los media y los medios: Para la elaboración de las sucesivas respuestas provisionales es necesario disponer de algunas respuestas preestablecidas, accesibles a través de los diferentes medios de comunicación y difusión: los media. Los mismos pueden ser libros, artículos de investigación, apuntes de clase, etc. Es esencial que el estudiante tenga acceso a respuestas preestablecidas, que no se reduzcan a la respuesta oficial del profesor (o del libro de texto), así como a los medios para validarlas.

Dialéctica de la excripción textual y de la inscripción textual: Hace referencia al proceso de evitar la transcripción formal de respuestas parciales ya existentes, que pueden conducir a la construcción de la respuesta a la cuestión planteada. Asimismo, se cuestiona el texto donde se han encontrado inscriptas a las posibles respuestas. Se trata de tomar de ellas la parte útil y volver a escribirlas en notas de síntesis, glosarios, entre otros.

Dialéctica de la difusión y de la recepción: es el proceso que conduce a difundir y defender la respuesta desarrollada por la comunidad de estudio. Los saberes no son importantes *per se* – *monumentalismo* –, no por el tipo de respuestas que permiten aportar, se trata de un saber que es el producto de la actividad matemática de la comunidad de estudio (Chevallard, 2013, pp. 5-6).

En esta investigación se analizan de manera específica las dialécticas de las cuestiones y respuestas y media-medio.

3. METODOLOGÍA PARA EL DISEÑO DEL DISPOSITIVO DIDÁCTICO (REI)

Un REI se caracteriza por originarse en una cuestión generatriz Q_0, que se considera crucial para ser estudiada y respondida (al menos parcialmente). Por tanto, resulta necesario generar o identificar *una* cuestión, abierta e investigable y cuyo estudio resulte *crucial* para la formación de futuros ingenieros. Para afrontar este reto, consideramos la metodología para el diseño de actividades didácticas basadas en modelación matemática propuesta en Macias (2012).

Esta metodología se conforma por cuatro fases: elección de un contexto extra-matemático, análisis praxeológico e identificación de un modelo matemático, análisis del modelo matemático identificado y su relación con *E*(*M*) y el diseño de la actividad didáctica (REI) para *E*(*M*). En nuestro caso, las tres primeras fases permitieron identificar la pregunta Q_0 que da lugar al REI implementado, la última fase se adaptó para el diseño del REI y su implementación.

3.1. Elección de un contexto extra-matemático: teoría de control

En esta fase se propone elegir un contexto ingenieril para analizar praxeologías de modelación. Los contextos ingenieriles *naturales* son la formación de especialidad *E*(DI) y la práctica profesional I*p*, vistas como instituciones. Se ha elegido analizar la teoría de control, ya que en ésta se estudian los controles automáticos, que cada día están más presentes en la vida cotidiana y también porque la presencia de los modelos matemáticos, como las ecuaciones diferenciales, es significativa.

3.2. Análisis praxeológico e identificación de modelos matemáticos

Para realizar el análisis de un sistema de control se necesita de un modelo matemático de los elementos que se emplean en dicho sistema. Estos modelos son ecuaciones que permiten representar un fenómeno físico de manera matemática, permitiendo llevar a cabo un análisis cuantitativo del sistema, determinar sus características, su comportamiento y sus limitaciones, y de igual modo permite buscar alternativas para mejorar el funcionamiento del sistema.

Para obtener el modelo matemático de un sistema es necesario emplear las leyes físicas que lo rigen. Normalmente, se obtiene el modelo matemático para la entrada y la salida, pues la relación que existe entre ambos permite realizar el estudio del sistema.

Por ejemplo, el sistema eléctrico que se muestra en la Figura 1, resistencia-inductor-capacitor (RLC), cada uno de sus componentes ya tiene definido su modelo por la Ley de Ohm.

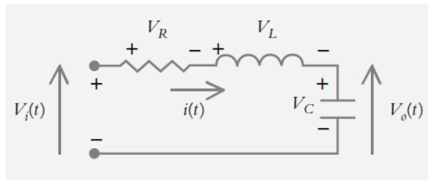


Figura 3. Circuito RLC (Hernández, 2010, p. 77)

La entrada de este sistema se define por el voltaje de alimentación, el cual de acuerdo con la Ley de Voltajes de Kirchoff (LVK) es igual a la suma individual de los componentes conectados en serie. La salida del sistema se marca como el voltaje del capacitor. Por lo tanto, la entrada *Vi(t)* y la salida *Vo(t)* quedan definidas como:

$$Vi(t) = Ri(t) + L\frac{di}{dt} + \frac{1}{C}\int idt$$

$$Vo(t) = \frac{1}{C}\int idt$$

Una vez establecida la ecuación diferencial de la función de entrada y de la función de salida, se establece la función de transferencia o ganancia, quedando de la siguiente manera:

$$FT = G = \frac{\frac{1}{C}\int idt}{Ri(t) + L\frac{di}{dt} + \frac{1}{C}\int idt}$$

La Función de Transferencia es la relación matemática entre la salida (lo que hay realmente) y la entrada del sistema (lo que se desea), y está definida solamente para sistemas lineales, invariantes en el tiempo, monovariables y de parámetros concentrados.

Tratar de encontrar la Función de Transferencia involucrando derivadas e integrales es muy complejo, por esta razón es mejor realizar la Transformada de Laplace de la variable de entrada y la variable de salida, de esta forma se trabaja con ecuaciones algebraicas.

La técnica de la Transformada de Laplace es una herramienta matemática utilizada para la solución de ecuaciones diferenciales ordinarias y lineales. Es la única que se emplea para la solución de los modelos que se obtienen en la teoría de control, esto porque la Función de Transferencia de un sistema descrito mediante una ecuación diferencial lineal, e invariante en el tiempo, se define una vez aplicada esta transformada de la manera siguiente: el cociente entre la Transformada de Laplace de la salida o respuesta del sistema y la Transformada de Laplace de la entrada o función de excitación, bajo la suposición que todas las condiciones iniciales son cero. Además, de acuerdo a Bennett (1996), en la historia del control automático muchos ingenieros optaron por tomar este enfoque (Transformada de Laplace) porque muestra el comportamiento en términos reales, es decir, el comportamiento del sistema en función del tiempo.

3.3. Análisis de las ecuaciones diferenciales y la función de transferencia y su relación con E(M)

En un curso ordinario de ecuaciones diferenciales se presentan diferentes técnicas para resolverlas. Sin embargo, en la teoría de control sólo se emplea la técnica de la transformada de Laplace, donde no se requiere probar su existencia, simplemente aplicarla para poder trabajar con las características del sistema analizado.

Por esa razón, es muy común emplear tablas donde aparezcan las transformada de Laplace de diversas funciones, de igual manera ocurre lo mismo con la transformada inversa de Laplace.

3.4. Diseño de un REI de control: definiendo la cuestión generatriz

Los análisis desarrollados en las tres fases anteriores, han posibilitado definir una cuestión generatriz que movilice a los estudiantes a investigar y estudiar la forma de diseñar un controlador, bajo las características que ofrece el control clásico, y donde las ecuaciones diferenciales aparezcan como un modelo que describe al controlador. La cuestión Q_0 es:

¿Cómo realizar el control de velocidad proporcional analógico de un motor de Corriente Directa?

Tomando en cuenta las restricciones que tiene el control clásico, sólo se puede trabajar con ecuaciones diferenciales ordinarias. Por lo que, se restringe la actividad de control al uso de la acción de control proporcional, con posibilidad de emplear el control integral, derivativo y sus combinaciones. Esta restricción pareciera contraponerse a la naturaleza del REI, sin embargo, plantear la cuestión generatriz dentro de un proyecto le devuelve su esencia de libertad, pues en un proyecto siempre queda abierto a diversas propuestas y mejoras, y siempre hay restricciones puestas por la empresa, desde lo económico hasta ciertos elementos que deben ser empleados.

4. ANÁLISIS DE LA IMPLEMENTACIÓN DEL REI

La implementación del REI fue a través de la presentación de un proyecto de una empresa reconocida en la rama ferretera y que su estudio fuera en equipo. A continuación se muestra en la siguiente cita la actividad presentada a los estudiantes.

La empresa Truper, fabricante de una amplia gama de material de ferretería y línea de herramientas mecánicas y eléctricas, es muy reconocida por los más de 5000 productos que ofrece en el mercado. Algunos de los productos de su gama eléctrica son taladros, dremel y destornilladores. Uno de los factores que hacen que esta empresa sea la más reconocida en el mercado ferretero en México es que está en constante renovación. De hecho, un equipo de innovación de Truper nos ha contactado para generar un nuevo destornillador, solicitándonos el diseño de control de velocidad proporcional analógico para un motor de Corriente Directa (CD) de imanes permanentes de 5V a 12V, pues desean que el desatornillador sea activado por medio de baterías de CD con las siguientes especificaciones:

- Que sea económico
- De simple mantenimiento
- De fácil montaje en un área pequeña
- Posibilidad de mejora (por ejemplo inversión de giro, tiempo de respuesta, entre otros) (Guzmán, 2016, p. 44).

Se aplicó a cuatro grupos de segundo cuatrimestre de la Ingeniería en Mecatrónica dentro de la asignatura de control de motores. El proyecto se dividió en tres etapas, para cada una de ellas se realizó un entregable y se finalizó con el prototipo físico del control de velocidad proporcional analógico. El análisis se hizo a través de la identificación de la dialéctica de preguntas-respuestas y la de medio-media.

Se presenta el recorrido (a través de preguntas y respuestas) que realizó un equipo para la primera etapa:

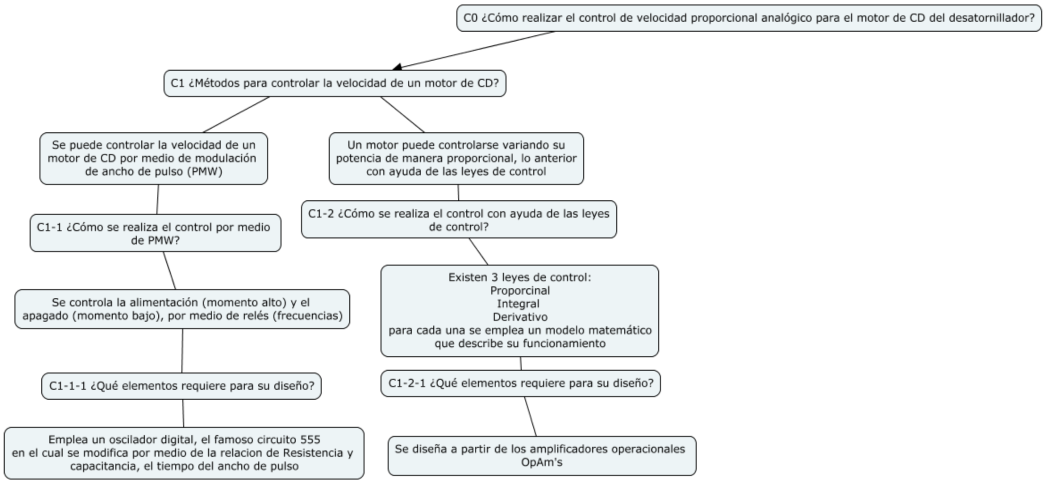


Figura 4. REI etapa 1 (Guzmán, 2016, p. 53)

El REI comienza con C1: ¿Qué métodos existen para controlar la velocidad de un motor CD? Se desprenden dos nuevas cuestiones que llevan al control que emplea elementos digitales (C1-1: ¿Cómo se realiza el control por medio de PMW?) y un control utilizando elementos analógicos (C1-2: ¿Cómo se realiza el control con ayuda de las leyes de control?).

El equipo investigó más de un método, como el control por medio de ancho de pulso (PMW), el control proporcional, el control integral y el control derivativo. Aunque hablaron sobre las leyes de control, decidieron no ahondar más en ellas. En su pre-propuesta, eligieron la técnica de modelación de ancho de pulso. Se observa que validan sus respuestas al argumentar cómo es posible realizar el diseño, tanto de manera analógica como digital.

Para favorecer una necesidad de explicitar la tecnología que valide la técnica que han elegido, diseño por ancho de pulso y el trabajo con el control proporcional analógico. Se les cuestionó el porqué de su decisión:

Profesor: ¿Por qué deciden trabajar con el control PMW?

Estudiante3 Es más sencillo, ya hay circuitos en el Internet que muestran cómo hacerlo, además de que el circuito del 555 es muy común.

Estudiante1: Está más fácil, sabemos que no es el proporcional. Pero, el otro, se ve muy complicado. Hay muchas matemáticas y además trabaja bajo modelos matemáticos, es muy avanzado.

ISSN: 2594-1046

Ante las respuestas obtenidas se les señaló que el empresario desea un control proporcional analógico. Que su propuesta es un control del tipo digital pues el circuito 555 es un dispositivo que permite enviar pulsos de voltaje pasando de un nivel alto (1) a un nivel bajo (0) el cual se estabiliza a cierta frecuencia. Es decir, estaba fuera de lo que pedía la empresa Truper. En este punto se provocó que replantearan la técnica elegida, tomando en cuenta las necesidades pedidas por la empresa.

Para la segunda etapa, el equipo replanteó la primera propuesta, siguiendo el recorrido que se presenta:

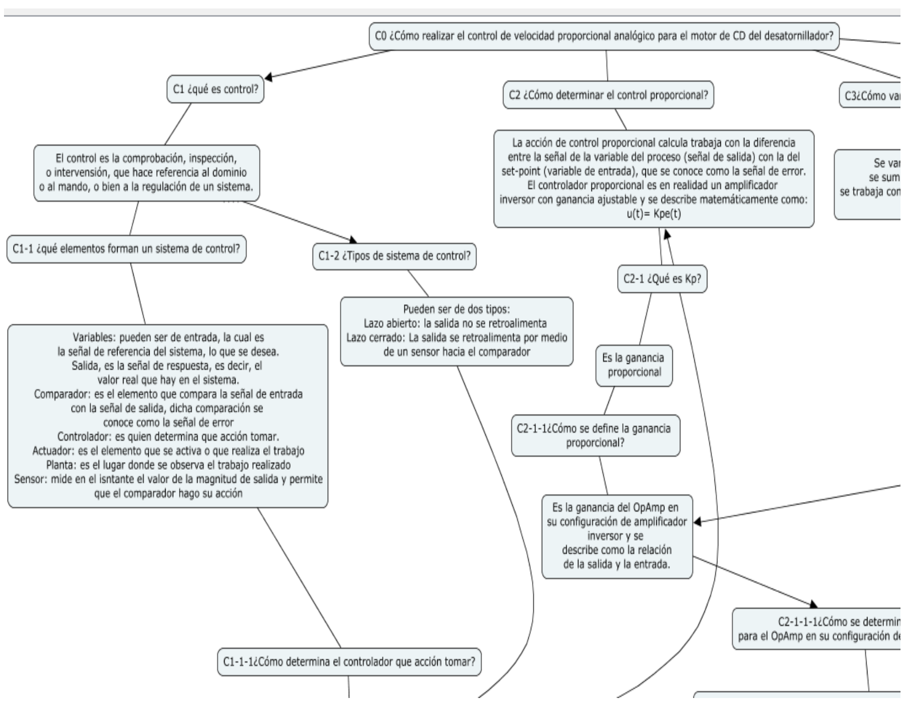


Figura 5. Recorrido etapa dos (Guzmán, 2016, p. 66)

El REI inicia con lo relacionado con el concepto de control C1: ¿Qué es control? Esto, para dar paso a la descripción de los elementos que forman el control y los lazos de control (C1-1 y C1-2).

Se observa en la Figura 4 el camino que siguieron para desarrollar una técnica donde determinan con el cuestionamiento C1-1-1: ¿Cómo determinar la acción toma el controlador?

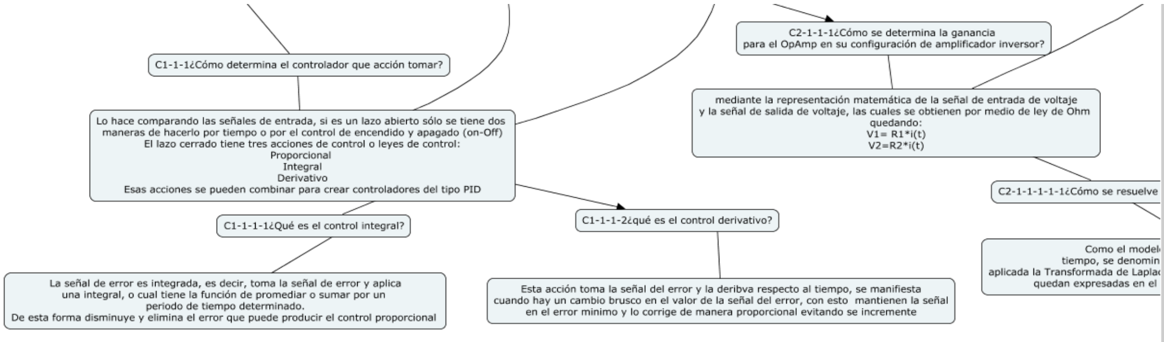


Figura 6. Continuación del mapa de cuestiones, acciones de control (Guzmán, 2016, p. 66)

Asimismo, en la Figura 5 a partir de C2: ¿Cómo determinar el control proporcional?, retoman el control proporcional, integral y derivativo para determinar el control proporcional.

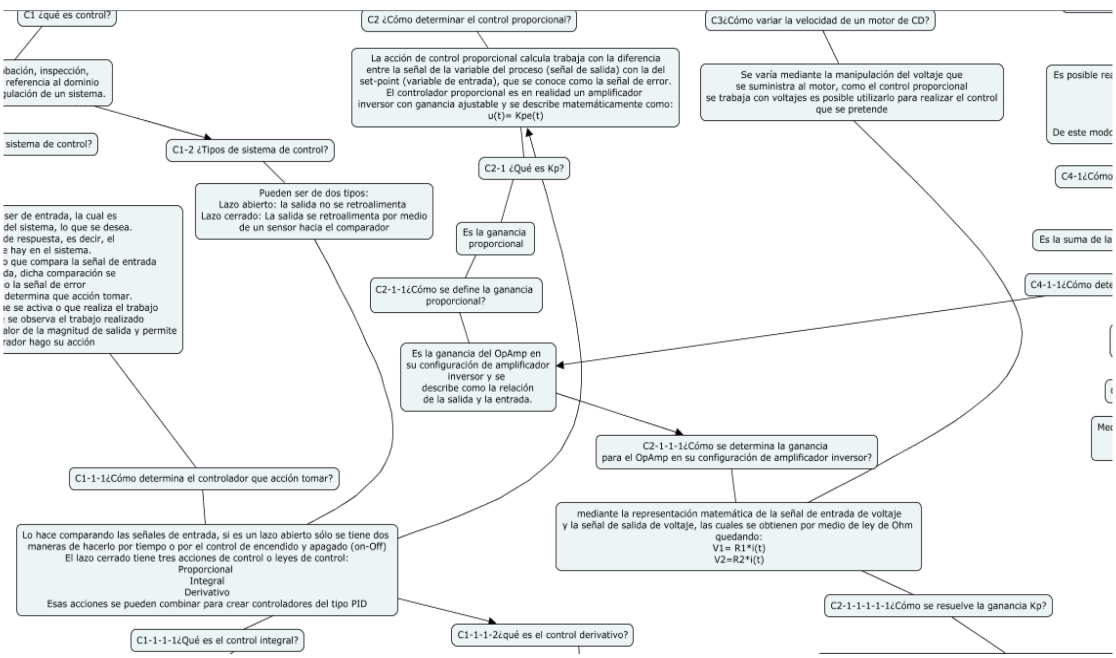


Figura 7. Continuación del recorrido, argumentación sobre el control proporcional (Guzmán, 2016, p. 67)

En este punto identifican qué es la ganancia (C2-1-1-1-1) y la toman como una herramienta para diseñar su controlador (medio). Además, ya se han encontrado con el modelo matemático, el cual determina el comportamiento de su diseño.

La Figura 6 muestra cómo sustentan la obtención de la ganancia (C2-1-1-1). Aquí ya han identificado la tarea (obtener ganancia) y la técnica para diseñar el controlador (mediante *Kp*), esta parte de la construcción comienza en el cuestionamiento C2-1-1-3: ¿Cómo determinar *Kp* en un OpAmp?:

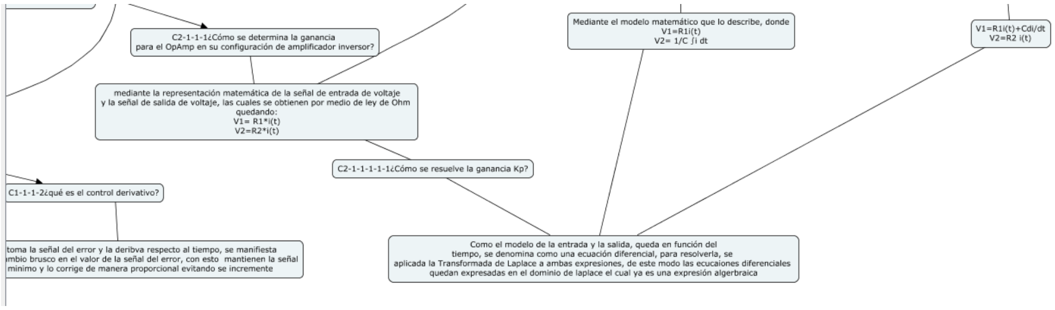


Figura 8. La ganancia como método para diseñar el controlador (Guzmán, 2016, p. 67)

En este punto del REI se unen las ramificaciones hacia el mismo destino, el cual es el uso de la transformada de Laplace para encontrar la ganancia en las tres acciones de control, surgiendo una técnica que ayudará en la tarea de obtener la ganancia.

Continuando con el REI de manera horizontal. Los estudiantes generan una cuestión sobre cómo se manipula la velocidad de un motor C4: ¿Cómo realizar un control estable de velocidad?, lo cual los lleva a lo que ya habían encontrado para definir la entrada del controlador. Es decir, a emplear la Ley de Ohm para trabajar con el parámetro de voltaje. En la Figura 7 se observa cómo es argumentada.

De acuerdo con el recorrido que se muestra en la Figura 7, se observa que el interés de los estudiantes está en realizar un control que sea estable, cuestión C4. Por lo cual, deciden indagar los controladores: integral y derivativo, cuestiones C4-1-2 y C4-1-3.

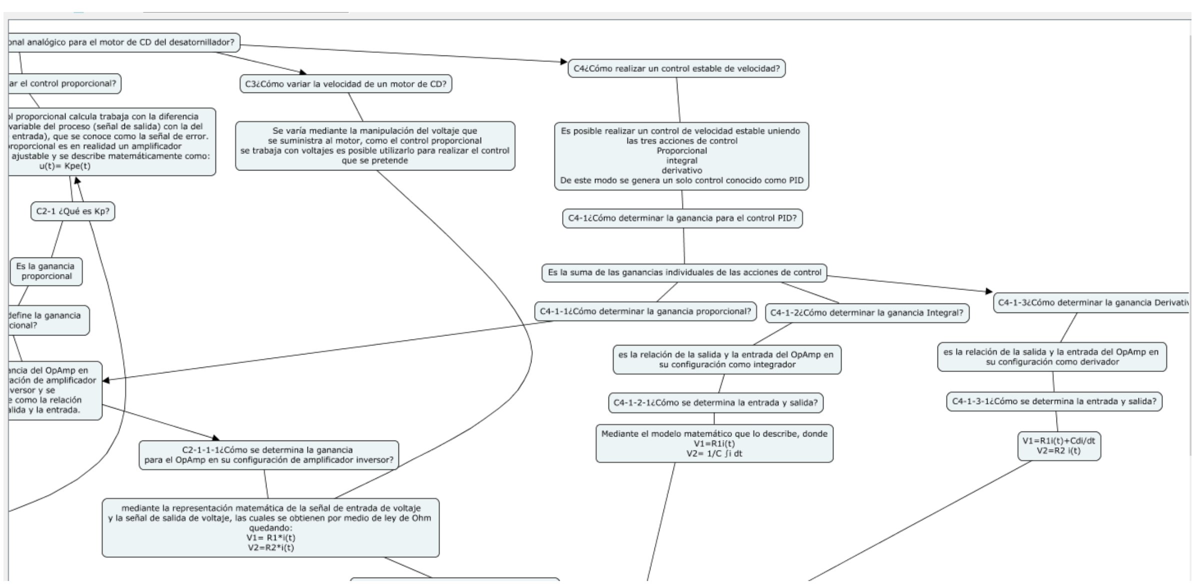


Figura 9. Recorrido del mapa de cuestiones, muestra parte de la justificación tecnológica (Guzmán, 2016, p. 68)

Los estudiantes deciden realizar todos los cálculos del diseño de los tres controladores, es decir, proporcional, integral y derivativo. En las Figuras 8 y 9 se presentan los cálculos que realizaron para obtener las ganancias, por medio de la técnica de la Transformada de Laplace, la cual se ha convertido en un medio.

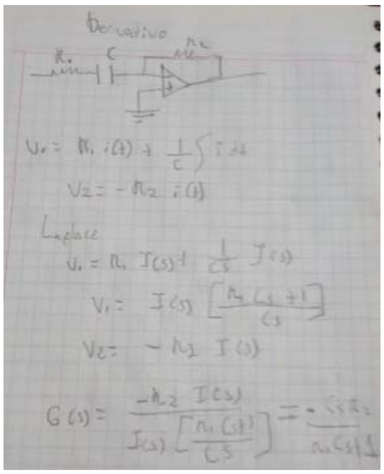


Figura 10. Cálculos ganancia derivativa (Guzmán, 2016, p. 69)

Figura 11. Cálculos ganancia proporcional y ganancia integral (Guzmán, 2016, p. 69)

Siguiendo el REI del equipo en la etapa 3, se observa cómo se cuestionan las posibles mejoras a implementar en el prototipo, en la cuestión C4-1-1-1-1-2-2-2: ¿Qué mejoras pueden realizarse al control de velocidad? Este equipo realizó el control PID como su principal mejora, ver Figura 10.

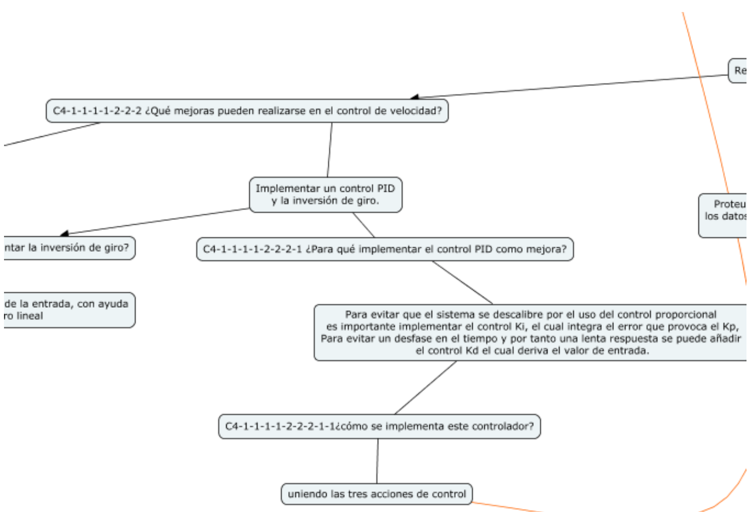


Figura 12. Mejoras al prototipo, control PID (Guzmán, 2016, p. 75)

ISSN: 2594-1046

En su recorrido este equipo consultó diversos medias, donde la información obtenida sobre el control proporcional, integral y derivativo en este punto se convirtieron en medios para diseñar un controlador PID, apareciendo una nueva tarea, cuya técnica (empleo de OpAmps y obtener su respectiva función de transferencia) ya habían desarrollado y sustentado en la etapa 2.

Además, sugieren añadir la inversión de giro y realizar un sistema capaz de corregirse a sí mismo con ayuda de un lazo cerrado de control, para ello en la cuestión C4-1-1-1-1-2-2-2-2: ¿Cómo realizar la inversión de giro? Y la C4-1-1-1-1-2-2-2-3: ¿Cómo generar un lazo cerrado de control? aparecen las posibles respuestas para adecuarlas al prototipo, como se muestra en la Figura 11:

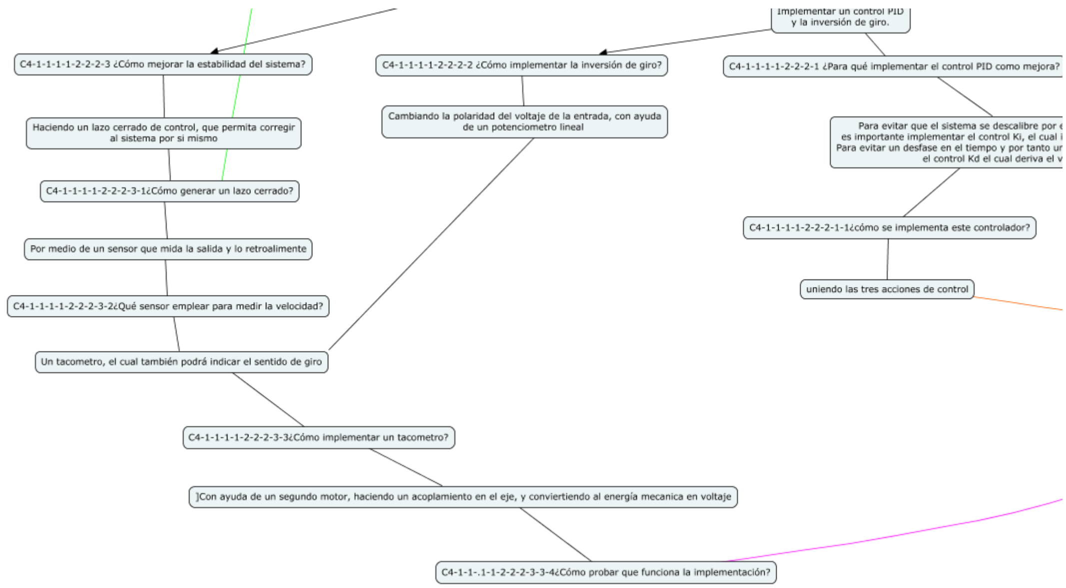


Figura 13. Mejoras al prototipo: Inversión de giro y lazo cerrado (Guzmán, 2016, p. 76)

Estas cuestiones permiten realizar nuevas tareas como el lazo cerrado de control y la inversión de giro, la técnica asociada a la primera tarea aparece en la etapa 2, con ayuda de la retroalimentación, que es un media en esa etapa y en la etapa final se convierte en un medio.

La tarea de la inversión de giro la resuelven por medio del uso de potenciómetro (técnica) y tomando los conocimientos de la asignatura de control de motores (media).

Los cálculos que se presentaron en la etapa 2, llevaron a cabo la sustitución de los datos para encontrar los valores de ganancia que consideraron adecuados. A diferencia de los equipos 1 y 2, no realizaron una ganancia ajustable en su diseño, y emplearon el software Proteus como medio para evaluar su prototipo.

En la Figura 12 se muestra el circuito que diseñaron y en la Figura 13 se muestra el prototipo que entregaron de manera física funcionando

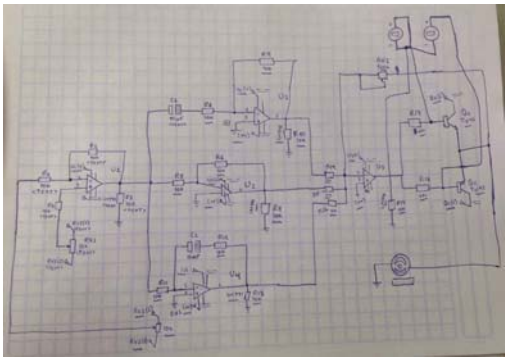


Figura 14. Diseño del circuito PID para el control de velocidad del motor de CD (Guzmán, 2016, p. 76)

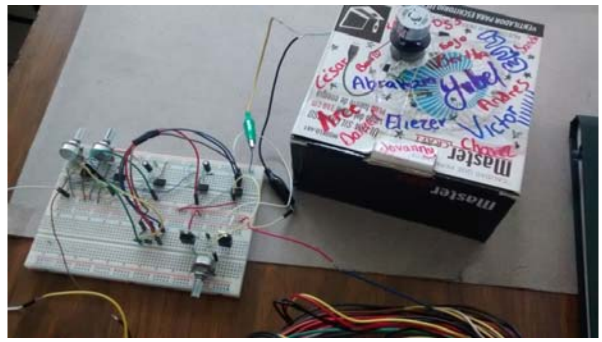


Figura 13. Prototipo del equipo 3 control PID para la velocidad de un motor de CD (Guzmán, 2016, p. 77)

En la Figura 14 muestra parte de la simulación que realizaron para evaluar el prototipo.

Algunos de los resultados que pudieron observarse mediante el análisis de los entregables, las entrevistas que se realizaron a los estudiantes y los recorridos, fue como los alumnos buscan la validación del profesor en todo momento, pues en el paradigma tradicional es común que sólo él sea quien apruebe si es correcto o no lo que se realiza dentro del aula, siendo una guía para llegar a la respuesta adecuada.

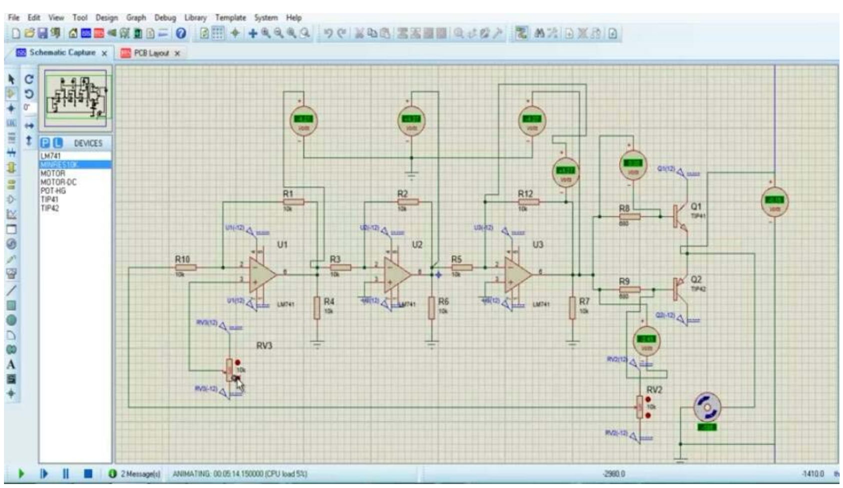


Figura 154. Simulación del control PID para la velocidad de un motor de CD (Guzmán, 2016, p. 77)

Lo anterior puede observarse en un fragmento de una entrevista que se realizó para cuestionar la elección de control de un equipo y que se reporta en Guzmán (2016):

Profesor: ¿Cómo le explicarán al empresario que su opción de control cumple con los requisitos que él pide y es como se ha pedido?

Estudiante1: Pues es cierto que no es el control que pide, pero me parece que no tenemos la habilidad para hacerlo. Además, usted dejó la actividad abierta, no hay reglas, o al menos no las puso.

Estudiante2: Es cierto que es una actividad abierta y también que nosotros nos fuimos por la opción sencilla. Pues, ya hay circuitos en el internet, de hecho hay muchos, y es más fácil trabajar a prueba y error, pues así estamos acostumbrados. Al menos yo nunca había trabajado de esta manera y pues siempre el profesor te dice por dónde hay que irse.

Estudiante3: La verdad, si tenemos que explicar a un empresario, no sabría cómo hacerlo, pues como dijo mi compañero, nos fuimos por la opción sencilla, no tenemos argumentos para decir que es el control que se pide (Guzmán, 2016, p. 52).

Puede notarse, que aún esperan que el profesor sea el media y medio que les guíe hacia la respuesta. Aunque investigaron en diferentes medias no esperaban que el profesor diera como respuesta una nueva interrogante. A pesar de que sus medias les dan la información que puede favorecer a la construcción del medio para alcanzar la respuesta adecuada, ellos deciden que el profesor valide si la información es correcta, pues como externan “siempre el profesor te dice por dónde hay que irse”.

Lo anterior hace notar como el paradigma tradicional se antepone al paradigma del cuestionamiento del mundo, donde en el último los alumnos toman un rol más activo, brindándoles autonomía en su proceso de aprendizaje.

5. CONCLUSIONES

Se eligió el diseño de un REI que es compatible con el formato de un proyecto de ingeniería, en el que hay que desarrollar una innovación, hacer una mejora específica o bien proponer un nuevo producto o servicio. La cuestión generatriz, viva y real, nació de un análisis de la teoría de control. El rol de los estudiantes deja de ser el de aprendices receptivos y se convierten en el equipo a cargo de desarrollar el proyecto y por tanto ser autónomos, generar una propuesta, estudiar, investigar, construir y validar. Por su parte, el rol del profesor también se modificó y fungió como el coordinador general del proyecto y enlace entre la empresa solicitante y el equipo desarrollador. Así pudo cuestionar las propuestas y reportes entregados por los equipos de estudiantes, sugirió indagar en nuevos medias y procuró dar seguridad para romper el rol apático y sin iniciativa que mostraron en un inicio.

Las propuestas generadas por los estudiantes alcanzaron el objetivo del proyecto, se pudo observar cómo la libertad que se les brindó pudo generar propuestas diferentes, donde cada uno eligió sus medias y medios, realizando mejoras que consideraron óptimas para la entrega del prototipo físico y aceptando su nuevo rol activo, sin embargo, aún se puede notar cómo el paradigma tradicional se hace presente.

6. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Albertí, M., Amat, S., Busquier, S., Romero, P., & Tejada, J. (2013). Mathematics for engineering and engineering for mathematics. (English). In A. Damlamian (Ed.), *Educational interfaces between mathematics and industry,* 16, pp. 185-198. Report on an ICMI-ICIAM-study. The 20th ICMI study. Cham: Springer (ISBN 978-3-319-02269-7/hbk; 978-3-319-02270-3/ebook).

Bennett, S. (1996). A brief history of automatic control. *IEEE Control Systems Magazine, 16*(3), 17-25.

Castela, C., & Romo-Vázquez, A. (2011). Des mathématiques a l'automatique: étude des effets de transposition sur la transformée de Laplace dans la formation des ingénieurs. *Recherches en Didactique des Mathématiques, 31*(1), 79-130.

Chevallard, Y. (2013). Enseñar Matemáticas en la Sociedad de Mañana: Alegato a Favor de un Contraparadigma Emergente. *Journal of Research in Mathematics Education*, *2*(2), 161-182. doi: 1 0.4471 /redimat.201 3.26

Chevallard, Y. (2012). Teaching Mathematics in tomorrow's society: a case for an oncoming counter paradigm. *12th International Congress on Mathematical Education*, 8–15 July, 2012, Seoul, Korea. Con acceso el 04-06-2013 http://yves.chevallard.free.fr/.

Chevallard, Y. (1999). *La recherche en didactiqueet la formation des professeurs: problématiques, concepts, problèmes* [Research in education and training of teachers: issues, concepts, problems]. Caen, France: Académie de Caen.

Guzmán, P. (2016). Propuesta didáctica de modelación matemática que involucra ecuaciones diferenciales para una formación de futuros ingenieros. (Tesis de maestría no publicada). CICATA-IPN. México.

Hernández, R. (2010). Introducción a los sistemas de control: conceptos, aplicaciones y simulación con MATLAB. México: Pearson Educación.

Kent, P., & Noss, R. (2000). The visibility of models: using Technologies as a bridge between Mathematics and engineering. *International Journal of Mathematics Education, Science and Technology, 31*(1), 61-69.

Macias, M. (2012). *Uso de las nuevas tecnologías en la formación matemática de ingenieros.* (Tesis de maestría no publicada). CICATA-IPN. México.

Pollak, H. (1988). Mathematics as a service subject: why? En A. Howson, J. Kahane, P. Lauginie, y E. Turckeim (Eds.), *Mathematics as a service subject* (p. 28-34). Great Britain: Cambridge UniversityPress.

Investigación e Innovación en Matemática Educativa

ISSN: 2594-1046

UN PROCESO DE APRENDIZAJE DE INTEGRALES MULTIPLES CON EL USO DE HERRAMIENTAS VISUALES

Marisol Radillo Enríquez
Universidad de Guadalajara, marisol.radillo@red.cucei.udg.mx

Alejandra Quintero García
Universidad de Guadalajara, funnyale@hotmail.com

Juan Martín Casillas González
Universidad de Guadalajara, martin.casillas70@hotmail.com

Resumen

Se propone una serie de actividades para el aprendizaje del concepto de integración múltiple como una estrategia para el cálculo de área entre dos curvas y posteriormente en el cálculo de volumen. La propuesta se apoya en un enfoque constructivista y en el uso de la computadora para que el estudiante realice la construcción de integrales múltiples y manipule límites de integración de acuerdo a la geométrica de los problemas que se presentan.

Palabras clave: Cálculo, integrales, representaciones semióticas, visualización.

1. INTRODUCCIÓN

Usualmente la enseñanza del cálculo parte de enunciados, teoremas y problemas tipo, que ejemplifican los conceptos asociados y se apoya, fundamentalmente, en el conocimiento algebraico del estudiante y poco en la intuición geométrica y visual (Cuevas y Pluvinage, 2009).

Aprender Cálculo va más allá de memorizar un conjunto de definiciones, algoritmos y técnicas para resolver actividades rutinarias (Benítez y Londoño, 2009). Adicionalmente, debe propiciarse en el aula un ambiente donde los estudiantes puedan comunicar sus ideas, hacer preguntas, usar múltiples representaciones, hacer conjeturas, formular contraejemplos, hacer predicciones y construir modelos.

El uso de la tecnología, a favor del aprendizaje, debe incluir dimensiones de desarrollo como interacción, intercambio, comunicación, colaboración y cooperación, ya que con esto se pueden diseñar actividades de aprendizaje para los estudiantes, que les permita relacionar definiciones y conceptos matemáticos con el uso de software, así como la discusión de las actividades en clase con los compañeros y profesores (Nesterova, Añorve & Puga, 2010).

Ante esto, se propone una serie de actividades para el aprendizaje del cálculo de áreas y volúmenes mediante la descripción geométrica de regiones planas y sólidos empleando integrales múltiples; estas actividades, diseñadas con un enfoque constructivista, proporcionarán al estudiante herramientas para que él mismo logre la manipulación de los límites de integración de integrales múltiples de acuerdo a la geometría que se le presenta.

2. MARCO TEÓRICO

En diversas investigaciones que se han realizado sobre problemas en el aprendizaje del Cálculo Diferencial e Integral de funciones reales, se ha concluido que la mayor parte de los mismos, tiene su origen, en primera instancia, en una incomprensión de conceptos básicos y fundamentales del Cálculo (Cuevas, 2007).

El aprendizaje de los objetos matemáticos opera a nivel conceptual, pero la actividad del estudiante sobre los objetos sólo es posible a través de sus representaciones semióticas (Hitt, 2003) y sus formas de representación (gráfica, verbal, analítica, numérica) proporciona solamente una parte del mismo, por lo que se recomienda incorporar varias de ellas en la construcción de significados.

Un *software* de programación como Matlab, permite al educando, mediante el desarrollo de actividades, explorar por su cuenta los contenidos de la materia, y a la vez puede ejercer un efecto motivador sobre el aprendizaje. Con esta perspectiva, resulta razonable investigar los efectos que el diseño de actividades didácticas y el *software* pueden provocar en ambientes de aprendizaje como el cálculo de volumen en la intersección de superficies y en la búsqueda de fortalecer los conceptos de las integrales dobles y triples involucrados.

La propuesta está estructurada a partir de la visualización matemática de las distintas representaciones (gráfica, verbal, numérica y simbólica) de las integrales dobles y triples involucradas. Las actividades están diseñadas para que los estudiantes construyan su aprendizaje a través de la interacción con las representaciones de los objetos matemáticos, ya sea a lápiz y papel o con apoyo de la computadora.

3. METODOLOGÍA

La investigación se llevó a cabo con los dos grupos de estudiantes de la materia de Teoría del Cálculo II, en conjunto con el Taller de Teoría del Cálculo II de la Licenciatura en Matemáticas del

Centro Universitario de Ciencias Exactas e Ingenierías (CUCEI), el cual forma parte de los 6 centros temáticos de la Universidad de Guadalajara.

Dado que los grupos considerados para la investigación estaban previamente formados, no fue posible tomar una muestra aleatoria de los alumnos para integrar el grupo experimental. Los alumnos de uno de los grupos integraron el grupo experimental (conformado por 8 alumnos) y el grupo restante se consideró el grupo control (también conformado por 8 alumnos).

La fase siguiente consistió en determinar si los dos grupos, experimental y de control, eran equivalentes, para lo cual se diseñó un pretest, cuyos temas centrales son los siguientes: sumas finitas, Cálculo de área, integrales mediante sumas de Riemann y área entre curvas por integral definida.

Para el análisis estadístico de los resultados del pretest, se realizó un procedimiento de comparación de medias.

A continuación se inició la implementación de la propuesta didáctica, a lo largo de 3 sesiones de dos horas cada una, dentro del horario de clases. Se destinó una sesión para cada práctica.

Al terminar de exponer la sexta unidad temática del curso regular se aplicó, tanto al grupo experimental como al grupo de control, un postest dentro de horario clase. Así como a los estudiantes del grupo experimental se les entregó un cuestionario de opinión respecto al material didáctico.

3.1.Actividades de aprendizaje

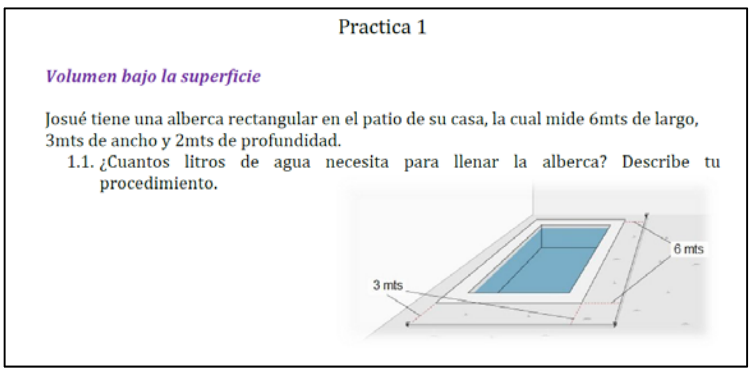
Los materiales de la experimentación consistieron en 2 prácticas y un trabajo en equipo, en las prácticas se incluye actividades o ejercicios guiados en Matlab, donde en la mayoría de los casos se les proporciona el código. A continuación se describen las prácticas:

Se diseñó la llamada “Práctica 1”, cuyo objetivo era que el alumno relacione el volumen bajo la superficie con integrales dobles definidas y éstas las use en situaciones de la vida cotidiana. La práctica incluye varias actividades, se inicia con el planteamiento de un problema de volumen (Figura 1), el cual se le pide que resuelva sin indicar un procedimiento específico para resolverlo. Después de esto se explica el concepto de las integrales dobles para el cálculo de volumen bajo una superficie.

A continuación (ver Figura 2), y con el uso del *software* Matlab, se induce a que el alumno concluya que existen diferentes formas de integrar para encontrar el volumen, es decir, llegue a la conclusión que se puede determinar diferente orden de integración, pero esto no influye en el resultado final (el volumen es el mismo en ambos casos).

También, se aplica el Teorema de Fubini pero sin enunciarse, esto es, se continúa con el problema de la cantidad de agua que se utiliza para la alberca, pero ahora se desea que la base de la alberca no sea cuadrada o rectangular, entonces esto implica que los límites de integración de la primera integral a resolver sean funciones que dependan de la otra variable a integrar y ya no sólo de las constantes o bien funciones constantes.

Esta práctica se concluye con un ejercicio en el cual el alumno debe graficar la región "base" y el sólido, esto lo puede hacer utilizando Matlab y a papel y lápiz. Y también se le pide que resuelva las integrales.


Practica 1

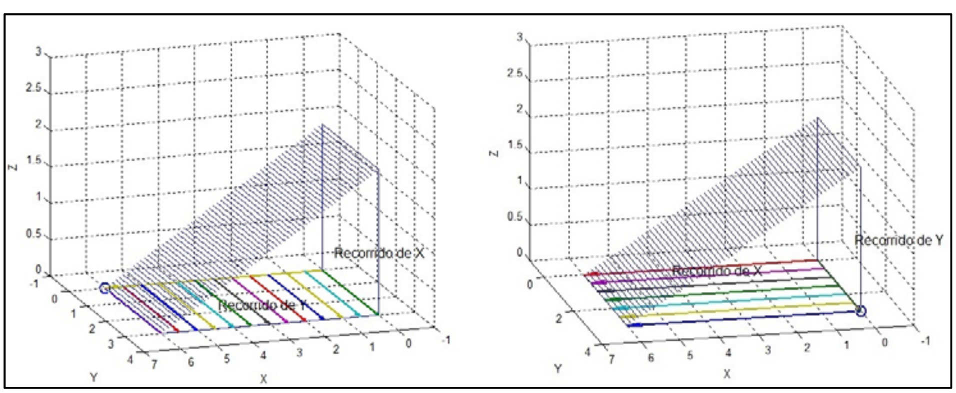
Volumen bajo la superficie

Josué tiene una alberca rectangular en el patio de su casa, la cual mide 6mts de largo, 3mts de ancho y 2mts de profundidad.

1.1. ¿Cuantos litros de agua necesita para llenar la alberca? Describe tu procedimiento.

Figura 1: Problema integrador de la Práctica 1.

Una vez relacionado el cálculo de volumen utilizando integrales dobles, se procede con la llamada "Práctica 2", en la que el alumno relaciona el volumen entre superficies con integrales triples definidas, y además, interpreta y calcula el área mediante Sumas de Riemann.



ISSN: 2594-1046

Figura 2: Graficas en Matlab de los recorridos de acuerdo al orden de integración.

Al realizar esta actividad, el alumno retoma en el primer ejercicio lo visto en la práctica 1 (determinar la integral doble que corresponde al volumen de diferentes primas). Se continúa con el planteamiento del problema de volumen de la práctica 1, pero ahora se muestra la solución por medio de integrales triples.

A continuación, y con el uso del *software* Matlab, se induce a que el alumno se familiarice con las integrales triples y la forma de determinar los límites de integración, así como identificar los límites de integración, e identificar los límites de las integrales para calcular el volumen entre dos o más superficies.

Y por último, se recuerda la definición de integral por Suma de Riemann, para esto se realiza la suma de particiones, donde se comparan las sumas con diferentes particiones y se lleva al estudiante al análisis y reflexión de acuerdo a sus conocimientos previos sobre integrales por Sumas de Riemann (ver Figura 3).

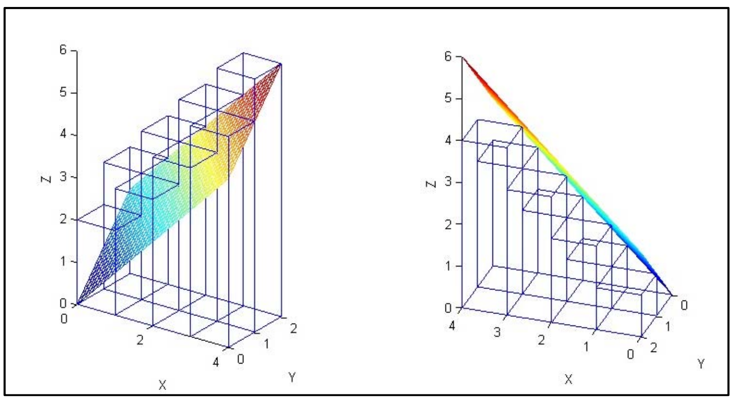


Figura 3: Particiones para obtener la Suma superior y suma inferior de $f(x, y) = x + y$.

Por último, se realizó la actividad en equipo. Se formaron tres equipos (dos equipos de tres estudiantes y uno de dos estudiantes), a cada uno de los equipos se les entregó un problema, el cual era necesario resolverlo mediante integración.

Problema 1. Determinar el volumen de un cráter, además utilizando algún *software* graficar el cráter.

Problema 2. Resolver una integral doble, pero por sumas de Riemann.

ISSN: 2594-1046

Problema 3. Encontrar el centro de masa de un triángulo en el plano, realizar con cartón o algún material grueso el triángulo y comparar por medio de un procedimiento empírico (utilizando hilo).

Todos los problemas se les proporcionaron en hojas impresas y en idioma extranjero (inglés).

3.2. Cuestionario de opinión

Con el objetivo de conocer la calidad del material desde el punto de vista de los estudiantes, se les entregó un cuestionario de opinión con 10 preguntas en total; 6 para valorar del 1 al 10 la medida en que las afirmaciones del cuestionario definen su caso en particular, acompañada de una breve justificación de su evaluación, y 4 preguntas abiertas para externar su opinión.

Además, durante la aplicación del material, se llevó a cabo un registro de observaciones por parte de los investigadores, esto en cada una de las sesiones, en el cual se tomaron notas del proceso del tratamiento, como son: la asistencia y puntualidad de los participantes; el tiempo empleado en la realización de las actividades; notas de corrección respecto a la redacción de las practicas, así como una recopilación de opiniones y observaciones específicas para cada una de las practica, escritas por parte de los alumnos al final de cada sesión.

4. RESULTADOS

A continuación se presentan los resultados cuantitativos (pretest y postest), como cualitativos (encuesta de opinión y bitácora del investigador).

4.1. Pretest

Para verificar las condiciones iniciales del grupo se realizó un análisis del pretest. La hipótesis nula supone medias poblacionales iguales ($\mu_1 = \mu_2$) y la hipótesis alternativa plantea medias poblacionales diferentes ($\mu_1 \neq \mu_2$).

La hipótesis alternativa fue seleccionada como bilateral con el fin de reconocer si existe alguna diferencia entre los dos grupos formados.

El estadístico de prueba en este caso es $t_c = \frac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2 - (\mu_1 - \mu_2)}{S\sqrt{\frac{1}{n_1}+\frac{1}{n_2}}} = 0.972062$

ISSN: 2594-1046

Para los datos del pretest y con un nivel de significancia $\alpha = 0.05$ la región de rechazo se encuentra a partir de $t_{\alpha/2,\nu} = 2.131$.

Como $t_{\alpha/2,\nu} > t_c$ se concluye que no es posible rechazar la hipótesis nula, en consecuencia los datos no muestran evidencia para suponer que los promedios globales en los resultados del pretest sean diferentes.

La Figura 4 muestra una gráfica de caja y bigote que muestra la forma en que se comportaron los grupos en el pretest.

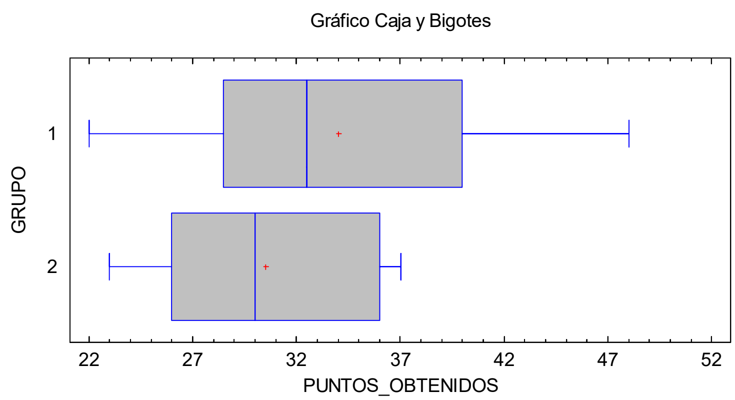


Figura 4: Resultados del pretest en gráfica de caja y bigote.

4.2.Postest

El postest tiene como propósito evaluar los conceptos que los estudiantes han estado trabajando en la unidad de integración múltiple.

Para analizar cuantitativamente los resultados se propuso como hipótesis nula la igualdad de medias poblacionales ($\mu_1 = \mu_2$), mientras que la hipótesis alternativa se consideró como $\mu_1 > \mu_2$, de una sola cola con el fin de reconocer si las actividades realizadas por los estudiantes influyen en la evaluación postest.

El estadístico de prueba utilizado es $t_c = \frac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2 - (\mu_1 - \mu_2)}{s\sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}} = 3.37373$

Al contrastar el estadístico calculado $t_c = 1.761$ con el estadístico de prueba para los datos del postest $t_{\alpha/2,\nu} = 2.145$, como $t_{\alpha/2,\nu} < t_c$, se concluye que no es posible aceptar la hipótesis nula. En

ISSN: 2594-1046

consecuencia, los datos muestran evidencia para suponer que el promedio global de los estudiantes que realizaron la actividad son mayores al promedio de los estudiantes que no la hicieron.

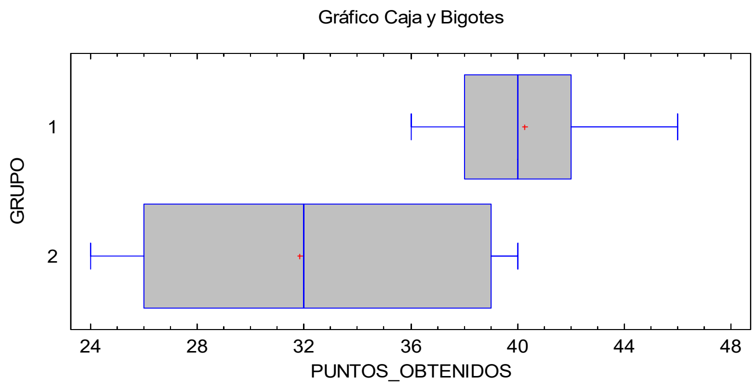


Figura 5: Resultados del postest en gráfica de caja y bigote.

En la Figura 5 se muestra una gráfica de caja y bigote que muestra la forma en que se comportaron los grupos en el postest.

4.3. Análisis Factorial del Postest

Se realizó un análisis factorial exploratorio al postest con el fin de determinar si existen factores asociados con algún conjunto de variables y que no son visibles a simple vista en los resultados obtenidos.

Se usaron varios métodos para determinar cuántos factores extraer. La extracción inicial obtuvo 4 factores con autovalor mayor que 1, que explicaron el 87.963% de la varianza total. También se siguió la sugerencia de Peña (2002) de que el número máximo de factores a extraer ha de ser menor a la mitad del número inicial de variables menos 1.

El primer factor explica un 35.363% de la varianza, mientras que los siguientes explican entre el 24 y el 12 por ciento, cada uno, lo que indica la importancia relativa del primer factor. Este porcentaje proporciona una evidencia de validez del constructo.

Con el objetivo de obtener una estructura más simple se realizó una rotación Varimax, que maximiza la varianza de los coeficientes que definen los efectos de cada factor sobre las variables observadas (Peña, 2002). Tras la rotación, la estructura se clarifica, ya que las variables con correlaciones negativas prácticamente desaparecen.

ISSN: 2594-1046

Factor Primero: agrupa con altas puntuaciones los ítems (preguntas 1c, 2b, 3c, 4b y 4c) que piden interpretar la geometría expresada por integrales dobles y tripes cuando las regiones de integración son triangulares en el plano o en el espacio (segmentos de planos).

Factor Segundo: este factor agrupa los problemas (preguntas 2d y 3a) que demandan la interpretación y construcción de integrales con regiones espaciales más complejas.

Factor Tercero: agrupa variables (preguntas 1d y 3b) que demandan el análisis de regiones relativamente sencillas en el plano y en el espacio.

Factor Cuarto: agrupa variables (pregunta 4c) que demandan el cambio del orden de integración.

4.4. Análisis Cualitativo

En cuanto al aprendizaje de las integrales múltiples para el cálculo de volumen, los alumnos comentan que fueron dinámicas y que al usar Matlab, éste les ayudó mucho a visualizar los problemas (gráficamente) que se les planteaban, que era calcular el volumen de una diversidad de albercas, lo cual se refleja en el cuestionario de opinión (en la parte de manejo de diversas representaciones semióticas).

Ellos concuerdan que les sería muy útil si se implementaran más actividades de este tipo en los diferentes cursos que llevan.

5. CONCLUSIONES

Con los resultados arrojados por el postest, se puede afirmar que el uso de diferentes representaciones semióticas influye de manera positiva en el aprendizaje. El análisis cuantitativo muestra que los estudiantes que realizaron la propuesta didáctica obtuvieron un mejor desempeño en comparación al grupo de control.

Se observó cualitativamente que los alumnos del grupo experimental, presentaron mejoras en la descripción de regiones planas y de regiones sólidas para la construcción de integrales dobles y triples.

El análisis factorial en el postest, agrupa preguntas con varianza similar. Esta variabilidad caracteriza condiciones que muchas veces no son observables a primera vista. En este caso, permitió caracterizar reactivos con condiciones similares en la geométrica involucrada en los ejercicios.

ISSN: 2594-1046

Además, es posible utilizar software de distribución gratuita como Octave o GeoGebra 5.0.250.0-3D, aunque en éste último se tomaría más tiempo la realización de las actividades porque sería necesario que los estudiantes vayan creando gráficas.

Para futuras investigaciones, se podría aplicar esta propuesta a una muestra mayor de estudiantes, en otro contexto, y no necesariamente de una Licenciatura en Matemáticas, pues también se sabe que este problema se tiene por ejemplo en asignaturas de ingenierías que son compatibles con el programa de Teoría de Cálculo II.

6. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Cuevas C.A. (2007). Seminario Enseñanza del Cálculo. *Memorias del primer Encuentro Nacional sobre la Enseñanza del Cálculo* (pp. 1). México.

Cuevas C. A., y Pluvinage F. (2009). Cálculo y Tecnología. *El Cálculo y su Enseñanza*. México: Cinvestav.

Benítez D., y Londoño N. (2009). Situaciones problemáticas en contexto en el aprendizaje del Cálculo. *El Cálculo y su Enseñanza*. México: Cinvestav.

Hitt, F. (2003). Una reflexión sobre la construcción de conceptos matemáticos en ambientes con tecnología. *Boletín de la Asociación Matemática Venezolana, X*(2), 213-222.

Nesterova E., Añorve E.G., y Puga K.L. (2010). Aplicación de Winplot para el estudio del comportamiento de Funciones de una variable. *Enseñanza y Aprendizaje de las Matemáticas vía la computadora, IV*. México.

Peña, D. (2002). *Análisis de datos multivariables*. Madrid: McGraw-Hill.

Investigación e Innovación en Matemática Educativa
ISSN: 2594-1046

El Pensamiento Crítico de los Alumnos de Secundaria Hacia un Problema Mal Planteado: ¿Qué Tanto Influye la "Autoridad" del Supuesto Autor?

Domiciano Domínguez Campos
Benemérita Universidad Autónoma de Puebla, ddomnguezcampos@yahoo.com
Itzel Medina Escalona
Benemérita Universidad Autónoma de Puebla, itzelmedinaes@hotmail.com
Brenda Rosales Ángeles
Benemérita Universidad Autónoma de Puebla, ing_brenda_2012@yahoo.com.mx
Josip Slisko Ignjatov
Benemérita Universidad Autónoma de Puebla, josipslisko47@gmail.com

Resumen

En esta investigación se explora qué tanto influye en el pensamiento crítico de los alumnos sobre un problema mal planteado (cuadro mágico) la información adicional sobre el supuesto autor del problema (un reconocido matemático o un alumno de secundaria). La encuesta contiene cuatro preguntas: ¿Se entienden plenamente los datos que se proporcionan en el cuadro mágico? ¿Queda entendido claramente qué condiciones deben cumplir los datos que se requieren encontrar? ¿El ejercicio está correctamente planteado? ¿El ejercicio es apto para jóvenes de primer grado de secundaria? La escala de calificación consiste de cinco opciones: (1) muy de acuerdo; (2) de acuerdo; (3) no sé; (4) desacuerdo y (5) muy en desacuerdo. Los resultados de esta exploración demuestran que los estudiantes creen que un problema creado por un reconocido matemático está bien estructurado o planteado. Esa creencia limita su pensamiento crítico. Tal limitación no se presenta cuando se les sugiere que el problema fue diseñado por un alumno de secundaria.

Palabras clave: Cuadro mágico, errores matemáticos, pensamiento crítico, autoridad.

1. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

Existe una fuerte necesidad de un cambio de paradigma, acerca de los métodos de investigación de libros de texto, para avanzar en la investigación sobre los libros de texto de matemáticas se debe centrar más en correlacionar, cuestiones y problemas causales, puesto que los métodos utilizados en la investigación de libros de texto han sido una preocupación para los investigadores, ya que a menudo se basan en el análisis del documento, con unos pocos que se basan empíricamente y experimentalmente (Fan, 2013).

En Palop, García y Bravo (2013) se propone una clasificación para los errores encontrados en libros de texto de matemáticas de 6to. de distintas editoriales de Madrid, como sigue:

- Error de concepto

ISSN: 2594-1046

- Ambigüedad
- Problemas con enunciados absurdos
- Problemas en los que faltan datos o que contienen órdenes incompletas
- Enunciados de problemas con error en los datos o que contienen órdenes contradictorias
- Error en la respuesta a un problema

Al encontrarnos un error de dato en un problema en el libro de texto de matemáticas, sumado a una orden incompleta y por ende contradictoria en el mismo problema, nos llevó a cuestionarnos lo siguiente: ¿Qué porcentaje de alumnos podrán detectar el error en el problema?, ¿El mal planteamiento del problema será una limitante, para la resolución del mismo?, ¿Qué porcentaje de alumnos tratarían de contestar el cuadro mágico, aun percatándose del error? Al ser modificado un problema que originalmente tenía un error, ¿Cuál es el porcentaje que obtiene el resultado correcto?, ¿Cómo influye la autoridad en la creencia del alumno, de que el problema tiene solución, aunque no sea así?

La pregunta fundamental no es ¿cuánto de bien estudia el niño el libro que tiene?, sino ¿cuánto de bien le hace al niño el libro que estudia? (Palop, García y Bravo, 2013).

De entre todos los discursos, el matemático parece poder escapar a toda crítica. Pero no por su complejidad sino por la autoridad que hoy le presta la función religiosa que ha venido a cumplir (Lizcano, 1989); en atención a lo anterior, uno de los objetivos de nuestra investigación es verificar la influencia que tiene la autoridad sobre el pensamiento crítico del estudiante.

2. MARCO TEÓRICO

Robitaille y Travers (1992) argumentan que la dependencia de los libros de texto es más característica de la enseñanza de las matemáticas que de otro tema.

Según Palop, García y Bravo (2013), estaremos frente a un error matemático en un libro de texto, cuando encontremos en la exposición de contenidos un enunciado que esté en o conduzca a una contradicción con lo que afirma o niega la matemática.

Para hacer ciencia hay que dudar de lo que damos por supuesto sobre el mundo y sobre nosotros mismos. Pero para los alumnos aprender ciencia supone con frecuencia certezas de las que no saben ni pueden dudar y que sin embargo resultan incompatibles y hasta increíbles con su experiencia. Diversos

ISSN: 2594-1046

autores sugieren que se necesita que los alumnos se enfrenten a la experiencia de confrontar un texto con otros textos, un texto consigo mismo, un texto con ellos mismos (Pozo y Gómez, 2010).

Los resolutores se justifican algunas veces con sus creencias por autoridad, que se dan cuando justifican su actuación teniendo como referente una fuente que goza de absoluta credibilidad, bien por creencias por autoridad de la tarea, bien por creencias por autoridad del profesor o bien por creencias por autoridad del compañero competente (Noda, 2000).

3. MÉTODO

Esta investigación de tipo exploratorio se adscribe a un enfoque cualitativo, desde un paradigma interpretativo y descriptivo, que tiene su origen en una revisión de libros de texto del nivel de secundaria de la Comisión Nacional de Libros de Texto Gratuitos (CONALITEG), para conocer el comportamiento de los estudiantes al presentarles un cuadro mágico con un error y un planteamiento confuso.

La predicción que el equipo de investigación se planteó es que la mayoría de los alumnos no encontrarán el error, ni podrán resolverlo de forma satisfactoria, como lo espera el autor del libro.

3.1. Instrumentos

- Entrevista cualitativa semiestructurada para pilotear este problema con los estudiantes y el del cuadro mágico con un profesor.

Completa el cuadrado mágico de fracciones. Recuerda: al sumar cualquier grupo de tres cifras en la misma fila, columna o diagonal se debe obtener el mismo resultado.

$\frac{7}{5}$		$\frac{3}{5}$
3	1.2	5
		1

Una vez que hayas completado el cuadrado, ordena los números de menor a mayor.

¿Cuál es la diferencia entre el primer número y el segundo? ¿Y entre el segundo y el tercero? ¿Sucede lo mismo con la diferencia entre el tercero y el cuarto? ¿Sucede lo mismo con las diferencias de los números consecutivos de la sucesión?

Figura 1. Problema original

- El problema original “Cuadro mágico” que se encuentra en el libro “Comunidad matemática I” ediciones SM, de primer grado de secundaria, de la página web de CONALITEG.
- El problema del cuadro mágico rediseñado habiendo eliminado el error y completado el faltante.
- Test tipo Likert, para calificar la efectividad del problema original, bajo la creencia de un supuesto autor.

3.2.Población

Para la elección de los problemas de estudio se revisaron las editoriales de CONALITEG: Fernández Editores, Ediciones SM y Larousse, de los tres grados de secundaria.

- Se eligió un problema de Editores SM de la Colección Comunidad Matemática I, pág. 20 (Cuadro Mágico).
- Se aplicó una entrevista cualitativa semiestructurada a un profesor de secundaria del estado de Veracruz para pilotear el instrumento.
- Se aplicó el instrumento con el problema original a 15 estudiantes de secundaria de primer grado, del estado de Puebla, simultáneamente se aplicó el instrumento rediseñado (sin el error) a 15 alumnos de secundaria de primer grado dela misma escuela pero distinto grupo.
- Se aplicó el instrumento tipo Likert a 38 estudiantes de secundaria de primer grado, del estado de Tlaxcala.

3.3.Procedimiento

Los instrumentos se aplicaron en 3 fases:

- En la primera fase se hizo una entrevista cualitativa semiestructurada para pilotear este problema con un profesor de secundaria del estado de Veracruz.
- Se elabora entonces un instrumento rediseñando el original, eliminando el error, y complementando datos faltantes.
- En la segunda fase se aplicó el problema original (con el error) a 15 estudiantes, y simultáneamente se aplicó el problema rediseñado (sin el error) a otros 15 estudiantes.

- En una tercera fase se aplicó una encuesta (de autoridad) tipo Likert a 38 estudiantes en relación al planteamiento del problema. Se les dijo a 19 alumnos que el problema había sido diseñado por un Reconocido Matemático y a otros 19 alumnos que el autor del problema era un estudiante de secundaria como ellos, el que recibió un mayor valor en desacuerdo, fue el estudiante de secundaria.

4. RESULTADOS

En la primera fase: El profesor opina de acuerdo a su experiencia que debe cambiarse la instrucción, porque el enunciado del problema es muy extenso y el alumno no se toma la molestia de leer el texto completo, y el cuadro no cumple las condiciones de un cuadro mágico, pues no da el mismo resultado al sumar filas y columnas.

En la segunda fase: De los 15 estudiantes a los que se les aplicó el instrumento con el diseño original ninguno obtuvo la respuesta correcta, sólo 5 completaron los cuadros vacíos correctamente, pero no tocaron los cuadros donde había que completar la fracción y mucho menos detectaron en dónde estaba el error, aunque uno sí sugiere que hay un error porque da resultados diferentes.

De los 15 estudiantes a los que se les aplicó el problema rediseñado (sin el error) la mayoría contestaron correctamente, sólo infieren que se les complica un poco el uso de fracciones, pero lo hicieron con éxito a excepción de uno. Con lo que concluimos que rediseñando el ejercicio, se reducen significativamente los errores cometidos por el alumno, y su sentimiento de derrota por no resolverlo bien.

En la tercera fase donde se aplicó una encuesta (de autoridad) tipo Likert a 38 estudiantes en relación al planteamiento del problema, se les dijo a 19 alumnos que el problema había sido diseñado por un Reconocido Matemático y a otros 19 alumnos que el autor del problema era un estudiante de secundaria como ellos. El resultado obtenido gráficamente es que la mayoría de los estudiantes creen que un problema creado por un reconocido matemático está bien estructurado o planteado. Esa creencia limita su pensamiento crítico. Tal limitación no se presenta cuando se les sugiere que el problema fue diseñado por un alumno de secundaria.

ISSN: 2594-1046

En el primer ítem: se entiende plenamente, los datos que se proporcionan en el cuadro mágico, el 26.31 % está en desacuerdo con el Reconocido matemático, este porcentaje aumenta a 47.36% cuando el autor se trata del estudiante de secundaria.

En el segundo ítem: queda entendido claramente qué condiciones deben cumplir los datos que se requieren encontrar, el 10.52% está en desacuerdo con el Reconocido matemático; este porcentaje aumenta a 36.84% cuando el autor se trata del estudiante de secundaria.

En el tercer ítem: el ejercicio está correctamente planteado, el 10.52% está en desacuerdo con el "reconocido matemático", este porcentaje aumenta a 26.31% cuando el supuesto autor es un "estudiante de secundaria".

En el cuarto ítem: el ejercicio es apto para jóvenes de primer grado de secundaria, el 0% está en desacuerdo con el "reconocido matemático". Este porcentaje aumenta a 36.84% cuando el supuesto autor es un "estudiante de secundaria", pero en ambos casos el 5% está muy en desacuerdo.

5. CONCLUSIONES

En los libros de texto de matemáticas podemos encontrar un número significativo de errores ya sea de concepto, de redacción, de coherencia, de situación, de ambigüedad, de contradicción, de faltante de datos, de respuesta equivocada, entre otros. Y prueba de ello son las múltiples investigaciones que se han hecho al respecto, pero aún falta ampliar la investigación en cuanto a cómo afecta esto a los jóvenes estudiantes y cómo puede el profesor detectar estos errores y utilizarlos a beneficio del aprendiz. Es importante advertir tanto a profesores como a estudiantes, que el libro puede tener errores, que no está exento de ellos, y que al igual que el profesor puede errar, y el estudiante puede aprovechar estos errores para beneficiar su pensamiento crítico, con guía del profesor, porque como ha demostrado de cierta forma esta investigación, este pensamiento se ve limitado por la creencia de autoridad, la cual obliga al estudiante a no cuestionar el discurso matemático, proveniente del autor, del profesor o de un compañero destacado.

6. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Fan, L. (2013). Textbook research as scientific research: towards a common ground on issues and methods of research on mathematics textbooks. *ZDM, 45*(5), 765-777.

ISSN: 2594-1046

Lizcano, E. (1989). ¿Es posible una crítica del discurso matemático?/1.Archipiélago: *Cuadernos de Crítica de la Cultura*, (2), 116-132.

Noda, M. A. (2000*). Aspectos epistemológicos y cognitivos de la resolución de problemas de matemáticas, bien y mal definidos. Un estudio con alumnos del primer ciclo de la ESO y maestros en formación*. (Tesis de doctorado no publicada). Universidad de la Laguna, España.

Palop, P. F., García, P. A. C., y Bravo, J. A. F. (2013). ¿Yerra el niño o yerra el libro de Matemáticas? *Números, 83*, 131-148.

Pozo, J. I., y Gómez, M. Á. (2010). Por qué los alumnos no comprenden la ciencia que aprenden: qué podemos hacer nosotros para evitarlo. *Alambique: Didáctica de las Ciencias Experimentales, 66,* 73-79.

Robitaille, D. F., & Travers, K. J. (1992). International studies of achievement in mathematics. In D. A. Grouws (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 687–709). New York: Macmillan.

Investigación e Innovación en Matemática Educativa

ISSN: 2594-1046

Construcciones y Mecanismos Mentales para el Uso de la Implicación en Teoremas del Álgebra Lineal

Isabel García-Martínez
Universidad Católica del Norte, igarcia@ucn.cl

Marcela Parraguez González
Pontificia Universidad Católica de Valparaíso, marcela.parraguez@pucv.cl

Resumen

Esta investigación presenta un estudio de la implicación con cuantificadores en el nivel universitario, a partir de los niveles Intra, Inter y Trans del esquema de la implicación asociada al cuantificador universal, desde la teoría APOE, los cuales están caracterizados por relaciones, transformaciones y conservaciones, respectivamente. Se realizó un estudio de casos con seis estudiantes de magíster en matemáticas, para mostrar qué construcciones y mecanismos mentales evocan cuando se enfrentan a actividades matemáticas del álgebra lineal, que pueden ser resueltas aplicando teoremas. Se evidenció que el uso de teoremas del álgebra lineal se transforma en un medio para construir la implicación asociada al cuantificador universal.

Palabras clave: Teoría APOE, esquema, implicación, teoremas.

1. INTRODUCCIÓN Y PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

En esta investigación se presenta un estudio de la implicación en el nivel universitario. Varios autores (Reid, 1992; Epp, 2003; Durand-Guerrier, 2003; Alvarado y González, 2009, 2013) han reportado que los estudiantes universitarios presentan dificultades con la comprensión de la implicación, las cuales están asociadas con diversas problemáticas. La implicación con cuantificadores es de gran relevancia ya que está presente en los teoremas que sustentan las diversas teorías en matemática. Al observar las producciones de algunos estudiantes universitarios, se evidenció que estos presentan dificultad para comprender y efectuar demostraciones de teoremas matemáticos. En la Figura 1 se muestra una evidencia de esta problemática, donde un estudiante confunde una implicación con su recíproca.

Durand-Guerrier (2003) sostiene que las dificultades que presentan los estudiantes en la comprensión de la implicación están relacionadas con la complejidad de esta noción debido a sus diferentes aspectos. Quine (1950) considera que hay, por lo menos, cuatro tipos de sentencias condicionales, esta clasificación es retomada por Durand-Guerrier (2003) y es la siguiente:

- El entendimiento común (donde, en general, el antecedente falso no se considera).

ISSN: 2594-1046

- El conectivo proposicional (definido mediante la tabla de verdad).
- El condicional lógicamente válido (reglas de inferencia).
- El condicional generalizado (implicación con cuantificador universal).

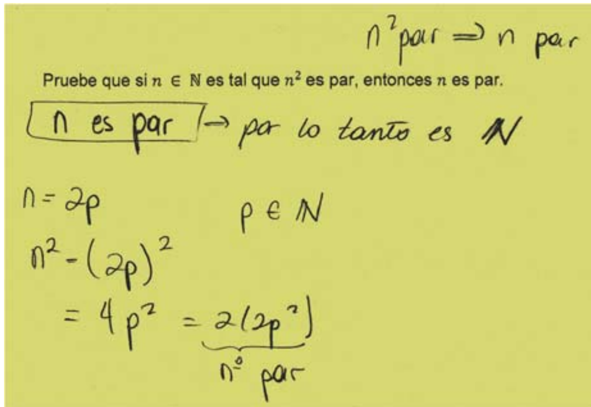


Figura 1: Demostración realizada por un estudiante universitario.

De acuerdo a Durand-Guerrier (2003), para que haya un verdadero entendimiento de la implicación deben considerarse los diferentes tipos de sentencias condicionales.

En la presente investigación se reporta la última de estas cuatro categorías, el condicional generalizado, ya que es la estructura lógica que rige a diversos teoremas matemáticos. En particular se considera en el ámbito del álgebra lineal, por ser éste un tópico abstracto en el cual los estudiantes presentan dificultades.

2. MARCO TEÓRICO

El marco teórico que sustenta esta investigación es la teoría APOE, cuyas siglas significan Acción, Proceso, Objeto y Esquema. Ésta es una teoría cognitiva, creada y desarrollada por Ed Dubinsky y sus colaboradores, la cual se basa en el concepto de abstracción reflexiva de Piaget (Arnon, Cottril, Dubinsky, Oktaç, Roa, Trigueros y Weller, 2014).

2.1. Construcciones y mecanismos mentales

Un estudiante muestra una concepción acción de un conocimiento matemático o de una fracción del mismo cuando necesita de un estímulo externo para resolver un problema que involucre dicho concepto y debe realizar todos los pasos intermedios. Cuando ya no necesita más del estímulo externo y puede realizar algunos pasos mentalmente o puede saltarlos, se dice que dicho estudiante ha interiorizado la acción en un proceso. Dos o más procesos pueden ser coordinados para obtener otro proceso. Cuando el estudiante percibe el concepto como un todo y puede actuar sobre él se dice que ha encapsulado el proceso en un objeto. La operación contraria a la encapsulación es la desencapsulación, que consiste en volver al proceso que generó un objeto, para poder coordinarlo con otros procesos y encapsularlos en otro objeto. El conjunto de acciones, procesos y objetos relacionados con un concepto matemático determinado es denominado esquema, el cual es una estructura coherente e inacabada ya que un esquema puede asimilar un nuevo objeto y reacomodarlo en el esquema. La coherencia es una herramienta mental que evoca un individuo cuando se enfrenta a un problema matemático determinado. A su vez, un esquema puede ser visto como un objeto, en dicho caso se dice que el esquema se ha tematizado.

La forma como se pasa de una construcción mental a otra se denomina mecanismo mental; algunos de ellos son interiorización, coordinación, encapsulación, desencapsulación. En la Figura 2 se muestra la forma cómo están relacionadas las construcciones y los mecanismos mentales.

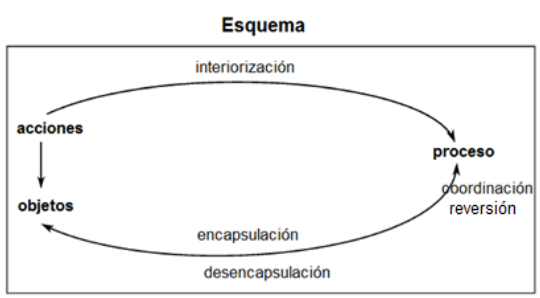


Figura 2: Construcciones y mecanismos mentales (Arnon *et al*., 2014).

2.2.Niveles del esquema

Los esquemas tienen niveles de desarrollo en la mente de un individuo. Cada nivel del esquema de un concepto está caracterizado por la tríada Intra, Inter y Trans. El nivel Intra está caracterizado por la presencia o falta de relaciones (lógicas) en las evocaciones de los informantes al enfrentarse a una actividad matemática; el nivel Inter se caracteriza por las transformaciones que pueda evocar el informante y el nivel Trans, por los invariantes que el estudiante pueda establecer (Parraguez, 2015).

Se indagará el nivel de esquema que evoca un estudiante al enfrentar un problema de álgebra lineal. La pregunta que guiará esta investigación es ¿cuáles son las construcciones y mecanismos mentales que un estudiante universitario evoca cuando se enfrenta a actividades matemáticas del álgebra lineal, que pueden ser resueltas aplicando teoremas?

3. MÉTODO

Se realizó un estudio de casos (Stake, 2010), aplicando un cuestionario de nueve preguntas a seis estudiantes de magíster en matemática de una universidad de Chile (etiquetados como E1,…, E6), con la intención de mostrar el nivel de esquema que evocan, al enfrentarse a actividades matemáticas del álgebra lineal que pueden ser resueltas mediante la aplicación de teoremas.

Con base en la experiencia de aula en cursos de álgebra, álgebra lineal y matemática discreta, con estudiantes de primer y segundo año de dos universidades chilenas, se levantan indicadores para mostrar las componentes del esquema de la implicación asociada al cuantificador universal. Estos elementos indicadores son: hipótesis, tesis, conectivos lógicos, cuantificadores y conjunto universal. Un estudiante que usa bien un teorema está mostrando las componentes y sus relaciones.

4. RESULTADOS

Se muestran las preguntas 1 y 3, de las cuales se analizan las respuestas dadas por los estudiantes E2, E5 y E6.

Pregunta 1: ¿Puede encontrar un subespacio propio de $\mathbb{R}^2$ que contenga a los vectores $\mathrm{A}(2,5)$ y $\mathrm{B}(5,5)$ indicados en la Figura 3?

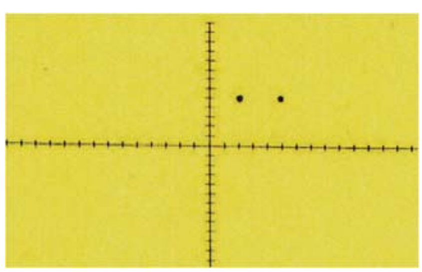


Figura 3: Corresponde a la figura de la pregunta 1 del cuestionario.

Pregunta 3: A partir de la Figura 4, ¿es posible afirmar que el vector w es combinación lineal de u y v?

ISSN: 2594-1046

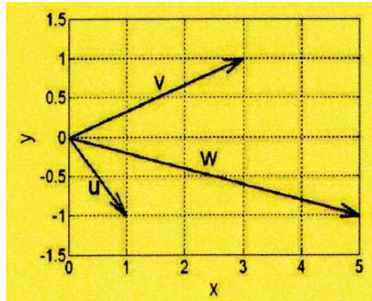


Figura 4: Corresponde a figura de la pregunta 3 del cuestionario.

Estudiante E2

El estudiante no logra responder la pregunta 1, se interpreta que considera que la recta que pasa por los puntos dados no es un subespacio vectorial y los subespacios propios de $\mathbb{R}^2$ (diferentes del espacio nulo) son rectas que pasan por el origen, pero no indica ninguna razón (Figura 5).

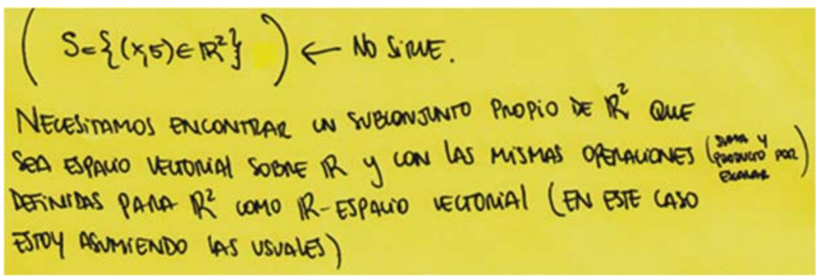
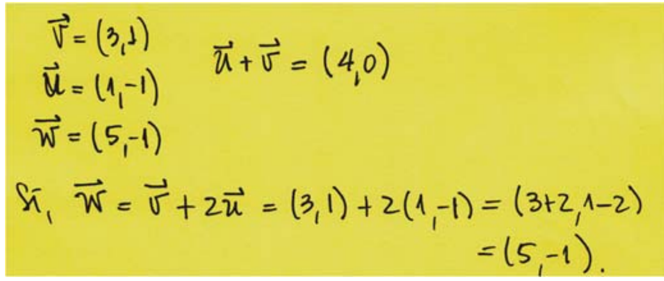


Figura 5: Respuesta de E2 a la pregunta 1.

En la pregunta 3, escribe los vectores como pares ordenados y encuentra una combinación lineal de v y u que es igual a w (Figura 6). No aplica el teorema esperado, que es el siguiente (para $n = 2$) “Un conjunto de n vectores linealmente independientes en $\mathbb{R}^n$ genera a $\mathbb{R}^n$”. Sin embargo, aplica correctamente la definición de combinación lineal de vectores (la cual tiene una implicación): “Dados los vectores u, v y w de un espacio vectorial, se dice que w es combinación lineal de u y v, si existen escalares α y β tales que $w = \alpha u + \beta v$.”

El estudiante E2 muestra bien instalada la implicación en las definiciones previas a los teoremas, pero ésta no es suficiente para establecer las relaciones esperadas y aplicarlos. Sin embargo, tiene un proceso mental construido que le permite encontrar los escalares para determinar la combinación lineal entre los vectores v y u de manera que sea igual a w.

ISSN: 2594-1046



$\vec{v}=(3,1)$ $\quad$ $\vec{u}+\vec{v}=(4,0)$

$\vec{u}=(1,-1)$

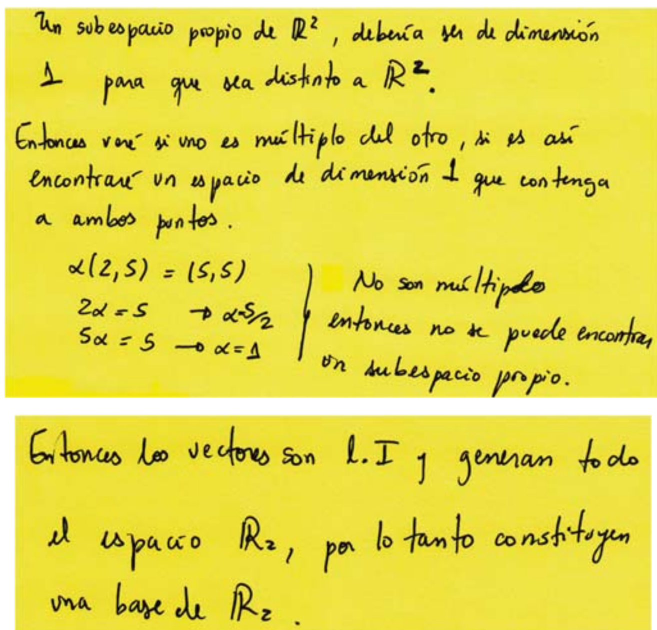
$\vec{w}=(5,-1)$

Si, $\vec{w}=\vec{v}+2\vec{u}=(3,1)+2(1,-1)=(3+2,1-2)$
$=(5,-1)$.

Figura 6: Respuesta de E2 a la pregunta 3.

Estudiante E5

Para responder la pregunta 1, el estudiante aplica correctamente teoremas, mostrando los indicadores hipótesis, tesis y negación (Figura 7).



Un subespacio propio de $\mathbb{R}^2$, debería ser de dimensión 1 para que sea distinto a $\mathbb{R}^2$.

Entonces veré si uno es múltiplo del otro, si es así encontraré un espacio de dimensión 1 que contenga a ambos puntos.

$\alpha(2,5)=(5,5)$

$2\alpha=5 \rightarrow \alpha=5/2$

$5\alpha=5 \rightarrow \alpha=1$

No son múltiplos entonces no se puede encontrar un subespacio propio.

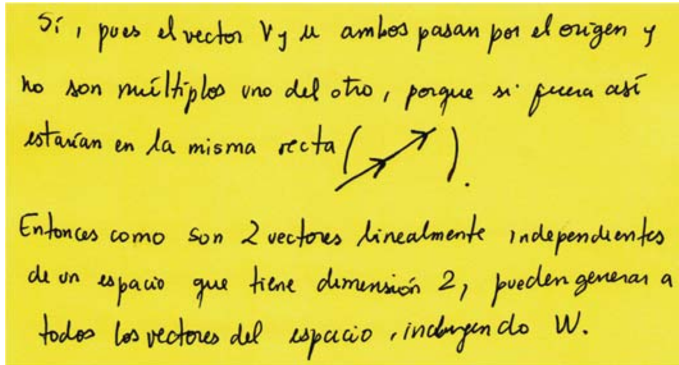
Entonces los vectores son l.I y generan todo el espacio $\mathbb{R}_2$, por lo tanto constituyen una base de $\mathbb{R}_2$.

Figura 7: Respuesta de E5 a la pregunta 1.

Se observa que en la última parte escribe $\mathbb{R}_2$ en lugar de $\mathbb{R}^2$.

Aplica teoremas de manera correcta para responder la pregunta 3 (Figura 8).

ISSN: 2594-1046



Sí, pues el vector v y u ambos pasan por el origen y no son múltiplos uno del otro, porque si fuera así estarían en la misma recta ( ).

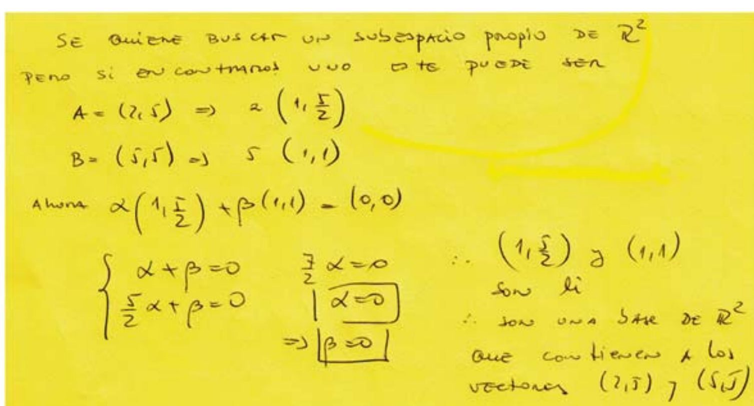
Entonces como son 2 vectores linealmente independientes de un espacio que tiene dimensión 2, pueden generar a todos los vectores del espacio, incluyendo W.

Figura 8: Respuesta de E5 a la pregunta 3.

Los teoremas que aplica E5 tienen muchas definiciones previas (vectores linealmente independientes, vectores linealmente dependientes, combinación lineal de vectores, subespacio vectorial propio), en las cuales también está presente la implicación. Dicho estudiante muestra relaciones entre las definiciones y los teoremas, va encadenando todo y hace que el teorema sea invariante a las situaciones que se le presentan; a partir de lo cual se puede concluir que este estudiante evoca el nivel Trans del esquema de la implicación asociada al cuantificador universal.

Estudiante E6

Se interpreta que en la pregunta 1, el estudiante afirma que si existe algún subespacio propio debe ser generado por uno de los vectores dados, pero después dice que ellos son una base para $\mathbb{R}^2$. Aquí parece aplicar un teorema (un conjunto de n vectores linealmente independientes en $\mathbb{R}^n$ genera a $\mathbb{R}^n$), pero no concluye nada (Figura 9).



SE QUIERE BUSCAR UN SUBESPACIO PROPIO DE $\mathbb{R}^2$

PERO SI ENCONTRAMOS UNO ESTE PUEDE SER

$A = (2,5) \Rightarrow 2\left(1, \frac{5}{2}\right)$

$B = (5,5) \Rightarrow 5\,(1,1)$

Ahora $\alpha\left(1,\frac{5}{2}\right) + \beta(1,1) = (0,0)$

$$\begin{cases} \alpha + \beta = 0 \\ \frac{5}{2}\alpha + \beta = 0 \end{cases} \qquad \frac{3}{2}\alpha = 0 \quad \boxed{\alpha = 0} \Rightarrow \boxed{\beta = 0}$$

$\therefore \left(1,\frac{5}{2}\right)$ y $(1,1)$ son li

$\therefore$ son una base de $\mathbb{R}^2$ que contienen a los vectores $(2,5)$ y $(5,5)$

Figura 9: Respuesta de E6 a la pregunta 1.

Este estudiante visualiza la pregunta 3 geométricamente, luego dice que lo verificará algebraicamente (Figura 10), haciendo algo similar a lo realizado por el estudiante E2.

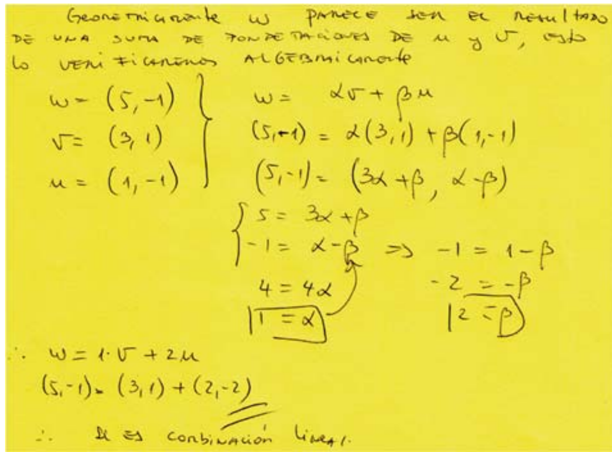


Figura 10: Respuesta de E6 a la pregunta 3.

El estudiante E6 evidencia relaciones entre algunas de las componentes del esquema de la implicación asociada al cuantificador universal, las que se pueden interpretar como transformaciones.

5. CONCLUSIONES

El estudiante E2 tiene componentes del esquema de la implicación asociada al cuantificador universal, pero casi ninguna de las relaciones entre ellas, por lo que evidencia estar en un nivel Intra del mismo esquema. En cambio, el estudiante E6 hace transformaciones entre las componentes del esquema de la implicación asociada al cuantificador universal, aplicando un teorema, pero sin llegar a ninguna conclusión, por lo que muestra un nivel Inter del mismo esquema y el estudiante E5 muestra un nivel Trans al mostrar conservaciones entre las componentes del esquema de la implicación asociada al cuantificador universal.

Se evidencia que el uso de teoremas del álgebra lineal se transforma en un medio para construir el condicional generalizado de la lógica.

Si bien no es el objetivo de esta investigación, no podemos dejar de mencionar el mal uso que se le da al símbolo de implicación, como se puede ver en la Figura 9, donde este símbolo es usado para decir que de una cosa se continúa con otra.

ISSN: 2594-1046

Agradecimientos

Este trabajo ha sido parcialmente financiado por el Proyecto FONDECYT Nº 1140801. Una de las autoras es Beneficiaria Beca Postgrado PUCV 2016. Las autoras manifiestan sus agradecimientos por la buena disposición de todos los participantes en la investigación.

6. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Alvarado, A., y González, M. (2009). La implicación lógica en el proceso de demostración matemática: estudio de un caso. *Enseñanza de las Ciencias*, *28*(1), 73-84.

Alvarado, A., y González, M. (2013). Generación interactiva del conocimiento para iniciarse en el manejo de implicaciones lógicas. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, *16*(1), 37-63.

Arnon, I., Cottril, J., Dubinsky, E., Oktaç, A., Roa, S., Trigueros, M., & Weller, K. (2014). *APOS Theory*. *A framework for research and curriculum development in mathematics education.* New York: Springer.

Durand-Guerrier, V. (2003). Which notion of implication is the right one? From logical considerations to a didactic perspective. *Educational Studies in mathematics*, *53*(1), 5-34.

Epp, S. (2003). The role of logic in teaching proof. *American Mathematical Monthly, 110*, 886-899.

Parraguez, M. (2015). Construcciones y mecanismos mentales para el uso de los conceptos básicos del álgebra lineal. En C. Vásquez, H. Rivas, N. Pincheira, F. Rojas, H. Solar, E. Chandía y M. Parraguez (Eds.), *Jornadas Nacionales de Educación Matemática XIX*, 48-56. Villarrica: SOCHIEM.

Quine, W.V.O. (1950). *Methods of Logic.* New York: Holt, Rinehart and Winston.

Reid, D. (1992). *Mathematical induction. An epistemological study with consequences for teaching.* (Thesis for the degree of Master of Teaching Mathematics). Montreal: Concordia University.

Stake, R. (2010). *Investigación con estudio de casos*. Madrid: Morata.

Investigación e Innovación en Matemática Educativa

ISSN: 2594-1046

La Enseñanza del Número a Niños Preescolares en el Enfoque por Competencias

Johanna Darleth Olivares Muñoz
Benemérita Escuela Normal Estatal Profesor Jesús Prado Luna; darli511@hotmail.com

Guadalupe Gastélum Gutiérrez
Benemérita Escuela Normal Estatal Profesor Jesús Prado Luna; profelupitagastelum@hotmail.com

Resumen

La enseñanza de las matemáticas en los primeros años de vida representa un reto para los docentes que la imparten, en el preescolar se construyen las bases necesarias para formar individuos con razonamiento lógico matemático. En este artículo se exponen los resultados de una investigación realizada en un grupo de niños preescolares de tercer grado, que pretende resolver situaciones problemáticas referidas a la enseñanza del número. Es un estudio realizado bajo la metodología de la investigación acción, que realiza una estudiante en su último año de formación inicial de la licenciatura en educación preescolar. En él, descubre la importancia de conocer los saberes y características de los alumnos, sus formas de aprender, sus intereses y motivaciones. Así como las condiciones para generar una enseñanza contextualizada y basada en problemas, donde el alumno se cuestione y utilice sus propias técnicas de resolución, con estrategias como el intercambio entre pares, el juego de roles y el uso del proyecto como metodología, generando así aprendizajes significativos.

Palabras clave: Enseñanza, aprendizaje significativo, número, competencias, proyectos.

1. INTRODUCCIÓN

Ante los retos educativos actuales, la Licenciatura en Educación Preescolar, en su Plan de Estudios 2012, establece los rasgos deseables del nuevo docente. En él se determina lo que el egresado será capaz de realizar al término de su formación, en seis competencias genéricas que expresan los desempeños comunes que deben poseer y nueve competencias profesionales que expresan los desempeños que deben demostrar los futuros docentes de educación básica. Éstas tienen un carácter específico que constituyen los conocimientos, habilidades, actitudes y valores necesarios para hacer frente y ejercer la profesión docente.

Durante mi último año de estudios surgió este proyecto de investigación que permitió fortalecer mi formación profesional docente bajo la premisa que ser un docente investigador, es una necesidad vinculada al buen desempeño y práctica profesional, que inicia un esfuerzo de innovación y mejoramiento constante de la práctica que debe ser sometida permanentemente al análisis, evaluación y reflexión (Evans, 2010). Para llevar a cabo este proceso de investigación se realizó un autodiagnóstico, que arrojó como problema recurrente durante mi formación inicial el diseño de situaciones de aprendizaje

ISSN: 2594-1046

poco significativas. Se encontraron tres causas principales del problema: diagnóstico de los aprendizajes que no consideran intereses, motivaciones y estilos de aprendizaje, ausencia de modalidades de trabajo para organizar las situaciones didácticas y una intervención didáctica alejada del enfoque por competencias en el que se sustenta el Plan y Programa de Estudios 2011, del nivel preescolar.

Lo anterior causaba que, durante el desarrollo de las actividades, los alumnos se distrajeran y constantemente se les llamara la atención, se sintieran poco motivados durante las actividades y del poco avance en los aprendizajes esperados. Un ejemplo de esto, se dio durante mi última jornada de prácticas profesionales, en la que identifiqué dificultades para trabajar con el campo de pensamiento matemático y su aspecto número.

Como parte de las actividades diseñadas para favorecer la competencia "Utiliza los números en situaciones variadas que implican poner en práctica los principios del conteo" (SEP, 2011, p. 57) y con el aprendizaje esperado "Usa y nombra los números que sabe, en orden ascendente, empezando por el uno y a partir de números diferentes al uno, ampliando el rango de conteo" (SEP, 2011, p. 57), se planteó realizar un álbum de números con rango del 1-30. En él, los niños debían delinear el contorno de los números y colocar la cantidad correspondiente pegando frijoles. La actividad se dosificó en varios días y fue posible apreciar cómo los niños perdían el interés. En un principio se mostraron emocionados, por la manipulación de los materiales, sin embargo, conforme avanzaba la actividad comenzaban a expresar su aburrimiento debido a que les resultó repetitivo y sin sentido. Los niños expresaron que no querían hacer otra vez lo mismo, les insistía para que continuaran trabajando, pero constantemente se levantaban y centraban su atención en jugar con los materiales y los niños de su mesa. Por lo que decidí concluir la actividad y dejar el álbum con un rango del 1-10 (OMJD71015-115).

Como se observa, en ningún momento los niños fueron expuestos a situaciones retadoras, que les implicara movilizar saberes mientras construían otros, el conocimiento se trabajó de manera aislada y los alumnos no le encontraron sentido a lo que hacían. Fuenlabrada (2009) menciona que: "es mucho más difícil ocuparse de que los niños desarrollen su capacidad para resolver los problemas con los primeros números que atender a la memorización de la serie numérica" (p. 39). Sin embargo, al no estar familiarizada con este enfoque de trabajo, se cae en viejas prácticas educativas al trabajar mediante un enfoque de repetición y memorización.

Diversos autores señalan que durante la enseñanza del número debe tomarse en cuenta que el concepto es abstracto, debe irse construyendo a partir de experiencias de la vida cotidiana que generen la necesidad de resolver un problema. Es así que se considera como una alternativa el trabajo por proyectos, ya que éste tiene "la finalidad de dar sentido al aprendizaje, promover la colaboración de todos los integrantes del grupo a partir de lo que saben y de lo que necesitan aprender" (SEP, 2011, p. 175). Por otro lado, el docente debe propiciar que los niños conozcan la función del número y favorecer el razonamiento numérico, así como utilizar el juego y la resolución de problemas como estrategia para propiciar situaciones de aprendizaje favorables y contribuir el uso de principios del conteo (abstracción numérica) y de las técnicas para contar (inicio del razonamiento numérico) (SEP, 2011).

De esta manera es posible que los niños encuentren sentido a lo que hacen y reconozcan los usos del número de acuerdo a la situación que se les presente. Comprender que se puede utilizar un número para señalar la numerosidad de una colección o como guía para encontrar una dirección o teléfono. Al respecto, González y Weinstein (1998) señalan que:

Los niños se van dando cuenta de que los números transmiten diferente información de acuerdo con el contexto en que se encuentran. Es así como reconocen que el cinco en la torta tiene un significado diferente al cinco en el colectivo, en el cine, en el ascensor, en la puerta de una casa. Por lo tanto van logrando, en forma progresiva, descifrar la información que un número transmite (p. 251).

Por tanto, se concluye que "el álbum" resultó poco apropiado para la movilización de saberes, al no desarrollar el aprendizaje por medio de situaciones reales, donde los niños se cuestionen y conozcan la utilidad de lo aprendido, mientras ponen en práctica otras competencias. De este modo, el problema central se define como "El diseño de situaciones didácticas es poco significativo para el favorecimiento de los aprendizajes", al respecto, la pregunta de investigación es: ¿De qué manera puedo generar situaciones de aprendizaje significativas?

El propósito de esta investigación acción es la mejora de la práctica docente, atendiendo las necesidades educativas de los estudiantes en cualquier contexto y situación determinada. Para ello el docente debe revalorar su función y verse como un investigador que innova a través de su práctica diaria; reconociendo aquellas competencias o áreas de conocimiento que le resultan complicadas de abordar, en este caso, la enseñanza del número. Por lo cual se definieron los objetivos que guiaron esta investigación.

ISSN: 2594-1046

Objetivo principal: Diseñar situaciones didácticas significativas en la enseñanza del número a niños preescolares.

Objetivos específicos:

- Realizar un diagnóstico que tome en cuenta aprendizajes, intereses y estilos de aprendizaje.
- Utilizar el trabajo por proyectos para organizar las situaciones didácticas.
- Realizar una intervención didáctica con base en el enfoque por competencias en el que se sustenta el Plan y Programa de Estudios 2011 tomando en cuenta las características de la enseñanza del número.

Se espera como resultado superior que los niños preescolares desarrollen competencias del aspecto número establecidos en el Programa de Estudios, Guía para la Educadora 2011.

Resulta relevante esta investigación porque es en la etapa preescolar cuando se desarrollan las bases del pensamiento matemático. Al tratarse de un concepto abstracto como lo es el número, el proceso de adquisición dependerá de lo significativo de las situaciones de aprendizaje; los docentes deben ser capaces de enseñar las matemáticas de manera innovadora, buscando estrategias que le permita generar en sus alumnos aprendizajes significativos.

2. MARCO TEÓRICO

Para efectos de esta investigación se plantearon tres campos de acción que, como menciona Evans (2010), “son aquellos aspectos o dimensiones desde los cuales se puede abordar la propuesta de solución y la formulación de las hipótesis de acción” (p. 45). Se espera que por medio de estos sea posible realizar una intervención que permita atender la problemática detectada. Los tres campos de acción que se definieron son: 1) Diagnóstico basado en estilos de aprendizaje, intereses, motivaciones y necesidades de aprendizaje, 2) Trabajo por proyectos y 3) La enseñanza del número en preescolar y el enfoque por competencias.

Los antecedentes teóricos que se presentan se organizan a través de los campos de acción propuestos.

ISSN: 2594-1046

2.1. Diagnóstico basado en estilos de aprendizaje, intereses, motivaciones y necesidades de aprendizaje.

El diagnóstico es una herramienta que permite al docente conocer a sus estudiantes, para con ello ser capaz de diseñar y realizar una intervención adecuada. Consiste en un proceso de aplicación de diversas técnicas, que permite, a su culminación, llegar a un conocimiento específico. Conocer los conocimientos, intereses y motivaciones, así como los estilos de aprendizaje, permitirán al docente planificar escenarios de aprendizaje más propicios. González (2013).

Luchetti y Berlanda (1998) refieren la relevancia del diagnóstico como una necesidad constructivista, ya que permite al docente planificar acciones de mejora para sus estudiantes. Marqués (2001) afirma que el profesor deberá considerar en el proceso de enseñanza, las motivaciones, intereses y estilos de aprendizaje de sus estudiantes, lo que permitirá generar situaciones de aprendizaje significativas. Por su parte, García (1995) menciona la importancia del diagnóstico en la educación infantil, ya que éste tendrá como objetivo obtener información en función de necesidades e intereses que permitan realizar una intervención docente adecuada.

Todos los individuos tenemos maneras distintas de recibir y percibir la información que se nos proporciona, es decir estilos de aprendizaje. En este sentido es imprescindible que el docente los conozca, para ser capaz de implementar estrategias que le permitan mejorar su intervención y asegurar que sus alumnos aprendan. Alonso, Gallego y Honey (1994) explican que los profesores deben de reconocer los estilos de aprendizaje de sus alumnos, para que su estilo de enseñanza influya de manera positiva en los procesos de enseñanza aprendizaje de sus estudiantes.

Por otro lado, es necesario además de la evaluación diagnóstica, previa al proceso de planificación, la evaluación permanente durante los procesos de enseñanza aprendizaje. De esa manera se da un seguimiento adecuado en los distintos tiempos de aprendizaje. La SEP (2011) menciona que:

Es necesario que al concluir el desarrollo de cada periodo planificado, se reflexione en torno a la aproximación de los alumnos a los aprendizajes esperados, a partir de las manifestaciones que observó en ellos. Esta evaluación permitirá al docente tomar las decisiones pertinentes para orientar la planificación (p. 185).

2.2.Trabajo por proyectos

Los proyectos son una forma de organización didáctica con bases constructivistas, surgen del interés o motivaciones de los estudiantes, por lo que el docente será el encargado de vincularlos con sus necesidades educativas. Tobón (2006) define el proyecto como un conjunto de actividades que de manera sistemática permiten atender o resolver una problemática. Al respecto, Barriga (2006) dice que un proyecto propicia el aprendizaje de manera experiencial, pues propicia la reflexión y puesta en marcha de los conocimientos adquiridos a lo largo del mismo. Malagón (2001) señala que la función de la educadora es de mediar el proceso de aprendizaje, es decir, los alumnos proponen y realizan las actividades.

Perrenoud (2000) establece entre sus características que estos propician una enseñanza socializada, pues los estudiantes aprenden mientras dialogan con sus pares durante la realización del proyecto. Las actividades de socialización promueven la reflexión y búsqueda de soluciones, lo cual no sólo propicia el desarrollo del lenguaje, sino el desarrollo cognitivo; al permitirle al niño argumentar, éste podrá reforzar los aprendizajes que va construyendo. Pueden guiarse por un deseo de aprender, conocer, comprobar alguna hipótesis o dar solución a una dificultad. Los proyectos constan de tres etapas: *Planeación*: Surgimiento, elección y planeación general del proyecto, *Desarrollo*: Realización del proyecto y *Evaluación*: Culminación del proyecto (SEP, 2011).

Durante la primera etapa el docente detecta los intereses y necesidades educativas de los estudiantes, vinculándolos de manera que le encuentren significancia a éste en escenarios de la vida real. Las actividades del proyecto son planteadas por los alumnos, y el docente se vuelve un mediador de las decisiones, con la intención de no perder de vista el objetivo del proyecto.

En la segunda etapa los alumnos llevan realizan las actividades planteadas, que permitan cumplir con el propósito del proyecto. Éstas deben estar orientadas a los intereses de los estudiantes y que les resulten significativas. Los alumnos pueden asumir roles de una situación de la vida real, mediante juegos simbólicos. Durante la etapa preescolar el juego representa una estrategia que permite a los docentes promover aprendizajes, pues los alumnos le encuentran gran valor y significancia. Bonilla-Sánchez (2013) señala que los niños aprenden de manera natural por medio del juego, de ahí la importancia de considerarlo durante los planes de clase.

Por último, la tercera etapa es donde se culmina el proyecto por un producto final o producciones elaboradas por los alumnos. Es en esta última etapa donde el docente valora con ayuda de sus alumnos el logro de los objetivos alcanzados; reflexionando sobre lo que se hizo y lo que se aprendió durante la realización del proyecto.

Los proyectos tienen un carácter globalizador, donde es posible vincular diversos conocimientos y disciplinas. Hernández y Ventura (2006) nos hablan sobre una experiencia globalizada, en la que el estudiante encuentra las relaciones entre la teoría y la práctica; de igual modo, centradas en el estudiante, pues es él quien propone las posibles conexiones entre diferentes disciplinas. Asimismo, señalan que el trabajo por proyectos es un método de enseñanza globalizada que permite utilizar el interés y motivación del estudiante para organizar situaciones de aprendizaje significativas.

Galeano (2010) indica que el método por proyectos facilita la enseñanza e impacta de manera positiva, pues permite a los estudiantes interiorizar lo aprendido. Es por ello que se considera un método de trabajo pertinente durante la enseñanza del número, ya que permite construir conocimientos a partir de situaciones de la vida real. La SEP (2009) señala al proyecto como alternativa en la enseñanza de competencias, al basarse en situaciones de aprendizaje significativas y en un contexto de la vida real.

2.3. La enseñanza del número en preescolar y el enfoque por competencias

Durante el preescolar, el docente deberá propiciar situaciones significativas en las que los alumnos utilicen el número como recurso e instrumento en la resolución de problemas, de este modo podrá construir las funciones del número. Para que los niños sean capaces de resolver problemas, y construir las funciones del número, es necesario que primero conozcan y manejen los principios del conteo. Estos consisten en una serie de normas estáticas que permiten al niño comprender qué significa contar y posteriormente comprender la función de las matemáticas. En medida que los niños le encuentren funcionalidad a los números y a los principios del conteo, serán capaces de resolver problemas cada vez más complejos apoyándose de ellos. De ahí la importancia de generar experiencias significativas al niño, aplicando sus conocimientos en diversos contextos.

Figueiras (2014) hace referencia al trabajo de Piaget (1980), exponiendo que durante el proceso de construcción de la noción del número es necesario poner a disposición escenarios donde se manifieste el razonamiento lógico. Cuando los niños eligen entre diversas estrategias de solución y utilizan la más adecuada a la situación, hacen uso de su razonamiento lógico. Nunes y Bryant (1997) mencionan que esta habilidad es vital en las matemáticas, comprender la situación del problema permite razonarlo matemáticamente.

Es importante recordar que los niños se encuentran en un proceso de apropiación de conceptos propios de su cultura, entre ellos el número. El número es un sistema de representación que el niño deberá de aprender a través de experiencias donde comprenda su utilidad. Prácticas educativas como el conocimiento aislado no favorecen de manera adecuada el conocimiento del número, los niños de edad preescolar presentan características que deben de tomarse en cuenta al momento de planificar. Durante la etapa preoperacional los niños se encuentran en proceso de comprensión de la realidad, en el que el juego de roles le permite formar significados del mundo que le rodea. Si caemos en prácticas de repetición y memorización, los alumnos le encontrarán poco interés y generarán cierta apatía hacia las actividades matemáticas escolares.

Domingo (2009) señala además las aportaciones de Gelman y Gallistel (1978) y Gelman y Meck (1983) quienes reforzaron los principios del conteo propuestos por Piaget. Señalan también que estos serán la base para que los niños sean capaces de realizar operaciones matemáticas cada vez más complejas, proponiendo una perspectiva más amplia sobre lo que los niños en edad preescolar son capaces de realizar. Los principios del conteo son:

1. *Correspondencia uno a uno*: El niño debe comprender que para contar los objetos de un conjunto, todos los elementos del mismo deben ser contados y ser contados una sola vez. Estableciendo además la relación entre número y la cantidad de elementos en una colección.
2. *Orden estable*: Las palabras-número deben ser utilizadas en un orden concreto y estable.
3. *Cardinalidad*: La última palabra-número que se emplea en el conteo de un conjunto de objetos sirve también para representar el número de elementos que hay en el conjunto completo.
4. *Abstracción*: Los principios de conteo pueden ser aplicados, independientemente de sus características externas, a cualquier conjunto de objetos o situaciones.
5. *Irrelevancia del orden*: El resultado del conteo no varía aunque se altere el orden empleado para enumerar los objetos de un conjunto.

Lo anterior, implica que los docentes sean capaces de intervenir de manera pertinente durante la enseñanza del número, ya que el éxito de su enseñanza dependerá de la pertinencia de las actividades

ISSN: 2594-1046

propuestas. Domingo (2009) menciona que “el conocimiento de los principios de conteo forma la base para la adquisición de la destreza de contar” (p. 11). Asimismo, Fernández, Gutiérrez, Gómez, Jaramillo y Orozco (2004) indican que:

La acción de contar constituye para la humanidad el medio para desarrollar los conceptos numéricos y de cálculo, lo cual constituye un elemento fundamental en la elaboración del número abstracto; de ahí la importancia de esta actividad en el preescolar (p. 56).

La SEP (2011), en su Programa de Estudios Guía para la Educadora, indica que los niños en edad preescolar ponen en práctica los principios del conteo a través de sus experiencias previas de manera indirecta. por lo que es necesario favorecerlos de manera más formal en el contexto escolar, utilizando estrategias como el juego o la resolución de problemas; esto le permitirá construir de manera gradual el concepto de número. Los niños aprenderán en medida que se les permita interactuar con el aprendizaje a través de la manipulación de objetos, resolución de problemas y juegos que le motiven. Córdova (2012) menciona en su propuesta de adquisición del número fundamentada en el enfoque constructivista, la pertinencia de proporcionar experiencias donde los niños manipulen y construyan a través de ellas sus propios conocimientos. Por su parte, Hernández (2013) realiza una ponencia sobre los alcances del número a través del conteo, donde propone una enseñanza basada en la construcción de saberes por parte de los alumnos, tomando como referente la solución de problemas cotidianos. De este modo pretende dejar de lado la memorización del número y las prácticas mecánicas basadas en la repetición.

Cuando a los niños se les presenta un problema que debe resolverse por medio de la acción de contar, recurren a técnicas que en la medida de sus posibilidades, les permiten dar solución al problema. Baroody (1997) establece las técnicas para contar:

- *Contar oralmente*: Generar el orden de los números, los niños comienzan a establecer el orden de los números apoyándose regularmente de la memorización. Cuando se les pide contar una cantidad de objetos utilizan su conocimiento en cuanto a la serie numérica para contar.
- *Numeración*: Los niños deben de tener consciencia de los elementos que ya se han contado y los que no, es decir, los que ya han enumerado para no repetirlos. Para ello pueden utilizar estrategias de separación y señalamiento de los elementos que les permitan llevar la cuenta. De esta manera, los niños se dan cuenta que es más fácil contar los elementos en fila que en

círculo o de manera dispersa. La enumeración permite que el niño comprenda que el último elemento contado representa el conjunto entero (regla del valor cardinal) y que el mismo número corresponde a la cantidad de objetos (regla de la cuenta cardinal).

- *Comparación de magnitudes*: Progresivamente, el niño establece el orden lógico de la serie numérica y que ésta es de menor a mayor, permitiéndoles responder que número sigue, cuál está antes o cuál es más grande.

Estas técnicas permiten a los alumnos, en medida que se practican, ejecutarlas con mayor facilidad y de manera jerárquica utilizar otras de mayor grado de complejidad. De ahí la importancia de fomentar en los espacios escolares oportunidades para practicar el conteo y favorecer con ello el desarrollo del número.

Cuando se expone al alumno a una situación problemática, debe seleccionar entre los métodos que conoce para resolverlo y satisfacer una necesidad. De este modo le encuentra significado al número, conforme se le exponga a situaciones de la vida cotidiana donde sea capaz de construirlo a través de los principios del conteo. González y Weinstein (1998) señalan que durante la resolución de problemas los alumnos pueden utilizar el conteo (correspondencia uno a uno), sobreconteo (contar a partir de un número) y resultado memorizado, es decir el cálculo mental, dependiendo del nivel de desarrollo de cada niño. Ruiz (2008) nos habla además sobre las estrategias didácticas durante la enseñanza del número, mencionando el juego, la resolución de problemas, y la socialización de lo aprendido. Donde además de mencionar que éste es construido por el niño a través de la interacción de su entorno, nos dice cómo la asociación de operaciones del principio del conteo, como la clasificación, seriación e inclusión, permiten movilizar saberes necesarios en la construcción del concepto del número.

Ante esto, Andrade (2008) menciona que el enfoque por competencias reconoce que el conocimiento por acumulación y repetición no es significativo y propone replantear los términos de la enseñanza en función de aprendizajes significativos basados en situaciones de la vida real. Además señala que el desarrollo de competencias deberá de llevarse a cabo a partir de enfoques centrados en los procesos de aprendizaje de los estudiantes y donde estos participen en la construcción de ellos, encontrándole sentido a lo que aprenden.

Por su parte, Zabala y Arnau (2008) señalan que para realizar una enseñanza basada en competencias necesariamente se deberá de exponer al alumno a una situación o problema en un contexto

ISSN: 2594-1046

real. Además, mencionan la relevancia del aprendizaje socializado y basado en los aprendizajes y experiencias previas de los estudiantes. El enfoque por competencias se basa en el aprendizaje centrado en el alumno, donde el docente pierde su papel principal, para convertirse en un mediador de los proceso de aprendizaje de sus alumnos. El docente debe tomar una actitud más flexible para incorporar las motivaciones e intereses de sus estudiantes en los contenidos que imparte.

3. MÉTODO

Este trabajo de investigación se llevó a cabo a través de la metodología de la investigación acción, que se basa en la transformación de la práctica a través de ciclos reflexivos que se componen por cuatro fases: planificación, acción, observación y reflexión (Evans, 2010). A través de los ciclos reflexivos, el docente se cuestiona y analiza sobre su figura, sus acciones y si sus prácticas permiten ofrecer una educación de calidad a sus alumnos, con la posibilidad de realizar modificaciones a su práctica que generen nuevos ciclos reflexivos y con ello un mayor alcance en cuanto a la situación problemática a mejorar. En el caso de esta investigación se realizaron dos ciclos reflexivos a través de tres campos de acción y sus respectivas hipótesis. Evans (2010) define los campos de acción como "aquellos aspectos o dimensiones desde los cuales se puede abordar la propuesta de solución y la formulación de las hipótesis de acción" (p. 45). Se espera que por medio de estos sea posible realizar una intervención que permita atender la problemática detectada. Hernández, Fernández y Baptista (2010) señalan que "las hipótesis indican lo que tratamos de probar y se definen como explicaciones tentativas del fenómeno investigado" (p. 92).

Para el desarrollo de estos ciclos, se utilizaron diversos instrumentos de recogida de información, como entrevistas, diario de prácticas, guías de observación, escalas de rango, lista de cotejo y evidencias de los alumnos. Todos ellos utilizados a través de la técnica de observación participante.

Kawulich (2005) señala que mediante esta técnica el investigador registra y reúne información mientras forma parte de las actividades observadas. Al respecto, Ruiz (2012) menciona que durante todo proceso de investigación es necesario proveer de los instrumentos de recogida de información, ya que de ellos depende en gran medida la capacidad de realizar un análisis profundo del objeto de estudio. A través de la técnica de observación participante y los instrumentos antes mencionados, fue posible recopilar,

ISSN: 2594-1046

reducir, representar, validar e interpretar la información para efectos de su análisis, presentado en esta investigación.

El grupo de 3er año "A", cuenta con 24 alumnos, 12 niños y 12 niñas, de los cuales tres se encuentran canalizados al Departamento de USAER en relación al desarrollo de sus aprendizajes. Sus edades oscilan entre los 5 y 6 años, en general es un grupo con mucha energía, disfrutan de actividades que les impliquen movilidad, disfrutan de manipular y experimentar con diversos materiales, así como dialogar y compartir sus ideas en clase.

4. RESULTADOS

Los resultados que se presentan corresponden a los dos ciclos reflexivos realizados durante esta investigación acción, organizados con respecto a los campos de acción y sus hipótesis de acción.

4.1. Campo de acción: Diagnóstico basado en estilos de aprendizaje, intereses, motivaciones y necesidades de aprendizaje

Hipótesis de acción: Realizar un diagnóstico con base en estilos de aprendizaje, intereses, motivaciones y necesidades de aprendizaje favorecerá el diseño de situaciones didácticas significativas.

Para comprobar esta hipótesis de acción se elaboró un diagnóstico completo, que permitió conocer intereses, motivaciones, estilos y necesidades de aprendizaje. Para ello se realizó una revisión de bibliografía que permitió dar cuenta de los factores que se deben considerar para realizarlo y contar con referentes suficientes para diseñar y aplicar una guía de observación para detectar los estilos de aprendizaje de los niños del grupo. Además se realizó una entrevista a la docente titular que permitió conocer los intereses y motivaciones de los estudiantes. Para concluir el diagnóstico, se diseñó y aplicó una escala de rango para conocer el grado de conocimiento de los alumnos en el aspecto de número, considerando lo principios del conteo y partiendo de la competencia "Resuelve problemas en situaciones que le son familiares y que implican agregar, reunir, quitar, igualar, comparar y repartir objetos" (SEP, 2011, p. 57), y con el aprendizaje de "Reconoce el valor real de las monedas: las utiliza en situaciones de juego" (SEP, 2011, p. 57).

Lo anterior permitió identificar que la mayoría del grupo cuenta con características kinestésicas, por lo tanto les disgustan las actividades pasivas que no impliquen movilidad y manipulación de materiales. Además que los alumnos muestran interés y motivación ante la resolución de problemas, socialización de lo que saben y aprenden y retos o juegos de competencia. En cuanto a los principios del conteo, se detectó que realizan correspondencia 1-1 al contar los elementos una sola vez, cuentan un rango de conteo estable del 1-15, aplican el principio de cardinalidad, así como la irrelevancia del orden al contar y el principio de abstracción. Con respecto a la competencia y aprendizaje señalado, en la Tabla 1 se muestran los resultados considerando: destacado (siempre lo hace), satisfactorio (casi siempre lo hace/requiere apoyo), suficiente (a veces lo hace/se le dificulta) e insuficiente (aún no lo hace).

Destacado	Satisfactorio	Suficiente	Insuficiente
1	0	0	23

Tabla 1: Resultado del diagnóstico del aprendizaje reconoce “Reconoce el valor real de las monedas: las utiliza en situaciones de juego”.

Se observó que la mayoría de los alumnos utilizaban la correspondencia 1-1 al momento de jugar a dar cambio y utilizar monedas de 1, 2, 5 y 10 pesos. Lo anterior permitió utilizar los resultados de este diagnóstico en el proceso de planificación de un proyecto contextualizado en una juguetería, que atendiera el desarrollo de la misma competencia.

Para el segundo ciclo reflexivo fue necesario replantear el campo e hipótesis de acción, teniendo como campo de acción la evaluación permanente en la que se plantea como hipótesis de acción: realizar una evaluación permanente favorecerá el diseño de situaciones didácticas significativas. Para ello se realizó una revisión teórica sobre evaluación permanente y se diseñó y aplicó una actividad de evaluación en cuanto al aprendizaje esperado “Reconoce el valor real de las monedas: las utiliza en situaciones de juego” (SEP, 2011, p. 57). Dicha evaluación posibilitó diseñar actividades significativas en cuanto a las necesidades de aprendizaje de los alumnos, permitiendo subir el grado de dificultad de las actividades diseñadas; mismas que se contextualizaron en un juego de roles con los actores de un banco.

4.2. Campo de acción: El trabajo por proyectos

Hipótesis de acción: El trabajo por proyectos para organizar la enseñanza favorecerá el diseño de situaciones didácticas significativas.

Para comprobar esta hipótesis de acción se realizó una revisión teórica sobre el trabajo por proyectos, que permitió diseñar, aplicar y evaluar un proyecto que respondió el aspecto de número con el aprendizaje esperado “Reconoce el valor real de las monedas: las utiliza en situaciones de juego” (SEP,

ISSN: 2594-1046

2011, p. 57) y atendiendo la competencia de “Resuelve problemas en situaciones que le son familiares y que implican agregar, reunir, quitar, igualar, comparar y repartir objetos” (SEP, 2011, p. 57), se contextualizó en el ambiente de una juguetería para el primer ciclo reflexivo y un banco en el caso del segundo ciclo. Para ello se retomaron y utilizaron los resultados del diagnóstico en el proceso de planificación, tomando en cuenta sus conocimientos, saberes previos, intereses, motivaciones y estilos de aprendizaje.

La aplicación de los proyectos como metodología en la enseñanza del número permitió favorecer el aprendizaje esperado y la competencia que dio origen. Asimismo, el proyecto como método globalizador favoreció los campos formativos de Desarrollo personal y social, Lenguaje y comunicación, Exploración y conocimiento del mundo y Desarrollo físico y salud, beneficiando con ello su desarrollo integral. Se observó interés y motivación por parte de los alumnos al realizarse una enseñanza contextualizada y basada en problemas, resultando significativo para ellos el aplicar el conocimiento adquirido en un escenario real. De igual manera, se observó que utilizar estrategias de enseñanza (como el juego simbólico, socializar lo aprendido mediante el intercambio entre pares y la influencia de los padres de familia en el proceso de enseñanza aprendizaje, al involucrarlos en las actividades de reforzamiento que surgieron del proyecto) permitió favorecer el aprendizaje y competencia principal que se atendió.

4.3. Campo de acción: La enseñanza del número y el enfoque por competencias

Hipótesis de acción: Conocer cómo se enseña el número en preescolar y en qué consiste el enfoque por competencias, permite realizar una intervención que impacte en los aprendizajes esperados.

Para comprobar esta hipótesis de acción se realizó una revisión teórica sobre el enfoque por competencias y cómo enseñar el número en preescolar. Esto permitió posteriormente diseñar actividades para los dos ciclos reflexivos en el aspecto del número, a través de los dos proyectos presentados en el campo de acción anterior. Éstas respondieron al enfoque por competencias y las características de la enseñanza del número, al utilizar el interés de los alumnos para favorecer una enseñanza socializada, contextualizada y basada en problemas, impactando positivamente en los aprendizajes trabajados. Es importante mencionar que para el primer ciclo se atendió a 23 alumnos, mientras que para el segundo ciclo 22. En la Tabla 2 se observan los resultados de los alumnos en relación al aprendizaje principal.

• iclos reflexivos	• estacado	• atisfactorio	• uficiente	• nsuficiente
• rimer ciclo	• 6	•	•	•
• egundo ciclo	• 7	•	•	•

Tabla 2: Resultados de los alumnos del 3º A en relación al aprendizaje: "Reconoce el valor real de las monedas; las utiliza en situaciones de juego".

En un principio los alumnos mostraron dificultad para asignarle el valor a las monedas, sin embargo, a través de las actividades realizadas descubrieron que mediante el sobreconteo de las cantidades podían asignarles el valor al separar y señalar los elementos ya contados. Posteriormente a través del trabajo basado en problemas, consecuentemente fueron utilizando procedimientos más avanzados como la suma de las cantidades de las monedas a través del cálculo mental y apoyándose en algunas ocasiones de sus dedos para contar. Los alumnos fueron capaces de utilizar monedas no sólo de 1 o 2 pesos, sino que además incorporaron después del primer ciclo monedas de 5 y 10 pesos. Además vieron la utilidad de usar monedas de mayor denominación para entregar cantidades grandes.

5. CONCLUSIONES

Esta investigación acción logró fortalecer el diseño de planeaciones didácticas, aplicando conocimientos pedagógicos y disciplinares para responder a las necesidades del contexto en el marco de los planes y programas de educación básica. A través del análisis de los campos de acción, con sus respectivas hipótesis y los dos ciclos reflexivos, se logró constatar y apreciar la importancia de la figura docente en la educación preescolar, ya que uno de los aspectos más importantes que subyacen de esta investigación es la transformación de la práctica docente.

Como se señaló anteriormente, la enseñanza del aspecto de número estaba centrada en actividades de memorización y repetición, donde el alumno tomaba el papel pasivo en el proceso de aprendizaje. Sin embargo, al reconocer las debilidades de la práctica docente, fue posible atenderlas y tener claridad sobre los contenidos y metodologías que resultan propicias al trabajar por el enfoque por competencias y la enseñanza del número. Se logró disminuir en gran medida los efectos de la problemática detectada, ya que los alumnos enfocaron su atención en las actividades, los llamados de atención fueron ocasionales,

ISSN: 2594-1046

se sintieron motivados y se favorecieron los aprendizajes esperados en el aspecto de número. Lo anterior permitió cumplir a su vez con el objetivo principal, al lograr mejorar mi práctica y diseñar situaciones didácticas significativas en la enseñanza del número a niños preescolares. Actualmente se cuenta con bases para continuar impartiendo una enseñanza y seguir aprendiendo, al reconocer los problemas como punto de partida en la enseñanza del número, basándome en los principios de conteo y la manipulación de materiales, sin perder de vista las técnicas para contar como pieza clave en el desarrollo del pensamiento lógico matemático del niño. De igual forma, fue posible vivir la experiencia de una enseñanza contextualizada y observar cómo ésta influye de manera radical en el logro de los aprendizajes esperados. Resaltando la pertinencia del enfoque por competencias, pues en la medida que se atienda dicho enfoque, será posible brindar experiencias de aprendizaje significativas.

6. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Alonso, C., Gallego D., & Honey, P. (1994). *Los Estilos de Aprendizaje: Procedimientos de diagnóstico y mejora*. Recuperado de: http://estudiaen.jalisco.gob.mx/cepse/sites/estudiaen.jalisco.gob.mx.cepse/files/alonso_catalina._los_estilos_de_aprendizaje_0.pdf

Andrade, R. (2008). El enfoque por competencias en Educación. *Ide@s CONCYTEG. 39* (3). Recuperado de: http://www.concyteg.gob.mx/ideasConcyteg/Archivos/39042008_EL_ENFOQUE_POR_COMPETENCIAS_EN_EDUCACION.pdf

Baroody, A. (1997). *“Técnicas para contar”, “Desarrollo del número” y “Aritmética informal” en El pensamiento matemático de los niños. Un marco evolutivo para maestros de preescolar, ciclo inicial y educación especial*. Recuperado de: https://coleccion.siaeducacion.org/sites/default/files/files/1_tecnicas_para_contar.pdf

Barriga, F. (2006). *Enseñanza situada: Vínculo entre la escuela y la vida*. Recuperado de: http://estudiaen.jalisco.gob.mx/cepse/diaz-barriga-f-2006-ensenanza-situada-vinculo-entre-la-escuela-y-la-vida-mcgraw-hill-mexico

Bonilla-Sánchez, R. (2013). Formación de la función simbólica en preescolares a través de las actividades de juego. (Tesis doctoral no publicada). Universidad Iberoamericana, Puebla. Recuperado de: http://rei.iteso.mx/bitstream/handle/11117/1169/III_Ma_Rosario_Bonilla.pdf?sequence=2

Córdova, M. (2012). *Propuesta pedagógica para la adquisición de la noción de número, en el nivel inicial 5 años de la I.E. 15027, de la Provincia de Sullana*. Recuperado de: http://pirhua.udep.edu.pe/bitstream/handle/123456789/1419/MAE_EDUC_088.pdf?sequence=1

Domingo, J. (2009). *Investigación sobre el conteo infantil*. Recuperado de: http://www.ehu.eus/ikastorratza/4_alea/4_alea/conteo%20infantil.pdf

Evans, E. (2010). *Orientaciones metodológicas para la investigación-acción. Propuesta para la mejora de la práctica*. Recuperado de: http://proyectosespeciales.upeu.edu.pe/wp-content/uploads/2014/06/MINEDU-libro-orient_metod_investigacion-accion-EVANS.pdf

ISSN: 2594-1046

Fernández, K., Gutiérrez, I., Gómez M., Jaramillo, L., & Orozco, M. (diciembre 2004). El pensamiento matemático informal de niños en edad preescolar. *Creencias y prácticas de docentes de Barranquilla* (Colombia). Zona próxima. (5). Recuperado de: http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=85300503

Figueiras, F. (2014). *La adquisición del número en Educación infantil*. Recuperado de: http://biblioteca.unirioja.es/tfe_e/TFE000687.pdf

Fuenlabrada, I. (2009). *¿Hasta el 100?... ¡NO! ¿Y las cuentas?... TAMPOCO Entonces… ¿QUÉ?* México: SEP.

Galeano, C. (2010). Trabajo por proyectos, una forma práctica de enseñar. *Revista Digital Sociedad de la Información, 4*(22). Recuperado de http://www.sociedadelainformacion.com/22/proyectos.pdf

García, N. (1995). El diagnóstico pedagógico en la educación infantil. *Revista Complutense De Educación, 6*(1). Recuperado de: http://revistas.ucm.es/index.php/RCED/article/view/RCED9595120073A

González, A. y Weinstein, E. (1998). El número y la serie numérica. En *Curso de formación y Actualización Profesional para el personal docente de educación preescolar*. Recuperado de: http://oei.es/inicial/curriculum/curso_volumen1_mexico.pdf

Hernández, F., & Ventura, M. (2006). *La organización del currículum por proyectos de trabajo. El conocimiento es un caleidoscopio*. Recuperado de: https://books.google.com.mx/books?id=KrsKqH5Be6wC&printsec=frontcover&hl=es&source=gbs_ge_summary_r&cad=0#v=onepage&q&f=false

Hernández, M. (2013). *El número a través del conteo. Una propuesta de intervención en educación preescolar*. Recuperado de: http://www.transformacion educativa.com/congreso/ponencias/161-numero-conteo.html

Hernández, R., Fernández, C. y Baptista, C. (2010). *Metodología de la investigación*. Recuperado de: https://competenciashg.files.wordpress.com/2012/10/sampieri-et-al-metodologia-de-la-investigacion-4ta-edicion-sampieri-2006_ocr.pdf

Kawulich, B. (2005). La observación participante como método de recolección de datos. *Forum: Qualitative Social Research Sozialforshung, 6*(2). Recuperado de: http://www.qualitative-research.net/index.php/fqs/article/view/466/998

Luchetti, E. y Berlanda, O. (1998). *El diagnóstico en el aula*. Buenos Aires: Magisterio del Río de la Plata.

Malagón, M. (2001). *El método de proyectos como promotor de aprendizajes significativos en el jardín de niños*. Recuperado de: https://web.oas.org/childhood/ES/Lists/Temas%20%20Proyectos%20%20Actividad%20%20Documento/Attachments/440/9%20Ponencia%20de%20Malag%C3%B3n.pdf

Marqués, P. (2001). *La enseñanza. Buenas prácticas. La motivación*. Recuperado de: http://www.tellso.com/proyectos/valora/docs/materiales_estudio/u3_l2/La_ensenanza_buenas_practicas_la_motivacion.pdf

Nunes, T., Bryant, P. (1997). *Las matemáticas y su aplicación: La perspectiva del niño*. Inglaterra: Blackwell Publishers Itd.

Perrenoud, P. (2000). *Aprender en la escuela a través de proyectos: ¿por qué?, ¿cómo?* Recuperado de: http://www2.sepdf.gob.mx/proesa/archivos/biblioteca_linea/proyectos_perrenoud.pdf

Ruiz, M. (2012). *Técnicas e instrumentos de investigación. "Políticas públicas en salud y su impacto en el seguro popular en Culiacán, Sinaloa, México"*. Recuperado de: http://www.eumed.net/tesis-doctorales/2012/mirm/tecnicas_instrumentos.html

Ruiz, M. (junio 2008). Las estrategias didácticas en la construcción de las nociones lógico-matemáticas en la Educación Inicial. *Revista Scielo, 29*(1). Recuperado de:http://www.scielo.org.ve/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S101122512008000100006

Secretaría de Educación Pública (SEP) (2011). *Programa de estudios 2011.Guía para la Educadora*. Recuperado de: http://www.reformapreescolar.sep.gob.mx/ACTUALIZACION/PROGRAMA/Preescolar2011.pdf

Secretaría de Educación Pública (SEP) (2009). *Curso Básico de Formación Continua de Maestros en Servicio. El enfoque por Competencias en Educación Básica*. Recuperado de:http://www.setab.gob.mx/php/edu_basica/sup_aca/doctos/anexos/curso_basico.pdf

Tobón, S. (2006). *Método de trabajo por proyectos*. Recuperado de: http://cife.org.mx/biblioteca/doc_download/metodos_de_trabajo_por_proyecto.pdf

Zabala, A, y Arnau, L. (2008). Enseñar competencias comporta partir de situaciones problemas reales. En: *11 Ideas clave: como aprender y enseñar competencias*. (pp. 1-9). Barcelona España.

Investigación e Innovación en Matemática Educativa

ISSN: 2594-1046

Cambio de Creencias de Autoeficacia Matemática en Alumnos de Nivel Superior

Lorena Jiménez Sandoval
Universidad Autónoma de Zacatecas, lorejim79@hotmail.com
Gustavo Martínez Sierra
Universidad Autónoma de Guerrero, gmartinezsierra@gmail.com
Jonathan Alberto Cervantes Barraza
CCH, UNAM. México; jacbmath@hotmail.com
Ofelia Montelongo Aguilar
Universidad Autónoma de Zacatecas, omaguliar_m@hotmail.com

Resumen

El presente reporte forma parte de una investigación mayor en la que se busca profundizar sobre ¿Qué motiva a los estudiantes de bachillerato a elegir la carrera de matemáticas para sus estudios de nivel superior y qué está detrás de la permanencia de unos y de la renuncia de otros, una vez que ingresan a la carrera? En este escrito se ahonda sobre el cambio de creencias de valor y autoeficacia matemática que experimentaron 21 estudiantes de la Licenciatura en Matemáticas de la Unidad Académica de Matemáticas de la Universidad Autónoma de Zacatecas durante el primer semestre de la carrera. A través de la aplicación de un cuestionario y el análisis temático de las respuestas se da cuenta de que, ante las experiencias que viven los estudiantes, sus creencias sobre la matemática cambian y este cambio repercute en sus creencias de autoeficacia. Mientras que, cuando los estudiantes creían que la matemática eran cálculos numéricos y algebraicos, su sentido de autoeficacia era alto, cuando creen que la matemática son además demostraciones, el sentido de autoeficacia de los estudiantes disminuye.

Palabras clave: Dominio afectivo, Creencias, autoeficacia matemática, aprendizaje de la matemática.

1. INTRODUCCIÓN

Hannula (2006) propone un modelo de análisis para tener acceso al sistema motivacional, que se basa en una interpretación del comportamiento matemático, que a su vez explicará dicho comportamiento. Esta interpretación se sustenta en tres aspectos que, según este autor, regulan la motivación y explican el comportamiento matemático de los estudiantes: las creencias de los estudiantes sobre la enseñanza de las matemáticas y su aprendizaje y las creencias sobre sí mismos, las metas que se fija un estudiante respecto a una actividad específica y las llamadas necesidades psicológicas básicas: competencia, autonomía y pertenencia social que el estudiante manifiesta y, que según este autor, son las necesidades que a menudo se enfatizan en los centros educativos.

La toma de conciencia y transformación de las necesidades en metas en el aula de matemáticas están fuertemente influenciadas por las creencias que los estudiantes tienen sobre sí mismos, sobre las matemáticas y sobre el aprendizaje, así como del contexto escolar, las normas sociales y sociomatemáticas en la clase. Las metas son jerárquicamente dispuestas en una estructura, de forma tal que una meta puede ser inhibitoria, necesaria o suficiente para alcanzar otra (Shah y Kruglanski, 2000, citado por Hannula, 2006). En este orden de ideas, Hannula (2006) considera que las necesidades, metas y creencias son aspectos generadores y regulatorios de la motivación.

La teoría cognitiva social de Bandura, citada por Chiu y Xihua (2008), coincide con esta idea de Hannula en el sentido de que considera que las creencias influyen en la motivación académica de los estudiantes, y explica, que estas creencias incluyen tres componentes: una componente de valor, una componente de expectativa o esperanza y una componente emocional (Bandura, 1989, citado por Chiu y Xihua, 2008). La componente de valor se identifica en las creencias que asignan un valor a la matemática, y pueden referirse como *creencias de valor*, son las razones por las cuales los estudiantes participan en el aprendizaje de la matemática. Por ejemplo algunos estudiantes que disfrutan del aprendizaje de la matemática es porque creen que es interesante, otros porque creen que son pocos a los que les gusta la matemática y ese gusto los hace distinguirse de los demás.

La componente de esperanza o expectativa se identifica en las creencias que los estudiantes tienen sobre la propia capacidad para llevar a cabo una tarea, en nuestro caso, tareas matemáticas, comúnmente llamada autoeficacia matemática ("Puedo hacer problemas de matemáticas”) y las creencias sobre la competencia de uno mismo, comúnmente llamado autoconcepto, autoconcepto matemático, en nuestro caso ("Soy bueno en matemáticas", Bandura, 1997, citado por Chiu y Xihua, 2008).

La componente emocional de una creencia se identifica en las reacciones emocionales que evoca o proyecta una creencia, por ejemplo “mi propio razonamiento no es una estrategia segura” proyecta la emoción de inseguridad (Jäder, Sidenvall y Sumpter, 2016). Actualmente una de las áreas importantes de la investigación sobre la relación entre la enseñanza y aprendizaje de la matemática y el dominio afectivo, es el papel de las emociones y las creencias en la resolución de problemas (Goldin, Hannula, Heyd-Metzuyanim, Jansen, Kaasila, Lutovac, Di Martino, Morcelli, Middleton, Pantziara y Zhang, 2016). Según Goldin *et al.* (2016), emociones tales como curiosidad, frustración, ansiedad, sorpresa y euforia son una parte importante del proceso de intentar resolver un problema matemático no rutinario. Tales emociones se concentran en los procesos cognitivos de atención y de polarización, además de ser parte de la disposición general hacia las matemáticas (por ejemplo, la confianza) e influir en la

ISSN: 2594-1046

expectativa de éxito en cualquier tarea matemática. Las reacciones emocionales de los estudiantes, tanto a la tarea como a su ejecución (es decir, la componente afectiva de sus creencias) influye en su persistencia y rendimiento. Estudiantes que tienen reacciones emocionales positivas cuando trabajan en las tareas académicas, tienden a mantener y ejercer mayor esfuerzo en ellas, lo cual fomenta un mayor rendimiento académico (Pintrich y Schunk, 2002, citado por Chiu y Xihua, 2008).

Por otra parte, las creencias de expectativa con respecto al rendimiento académico pueden verse afectadas por la experiencia que viven los estudiantes, especialmente por sus éxitos y fracasos en las tareas académicas del pasado (Pintrich y Schunk, 2002, citado por Chiu y Xihua, 2008).

Bandura (1994) también explica que las creencias de autoeficacia contribuyen a la motivación determinando las metas que las personas establecen para sí mismos, la cantidad de esfuerzo que invierten en alcanzarlas, el tiempo que perseveran en él ante las dificultades y la capacidad de resistencia ante las fallas. Considera que cuatro son las fuentes principales de la autoeficacia: las experiencias de dominio, las experiencias vicarias, la persuasión social y las reacciones al estrés.

Las experiencias de dominio son aquellas experiencias que requieren de la superación de obstáculos mediante el esfuerzo perseverante, esto permite que las personas se convenzan de que tienen lo necesario para tener éxito y perseverar ante la adversidad recuperándose rápidamente de los reveses.

Las experiencias vicarias son proporcionadas por los modelos sociales, esto es por la comparación de las propias capacidades con las de los demás. El ser observador del éxito o fracaso de personas con características similares a las de uno mismo genera conocimiento en torno a las habilidades y estrategias eficaces para la gestión de las demandas del entorno. Por el contrario, si los modelos son muy diferentes a uno mismo, su autoeficacia no se ve influida por estos.

Las personas que son persuadidas verbalmente sobre el hecho de que poseen la capacidad de dominar ciertas actividades son propensos a movilizar un mayor esfuerzo y sostenerlo a diferencia de aquellas que tienen dudas sobre sí mismos y se detienen a pensar en las deficiencias personales cuando surgen problemas. Generar creencias de alta eficacia mediante la persuasión social es más difícil que contribuir a generar creencias de baja o nula eficacia. Las personas que han sido persuadidas sobre la carencia de capacidades tienden a evitar actividades desafiantes que cultivan potencialidades y renunciar de forma rápida de cara a las dificultades.

Las reacciones al estrés de las personas alteran su estado emocional. Si esta alteración es interpretada de manera negativa, como un signo de vulnerabilidad, se generará una creencia de bajo nivel de eficacia. Si el estado de ánimo se interpreta de manera positiva, la excitación afectiva se cataliza como un energizante de rendimiento y aumenta la percepción de autoeficacia.

El presente reporte forma parte de una investigación mayor en la que se busca profundizar sobre ¿Qué motiva a los estudiantes de bachillerato a elegir la carrea de matemáticas para sus estudios de nivel superior y qué está detrás de la permanencia de unos y de la renuncia de otros, una vez que ingresan a la carrera? Conforme se ha avanzado en la búsqueda de las respuestas, se han conformado preguntas más concretas en el sentido de que van hacia aspectos más específicos de la motivación de los estudiantes para elegir o mantenerse en la carrera. En el presente escrito se ahonda sobre el cambio de creencias de valor y autoeficacia matemática que experimentan los estudiantes de la Licenciatura en Matemáticas de la Unidad Académica de Matemáticas de la Universidad Autónoma de Zacatecas durante el primer semestre de la carrera.

2. ALGUNOS ESTUDIOS RECIENTES SOBRE CREENCIAS DE ESTUDIANTES

Según Leder (2015), el estudio de creencias de los estudiantes es relativamente nuevo, es sólo en los últimos 15 o 20 años que las creencias se vieron como un ingrediente esencial en los programas de investigación educativa. De acuerdo a Leder (2002, citado por Leder, 2015), los temas centrales se resumieron en el 2002 en cinco preguntas: ¿Cómo influyen las creencias de los estudiantes en su interés y motivación para aprender matemáticas?, ¿Por qué los estudiantes no se preocupan por el hecho de que sus soluciones a los problemas tengan sentido?, ¿Cómo influyen las creencias de los estudiantes en su capacidad para conectar el mundo real y la escuela?, ¿Cómo influyen las aulas en el desarrollo de las creencias? y ¿Cómo las creencias intuitivas de los estudiantes acerca de las operaciones matemáticas afectar sus procesos de pensamiento? Leder (2015) también explica que respuestas a estas preguntas se han abordado desde diferentes métodos pero limitados a muestras pequeñas en los que además, inferir las creencias de los estudiantes no ha sido fácil, el autor considera que un factor importante en este hecho es que los estudiantes no piensan mucho en lo que creen acerca de la matemática y por tanto no son muy conscientes de ellas.

ISSN: 2594-1046

Los siguientes estudios se presentan para dar una idea del rumbo que han tomado investigaciones recientes sobre creencias y hacer constar la pertinencia del que actualmente realizamos.

Chaves, Castillo y Gamboa (2008) realizan un estudio sobre creencias de los estudiantes en los procesos de aprendizaje de las matemáticas con el objetivo de describir la influencia que tienen las creencias de los estudiantes respecto a las matemáticas y su enseñanza haciendo una revisión de algunas investigaciones. Estos autores consideran que entre los factores que incrementan la probabilidad del fracaso escolar y sentimientos negativos hacia la disciplina en estudiantes que ingresan los diferentes niveles educativos se encuentran las amargas experiencias relatadas por sus familiares y amigos y los aspectos asociados con la naturaleza de la misma matemática. Explican además que al inicio del proceso de enseñanza aprendizaje de las matemáticas los estudiantes tienen ciertas creencias sobre la disciplina y sobre sí mismos con respecto a su potencial para enfrentar su aprendizaje, que de acuerdo a los diferentes estímulos son éstas las que orientan sus reacciones emocionales que generan sentimientos que se consolidan luego en actitudes positivas o negativas hacia las matemáticas. Concluyen su análisis documental explicando cómo los resultados de las investigaciones revisadas sostienen que los estudiantes perciben las matemáticas como una disciplina útil pero difícil, que se aprende mediante la repetición de ejercicios y que las creencias que estos tienen son producto de experiencias vividas durante su formación.

Sumpter (2013) realiza un estudio sobre la interacción de las creencias con el razonamiento matemático en alumnos de nivel secundaria haciendo un análisis temático de los argumentos que dan los estudiantes para justificar la elección de determinadas estrategias cuando resuelven problemas. De acuerdo a Callejo y Vila (2009, citado por Sumpter, 2013), aunque no es posible establecer causalidad entre las creencias y acciones específicas durante la resolución de problemas, la noción de un sistema de creencias funciona como un modelo explicativo del comportamiento matemático de los estudiantes. El objetivo de Sumpter (2013) fue examinar la relación entre las creencias de los estudiantes y sus argumentos a favor de las decisiones tomadas cuando resuelven tareas escolares. Introduce el concepto de creencias indicativas o indicadores de creencias (beliefs indications) para hacer un estudio de caso en el que asume una creencia como altamente cognitiva, asociada a las emociones y que se ha conformado durante un largo periodo de tiempo.

Para tener en cuenta el objetivo de la investigación, Supmter (2013) define creencia a través del concepto de Schoenfeld (1992, citado por Sumpter, 2013) y lo complementa con algunas ideas de

Hannula (2006, citado por Sumpter, 2013), entiende una creencia como una forma de entendimiento de un individuo que dan forma a la manera en la que conceptualiza y se involucra en la generación y el comportamiento matemático y que aparecen como pensamientos en la mente, de esta manera, Sumpter (2013) separa la parte emocional de las creencias y las asume como algo fundamentalmente cognitivo.

El razonamiento matemático es visto por Sumpter (2013) como una línea de pensamiento adoptada para producir afirmaciones y llegar a conclusiones en la resolución de tareas, estas conclusiones no necesariamente serán correctas, mientras que la argumentación es el fundamento del razonamiento con el que se trata de convencer a otra persona de que el razonamiento adoptado fue el correcto.

Tres temas de creencias se destacaron en los resultados de Sumpter (2013): seguridad, expectativa y motivación, que resultó ser generalmente motivación negativa. La autora explica cómo en la elección de las estrategias de solución de los estudiantes a las situaciones problemáticas que se les plantearon, los argumentos enmarcados en el tema de seguridad, dicha seguridad radica en la creencia de que sus razonamientos, los de los estudiantes, no son seguros pero sí lo es emplear la calculadora, que los argumentos por los cuales los estudiantes tienen la expectativa de que el razonamiento empleado es correcto, radica en la creencia de que las matemáticas deben ser resueltas de una manera específica que garantiza que todo está bien hecho, que es la única manera de resolver dicha tarea y generalmente no se fían de sus propios razonamientos esforzándose más bien por recordar lo que hizo el profesor en clase, y por último, que los argumentos englobados en el tema de motivación se explican en términos de que es más importante seguir las estrategias de los maestros que sus propios razonamientos y de esta manera los estudiantes justifican la elección de su estrategia de solución.

Finalmente Sumpter (2013) señala la importancia de enseñar a los estudiantes cómo hacer frente a los sentimientos de frustración e ira que experimentan durante el proceso de solución de problemas matemáticos además de enseñarles a resolverlos.

En la misma dirección, estudios sobre creencias de los estudiantes cuando resuelven problemas matemáticos se encuentra el estudio de Giaconi, Varas, Tuohilampi & Hannula (2016), quienes estudian los factores afectivos y las creencias acerca de las matemáticas en niños chilenos que exploraron a través de un análisis estadístico y un estudio cualitativo de las respuestas a un cuestionario sobre las creencias que tienen los estudiantes sobre su propia competencia matemática, la confianza que tienen en sí mismos, la orientación de metas de dominio, el esfuerzo, la dificultad y el disfrute en torno a las matemáticas aplicadas. Dicho análisis los lleva a considerar que sí es posible medir ese tipo de creencias empleando un cuestionario en el que las respuestas son dadas en una escala tipo Likert. El cuestionario empleado resultó de una adaptación de un cuestionario creado en Finlandia cuyo objetivo fundamental fue encontrar un modelo que se ajuste a los datos chilenos y sea representativo de las estructuras de creencias de los estudiantes chilenos además de que explicara su comportamiento matemático. Los autores estaban interesados en los rasgos afectivos que se consideran relativamente estables en las personas desde lo psicológico y que cubren *lo cognitivo*, focalizando la atención en la autoeficacia y la autoconfianza, *lo emocional* cuyo centro de atención es el disfrute y por último, *lo motivacional* en cuanto a la orientación de esfuerzos y las metas de dominio de los estudiantes.

El cuestionario identifica la autoeficacia matemática, el autoconcepto matemático y el esfuerzo de 901 estudiantes chilenos del tercer grado de primaria pertenecientes a nueve escuelas diferentes que se consideran representativos de los alumnos en escuelas urbanas. Encontraron niveles de confianza más bajos en los estudiantes chilenos respecto de los finlandeses y dan cuenta de que los niños chilenos creen que no es lo mismo fallar en matemáticas que fallar en otras materias ya que, ser bueno en matemáticas es visto como ser inteligente.

Por último presentamos los estudios de Guerrero, Blanco y Castro, 2001, Gil, Blanco y Guerrero, 2005 y Gil, Guerrero y Blanco, 2010, que son estudios que abordan cómo las emociones, actitudes y creencias, específicamente las creencias de autoeficacia, influyen en el comportamiento y la actividad matemática de los estudiantes.

En Guerrero, Blanco y Castro (2001) se considera que no son los hechos reales sino los pensamientos, creencias y actitudes los que determinan los sentimientos y emociones. Según estos autores como resultado de la experiencia en la clase de matemáticas los estudiantes generan creencias acerca de la matemática, su enseñanza y su aprendizaje y sobre sí mismos respecto a la matemática, estas creencias se van estabilizando haciéndose resistentes al cambio y tienen una fuerte componente afectiva que engloba la confianza, autoconcepto y autoeficacia. Al mismo tiempo, los estudiantes adquieren una concepción sobre los problemas de matemáticas y la forma de resolverlos promoviendo en ellos actitudes concretas para abordarlos.

Un efecto de la historia repetida de fracasos en la solución de problemas rutinarios y la falta de recursos para resolver problemas más complejos los lleva al deterioro de sus creencias de autoeficacia y a una baja autoestima, elevando sus niveles de ansiedad cuando deben resolver problemas matemáticos (Guerrero, Blanco y Castro, 2001).

Los autores proponen un proyecto de intervención en el que los profesores pueden favorecer una percepción apropiada del éxito/fracaso de los estudiantes e influir en las atribuciones de los alumnos. Dicho proyecto se propone para que sea desarrollado en un total de 10 sesiones a lo largo de un mes y medio con 10 o 15 estudiantes que deben participar de manera voluntaria y en las que el objetivo es aprender a resolver problemas de matemáticas, disminuir el estado de activación y tensión psicológica que pudiera incidir negativamente en el rendimiento de los estudiantes, enseñar a manejar pensamientos y emociones disfuncionales ante las tareas matemáticas, al tiempo que se corrigen falsas atribuciones y creencias relativas a sí mismos. El alcance de cada uno de estos objetivos se realiza a través de la aplicación un modelo de resolución de problemas inspirado en el modelo de Polya y la valoración de los aspectos afectivos y psicológicos durante las sesiones con la aplicación de diferentes instrumentos diseñados específicamente para cada uno de los factores que se analizan, por ejemplo el ISRA que es un inventario que permite la evaluación de las respuestas cognitivas, fisiológicas y motoras ante situaciones específicas. Guerrero, Blanco y Castro (2001) consideran que con este programa es posible que los profesores ayuden a que sus estudiantes adquieran confianza en sí mismos.

Gil, Blanco y Guerrero (2005) revisan y profundizan en el significado y la influencia que el afecto ejerce en el aprendizaje de las matemáticas. Abordan los principales descriptores básicos del dominio afectivo: creencias, actitudes y emociones, y cómo los afectos van a condicionar el éxito y/o fracaso de los estudiantes a la hora de enfrentarse a esta disciplina. Entre las conclusiones resultado de esta revisión destacan que:

> La abundancia de fracasos en el aprendizaje de las matemáticas, en diversas edades y niveles educativos, puede explicarse, en gran parte, por la aparición de actitudes negativas originadas por factores ambientales y personales, cuya detección constituiría el primer paso para tratar de contrarrestar su influencia negativa con efectividad.
>
> Muchos estudiantes creen que las matemáticas son una ciencia abstracta, rigurosa y exacta que desarrolla el razonamiento lógico, asumiendo una concepción de las matemáticas como ciencia por excelencia que obliga a pensar y que favorece la formación intelectual del individuo. En consonancia con la creencia de que la Matemática es creada por gente prestigiosa, muy inteligente y creativa (Gómez-Chacón, 2000) y reforzada por su experiencia escolar, los alumnos tienen la imagen de que los mejores estudiantes en clase

de matemáticas son los más preparados y los más inteligentes del grupo. Por tanto, y teniendo cuenta lo anterior, su experiencia como aprendices de matemáticas conforma en ellos una idea negativa de la enseñanza de las mismas (aburrida, mecánica, sin sentido) y del aprendizaje matemático al que consideran útil, pero complicado y difícil. Como consecuencia de esto, piensan, aunque no lo explicitan, que es inaccesible para muchos, lo que refuerza una baja autoestima en relación con la actividad matemática (Blanco y Guerrero, 2002). (p. 27).

Los autores de este estudio proponen desarrollar :

"Programas de Alfabetización Emocional en Educación Matemática", con el fin de promover el cambio de actitudes, creencias y emociones de los estudiantes hacia las Matemáticas y su aprendizaje (…) fomentar las relaciones de colaboración y cooperación entre los profesores de Matemáticas y los psicopedagogos en el campo del dominio afectivo, debido, como se ha podido apreciar, a su influencia en la calidad del aprendizaje escolar, a través de la puesta en marcha y desarrollo de proyectos y programas de prevención e intervención en dificultades de aprendizaje en Matemáticas y de educación emocional en esta área de conocimiento, que favorezcan la atracción y gusto por la disciplina, mejoren las actitudes, creencias y reacciones emocionales que experimentan los alumnos hacia ella y su aprendizaje. (Gil, Blanco y Guerrero, 2005, p. 28).

En Gil, Guerrero y Blanco (2010) se realiza un estudio con el objetivo de analizar las creencias, las actitudes y las reacciones emocionales que tienen los estudiantes cuando aprenden matemáticas. Empleando una muestra probabilística de 346 estudiantes de segundo ciclo de la ESO (Educación Secundaria Obligatoria) del sistema escolar español, a los que se les aplicó un cuestionario sobre creencias y actitudes, se busca comprender "cómo los estudiantes al aprenden matemáticas y al interactuar con su entorno, interiorizan determinadas creencias y valoraciones negativas o positivas hacia ellas y hacia él mismo como aprendiz" (p. 50). Aunque el estudio de estos autores tiene un tinte de género, aquí resaltaremos las conclusiones más generales a las que llegan.

Según estos autores las reacciones emocionales de los estudiantes están condicionadas por sus creencias acerca de sí mismo y acerca de las matemáticas. En su análisis encontraron que es necesario, pero no suficiente, que los alumnos tengan un concepto positivo de su valía y competencia para el trabajo escolar para tener un buen rendimiento, el obtener buenas calificaciones en matemáticas, motiva a los estudiantes y mejora su autoconcepto como aprendices de esta disciplina, favoreciendo así su rendimiento académico. El alto sentido de autoeficacia influye positivamente en su percepción de la matemática y en sus expectativas de logro, además los estudiantes consideran que si entienden matemáticas, entonces podrán asimilar y comprender otras materias relacionadas con éstas. Por último, encuentran también que los estudiantes atribuyen el éxito o el fracaso escolar a su dedicación y esfuerzo personal y no a la actitud de los profesores o a la suerte.

Los estudios anteriores dan cuenta de tres aspectos relevantes que hay que considerar: las investigaciones recientes sobre creencias de los estudiantes tienen una aproximación cuantitativa y cualitativa a la vez, abordan una diversidad de aspectos que componen o se derivan de las creencias, como el autoconcepto, autoeficacia, razonamiento y rendimiento matemático, entre otros, y por último, consideran que son las experiencias que viven los estudiantes las que van configurando, a través del tiempo, sus creencias.

3. MARCO TEÓRICO

Pajares (2002) considera que si se emplea la teoría cognitiva social como marco de análisis del comportamiento matemático de los estudiantes, los maestros pueden trabajar para mejorar los estados emocionales de sus alumnos y corregir sus fallos, auto-creencias y hábitos de pensamiento, permitiéndoles mejorar sus habilidades académicas y prácticas de autorregulación, así como alterar las estructuras escolares y de aula que pueden estar socavando el éxito del estudiante.

La teoría cognitiva social tiene sus raíces en una vista de la acción humana en la que los individuos son agentes que participan en forma proactiva su propio desarrollo y pueden hacer que las cosas sucedan con sus acciones. La clave de este sentido es el hecho de que, entre otros factores personales, los individuos poseen auto-creencias que les permiten ejercer una medida de control sobre sus pensamientos, sentimientos y acciones (Bandura, 1986, p. 25, citado por Pajares, 2002).

Según Pajares (2002), Bandura proporciona una visión del comportamiento humano en el que las creencias que las personas tienen sobre sí mismos son elementos críticos en el ejercicio del control y de la acción personal. De este modo la teoría cognitiva social postula que factores tales como las condiciones económicas, el estado socioeconómico, así como las estructuras educativas y familiares no afectan directamente el comportamiento humano. En su lugar, son las creencias de autoeficacia, estándares personales, estados emocionales y otras influencias de autorregulación, las que determinan la medida en que estos factores afectan las aspiraciones de las personas.

ISSN: 2594-1046

Diversos autores han encontrado que las creencias de autoeficacia influyen en las actitudes, los logros académicos y la elección de carrera, más que otras variables importantes como la ansiedad y la autorregulación (Zimmermann, 2000, citado por Nicolaidou y Philippou, 2003).

Por otro lado, Rolka & Roesken-Winter (2015), al igual que Gil, Blanco y Guerrero (2005), consideran que las creencias sobre las matemáticas se basan a menudo en experiencias propias de un individuo como estudiante de matemáticas. Por ejemplo, las creencias que la matemática es difícil, los problemas tienen una única respuesta, así como todos las ideas acerca de la memorización de fórmulas las se derivan de experiencias en el aula, en donde estas ideas se transmiten implícitamente y son constantemente reforzadas.

Siguiendo las ideas hasta aquí descritas es que se explica que la experiencia de los estudiantes de la carrera de matemáticas en la UAZ, modificaron sus creencias (o componente de valor de las creencias) sobre las matemáticas y que este cambio repercutió, en la mayoría de los casos, negativamente en sus creencias de autoeficacia (componente de expectativa).

4. MÉTODO

Para la recolección de la información se aplicaron tres entrevistas semiestructuradas que se emplearon como técnica para favorecer la producción de un discurso conversacional, continuo y con una cierta línea argumental, no fragmentada. El protocolo de la primer entrevista, realizada a 47 estudiantes de nuevo ingreso a la Licenciatura en Matemáticas que se ofrece en la Unidad Académica de Matemáticas de la Universidad Autónoma de Zacatecas (UAM-UAZ), contiene preguntas que tienen el objetivo de estimular a los participantes a relatar su identidad matemática enfocada en tres momentos: pasado, presente y futuro. Por ello las preguntas fueron agrupadas en tres conjuntos: (1) Preguntas para indagar acerca de los motivos o razones explícitos que los participantes tuvieron en el momento presente para elegir estudiar una carrera de matemáticas (Tabla 1), (2) preguntas para indagar en la vida matemática de los participantes y su experiencia con la matemática (Tabla 2) y (3) preguntas para indagar las expectativas de los estudiantes al elegir estudiar la carrera de matemáticas (Tabla 3). Esta primera entrevista se realizó en agosto del 2014. La segunda y tercera entrevista se realizaron en septiembre y diciembre del mismo año y el protocolo contiene preguntas con las que se pretendió conocer las experiencias de los estudiantes durante el tiempo que llevaban en la carrera. (Tabla 4).

Motivación por estudiar una carrera de matemáticas
¿Podrías decirme tus razones y motivos para estudiar la carrera de matemáticas en la UAM-UAZ? ¿Alguna otra razón o motivo que quieras contarme por estudiar la carrera de matemáticas? ¿Cuáles son tus expectativas de éxito o fracaso en la carrera de matemáticas?

Tabla 1: Protocolo primer entrevista. Preguntas acerca de motivos de la elección de la carrera de matemáticas.

Vida escolar
¿Me podrías decir a qué te has dedicado a lo largo de tu vida? ¿Me podrías contar sobre tu formación académica? ¿Dónde has estudiado? ¿Qué estudiabas ahí? ¿Qué te motivo a estudiar en esos lugares? ¿Qué te gusto y qué te disgusto de haber estudiado en esos lugares? Cuéntame sobre tu trayectoria escolar ¿Qué materias te han gustado? ¿Por qué? ¿Qué materias has reprobado? ¿A qué atribuyes haber reprobado? ¿Qué cosas te han gustado de la prepa? ¿Por qué? ¿Qué cosas te han disgusta de la prepa? ¿Por qué? ¿Me podrías contar un poco sobre tu familia? ¿A que se dedican? ¿Qué han estudiado?
Vida académica
Cuéntame la historia de tu vida en relación con las matemáticas. Tomando en cuenta toda tu vida cuéntame algunas experiencias positivas con las matemáticas ¿por qué experimentaste todo eso? Tomando en cuenta toda tu vida cuéntame algunas experiencias negativas con las matemáticas ¿por qué experimentaste todo eso? ¿Alguna otra experiencia positiva o negativa que quieras contarme?

Tabla 2: Protocolo primera entrevista. Preguntas acerca de la vida matemática.

Expectativas por estudiar una carrera de matemáticas
¿Podrías explicarme lo que esperas obtener al estudiar la carrera de matemáticas? ¿Cómo imaginas que usarás las matemáticas en un futuro? ¿Cuáles son sus expectativas de trabajo al terminar la carrera? ¿Usted conoce matemáticos? ¿Quiénes? ¿Piensa seguir estudiando cuando termine la Carrera?, ¿Por qué le gustaría seguir estudiando eso?

Tabla 3: Protocolo primera entrevista. Preguntas acerca de expectativas en la elección de la carrera de matemáticas.

¿Podrías contarme algunas experiencias positivas en la carrera? ¿Podrías contarme algunas experiencias negativas en la carrera? ¿Podrías contarme alguna otra experiencia negativa o positiva en la carrera? Si bien ya antes te preguntamos ¿Me podrías contar de nuevo tus razones y motivos de ingresar a la carrera de matemáticas? ¿Qué piensas en este momento de esos motivos?

¿Has pensado dejar la carrera? ¿Por qué sí o no? Si contestaron NO ¿Qué emociones o sentimientos o emociones experimentas ante el futuro próximo en la carrera? Si contestaron SÍ ¿Qué emociones o sentimientos o emociones experimentas ante el futuro próximo ante la perspectiva de abandonar la carrera? ¿Qué te motiva a seguir en la carrera?

Tabla 4: Protocolo segunda y tercera entrevista.

Durante este primer semestre de permanencia de los estudiantes en la escuela, algunos de ellos fueron desertando de la carrera, de forma tal que al final de la aplicación de las tres entrevistas fueron 21 estudiantes de los cuales se contaba con las tres entrevistas. Todas las entrevistas fueron videograbadas y transcritas en su totalidad.

Para el análisis de la información se realizó un análisis temático que, de acuerdo a Braun & Clarke (2006), consta de seis etapas:

- Familiarizarse con los datos.
- Generación de códigos iniciales.
- Búsqueda de temas.
- Revisión de temas.
- Definición y nomenclatura de temas.
- Elaboración del informe.

La transcripción de las entrevistas fue realizada por una persona ajena al grupo de investigadores. La familiarización con los datos por parte de los investigadores se llevó a cabo reescribiendo dichas transcripciones. Trabajar con la información en Excel hace posible la generación de códigos de forma horizontal (respuestas de un solo estudiante a cada una de las preguntas de la entrevista) y de forma vertical (respuestas de cada uno de los estudiantes a una misma pregunta). Se generaron los códigos iniciales que se asociaron luego en temas que englobaban la idea general de los códigos que se revisaron y nombraron de acuerdo a su contenido. Finalmente se elaboró el presente reporte.

5. RESULTADOS

Del análisis de las respuestas de la primera entrevista se definieron dos temas para las creencias de autoeficacia, en ambos casos el sentido de autoeficacia de los estudiantes es alto.

5.1. Tema 1: Creencias de autoeficacia por experiencias de dominio

Los estudiantes expresan que desde que estudiaron en la primaria, otros en secundaria y algunos dicen que a partir del bachillerato, las matemáticas se les facilitaban y les gustan. Siempre les ha ido bien en los exámenes, sus calificaciones siempre han sido altas, han participado en concursos de matemáticas en los que han vivido buenas experiencias.

Citlali: Desde la secundaria realizaba mis tareas de Matemáticas con gusto. De hecho el examen final para concluir segundo grado fue de puras Matemáticas, y no se me hizo difícil.

Concepción: En prepa me iba bien, en los exámenes también y yo me decía "a ver si me invitan" [a una olimpiada/concurso de matemáticas]. El profe los elegía [a los estudiantes] por medio de exámenes, y me tocó ir.

Itzel: En la primaria odiaba las Matemáticas. En secundaria fue cuando ya comenzaron a gustarme, me volví una alumna de ochos y de sietes [se refiera a las notas donde 10 es la máxima y 1 la mínima]. Cuando entré a la preparatoria subí mi promedio a nueve y diez, tengo muy buenas calificaciones en matemáticas.

Andrea: En la primaria en quinto o sexto año, tuve un profe que enseñaba muy bien, yo creo que a él le gustaban mucho las Matemáticas, y la mayor parte del día nos daba clases de Matemáticas, yo siempre sacaba diez en las actividades del libro, incluso mi promedio fue de diez.

Brayan Lizarde: En la secundaria siempre exentaba Matemáticas, y si no lo hacía era de los que tenía mejores calificaciones, nueves y dieces, la calificación que tuve más baja fue ocho, lo que más me gusta es el álgebra y el cálculo, la geometría se me hace más difícil, porque son muchos teoremas.

Luis Enrique: en la ciudad de Río Grande, ahí estuve en el taller de dibujo técnico, ahí empecé el gusto por las Matemáticas, participé en concursos de Matemáticas y saqué el tercer lugar.

Cruz Eduardo: A partir de la primaria me empezaron a gustar las Matemáticas, y fue hasta en quinto de primaria, dónde fui a una Olimpiada de conocimientos generales; en la secundaria fui a las olimpiadas de Matemáticas, ahí sólo llego a nivel estatal a Zacatecas.

Arturo Díaz: De hecho, en la primaria y en la secundaria me fue bien [en matemáticas]. En la secundaria fui a un concurso a representar a mi escuela, en la prepa la vez que más batalle fue en segundo semestre, pero era por las faltas.

5.2. Tema 2: Experiencias de autoeficacia por experiencias vicarias

El origen de las creencias de autoeficacia de algunos estudiantes son las experiencias vicarias (indirectas), para hablar de su capacidad en la matemática hacen referencia a un menor rendimiento matemático por parte de sus compañeros.

Irvin: Pues lo que me gustaba siempre de las Matemáticas es que yo acababa primero los ejercicios, salía primero, yo era de los que salía primero siempre, solía salir antes del recreo.

Al otro día al llegar a clases me tenían problemas más difíciles a comparación de los demás alumnos del grupo, se me hacía raro que me trataran diferente. Conforme pasaba los años en la escuela por ejemplo en la secundaria yo hablaba en la clase sobre Matemáticas. En la prepa cuando empezaron las Matemáticas el profe explicaba yo entendía, y después yo les explicaba a mis compañeros de una manera fácil para que ellos entendieran.

Cecilia: Una experiencia positiva que me acuerdo mucho es con el profesor Alcalá, quien me dio Matemáticas en el prepa. *Mis compañeros se sentían emocionados cuando sacaban un seis con él, porque era muy difícil pasar, y yo logré sacar un diez*.

En general en el discurso de la entrevista 1, los estudiantes no hacen referencia a experiencias negativas con la matemática.

En el análisis de la entrevista 2 y 3 se definieron cinco temas en los que las respuestas de los estudiantes dan cuenta de que sus creencias de autoeficacia han sido trastocadas por las experiencias de dominio que han enfrentado durante el primer semestre de la carrera:

5.3. Tema 1: Siento que sí puedo terminar la carrera, se me ha hecho fácil, me siento capaz

Son pocos los estudiantes que expresan que después de haber vivido el primer semestre de la carrera sienten que han enfrentado pocas o ninguna dificultad de forma tal que su sentido de autoeficacia sigue siendo alto.

Irvin: Siento que voy a terminar en el tiempo que es, que no voy a llevarme ninguna materia.

Brayan: Quiero seguir, porque se me hace muy fácil lo que estamos viendo, se me hace muy fácil para mis capacidades.

Héctor Jesús: Usualmente no suelo pensar muy a futuro, por ejemplo ahora lo único que pienso es en terminar bien la carrera, y después buscar otras cosas, por ejemplo intentar hacer el servicio como asistente de investigación, me siento emocionado y motivado para seguir en la carrera.

5.4. Tema 2: Debo dedicar más tiempo, hay que estudiar y hacer tareas, echarle ganas, ser constante

Prácticamente la totalidad los estudiantes, el 95%, considera que la carrera no era del todo lo que esperaban, que han enfrentado dificultades pero que lo que se requiere es dedicar más tiempo, ser constante, realizar todas las tareas y estudiar en casa, algo que no necesariamente hacían en los niveles escolares anteriores, en este punto interpretamos que las creencias de autoeficacia de los estudiantes se tambalearon pero consideran aún a su alcance el hecho de terminar la carrera.

Andrea: Me imagino que va a estar más difícil, *pero me siento como a prueba*, *tengo que echarle ganas* y siento que es como una prueba, si termino la carrera de Matemáticas, siento que puedo hacer cualquier cosa.

Arturo Díaz: La verdad sigo pensando lo mismo, me siguen gustando las Matemáticas, aunque se me están haciendo un poco difíciles, todos piensan que es más Cálculo y más números, pero no es así, yo sabía que iba a ser más tarea, más Cálculo y que la revisión iba a ser más exhaustiva, y que iba a ser como en precálculo que te iban a tener haciendo puras operaciones, y en la primer semana en la licenciatura me encontré que iba a tener axiomas, demostraciones, y me pegó el hecho de que no sabía cómo demostrar, y *ahora ya sé que usar, cómo hacerlo, y sigo pensando lo mismo, que quiero hacer esto porque me gusta y se me sigue haciendo todavía más interesante*, el hecho de demostrar y enseñarme a pensar, ver lo que entiendo y lo que no, pero el objetivo principal es enseñarme a pensar, porque pensar rápido no sólo te ayuda aquí en Matemáticas… en todos los aspectos de la vida cotidiana, entonces siento que las expectativas son buenas.

Gerardo: Siento que se me está facilitando, y que *hay que tener constancia para entender*, ahora me motiva el que me gusta y le entiendo muy bien.

José de Jesús: De este semestre me quedo la experiencia de que *tengo que echarle más ganas, de que tengo que entregar trabajos, y hacerlos bien*, porque a veces me daban ganas de hacerlos bien.

5.5. Tema 3: Es más difícil, he batallado, no me va bien en los exámenes y tareas y obtengo bajas calificaciones

15 de los 21 estudiantes asumen que la carrera es difícil y su referencia son las bajas calificaciones que han obtenido en los exámenes y tareas que entregan para revisión. Consideran que terminar la carrera dependerá de si esto mejora. El sentido de autoeficacia parece dañado y no tienen claro el esfuerzo que deben poner para recuperarse.

Concepción: Pensar en pasar los ordinarios, y echarle más ganas en los otros semestres, y *si no paso las volveré a cursar*, estoy decidida a quedarme en la carrera.

Karen: *Me frustra*, *pero si se da la oportunidad de recursar la materia* está bien, para que pueda yo aprender más.

Itzel: Al principio [pensó en dejar la carrera] pero hablando con otros amigos me doy cuenta que no tiene nada que ver, *me han dicho incluso que si repruebo alguna materia no pasa nada si la repito, que aquí lo importante es no rendirte*.

5.6. Tema 4: No entiendo todo, a ratos le entiendo, más o menos le entiendo, poco a poco entiendo o no puedo demostrar

Siete estudiantes explican las dificultades enfrentadas diciendo que no entienden todo lo que se explica en las clases, que algunos temas o materias son más difíciles que otros y que las demostraciones han representado un verdadero obstáculo.

Luis Enrique: *Los números complejos, me hicieron sentir menso*, *como que casi todo lo entendí,* pero sí es falla de operaciones, y aprenderme las formulas no se me da (…) me gustó la carrera, ya le agarré la onda, *se me complica demostrar pero ahí la llevo*, me siento que voy normal.

Cruz Eduardo: Todavía me sigue motivando el que me gustan las Matemáticas, y *que a algunas cosas sí les entiendo, me motiva a seguir el echarle ganas,* el aprender.

José Sifuentes: *Que Álgebra se me hace muy difícil y eso me estresa.*

5.7. Tema 5: Me siento perdido o confundido, Pienso que no voy a poder o que no voy a pasar o que no sirvo para eso

Para algunos estudiantes el sentido de autoeficacia está al borde del colapso consideran que es muy difícil continuar en la carrera y han perdido toda confianza en sus habilidades y capacidades matemáticas.

Diego: Que no sé si voy a seguir, porque está muy difícil, me quiero salir porque no puedo, y más adelante está más difícil.

Luis Israel: Me confundió, porque como la mayoría yo tenía como la mayoría tenía el estereotipo de que iba a hacer operaciones por todos lados, y eso me sacó un poco de onda, porque de tan fáciles que son las cosas se me hacen difíciles, a veces es tan obvio, que me desmotivo, pero también son muy interesantes.

José Sifuentes: Sí [pensó en dejar la carrera] porque había unos temas muy difíciles y eso me hacía pensar que no servía para eso, si pones atención es que te va más o menos.

Karen: Como que todavía no me adapto al cambio de la prepa, y el cambiar de ciudad, me gusta la carrera, pero no sé si voy a pasar, me siento mal (…) no voy a pasar, ni álgebra, ni lógica, ni geometría.

6. CONCLUSIONES

Los resultados que hasta ahora se tienen de esta investigación dan muestra de cómo la experiencias de dominio enfrentadas por los estudiantes durante el primer semestre de la carrera de matemáticas trastocan sus creencias de autoeficacia a pesar de que en la entrevista 1 parecen ser éstas las fuentes de su sentido inicial de estas creencias. Los estudiantes que confiaban en sus habilidades matemáticas esperaban obtener altas calificaciones en los exámenes y dedicar poco esfuerzo para alcanzarlas, sin embargo las dificultades superan estas expectativas y tambalean su sentido de autoeficacia.

El sobreponerse al estrés, que puede inferirse del discurso de cada uno de los estudiantes, podría ser también un factor que explica su persistencia en la carrera a pesar de las dificultades. De acuerdo a

ISSN: 2594-1046

Bandura (1994), son las experiencias de dominio las que permiten que los estudiantes se convenzan de que tienen lo necesario para tener éxito y perseverar ante la adversidad recuperándose rápidamente de los reveses y aunque sus reacciones al estrés, en efecto, alteran su estado emocional, si esta alteración es interpretada de manera negativa, como un signo de vulnerabilidad, se generará una creencia de bajo nivel de eficacia. Si el estado de ánimo se interpreta de manera positiva, la excitación afectiva se cataliza como un energizante de rendimiento y aumenta la percepción de autoeficacia.

De esta forma los estudiantes tienden a seleccionar las tareas y actividades en las que se sienten competentes y seguros y evitar aquellas en las que no lo hacen. El sentido de autoeficacia ayuda a crear sentimientos de serenidad en abordar las tareas y actividades difíciles. Cuando la autoeficacia se ve trastocada los estudiantes tienden a creer que las cosas son más difíciles de lo que son, esto fomenta la ansiedad, el estrés, la depresión, y una visión estrecha sobre cómo superar las dificultades.

7. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Bandura, A. (1994). Self-efficacy. En Ramachaudran (Eds.), *Encyclopedia of human behavior*, *4*(71-81). New York: Academic Press.

Braun, V., & Clarke, V. (2006). Using thematic analysis in psychology, *Qualitative Research in Psychology*, 3, 77-101.

Chaves, E., Castillo, M., & Gamboa, M. (2008). Creencias de los estudiantes en los procesos de aprendizaje de las matemáticas. *Cuadernos de investigación y formación en educación matemática*, *3*(4), 29-44.

Chiu, M., & Xihua, Z. (2008). Family and motivation effects on mathematics achievement: Analyses of students in 41 countries. *Learning and instruction*, *18*, 321-336.

Giaconi, V., Varas, M. L. Tuohilampi, L., & Hannula, M. (2016). Affective factors and beliefs about mathematics of Young chilean children: Understanding cultural characteristics. En Felmer, P. (eds.), Posing and solving mathematical problems, *Research in mathematics education*. 3, 37-51.

Gil, L., Blanco, L. J. y Guerrero, E. (2005). El dominio afectivo en el aprendizaje de las matemáticas. Una revisión de sus descriptores básicos. *Revista Iberoamericana de educación matemática*, 2, 15-32.

Goldin, G., Hannula, M., Heyd-Metzuyanim, E., Jansen, A., Kaasila, R., Lutovac, S., … Zhang, Q., (2016). *Attitudes, beliefs, motivations and identity in mathematics educations. An Overview of the field and future directions.* Hamburgo: Springer

Guerrero, E., Blanco, L. J. y Castro, F. (2001). Transtornos emocionales ante la educación matemática. En García, J.N. (Coor.), *Aplicaciones de Intervención Psicopedagógica*. Extremadura: Pirámide, 229-237

Hannula, M. (2006). Motivation in mathematics: Goalds reflected in emotions. *Educational Studies in Mathematics*. 63, 165-178.

Jäder, J. Sidenvall, J. & Sumpter, L. (2016). Students´ mathematical reasoning and beliefs in non-rutine task solving. *Int J of Sci and Math Educ*. 1-18.

ISSN: 2594-1046

Leder, G. C. (2015). Prólogo. En Pepin, B. & Roesken-Winter, B. (Eds.) *From beliefs to dynamic affect systems in mathematics education. Exploring a mosaic of relationships*. (pp. V-X). Berlin: Springer.

Nicolaidou, M. & Philippou, G. (2003). Attitudes towards mathematics, self-efficacy and achievement in problem-solving. In *European Research in Mathematics Education III*, Thematic group 2 (1-11).

Pajares, F. (2002). *Overview of social cognitive theory and of self-eficacy*. Recuperado de http://www.emory.edu/EDUCATION/mfp/eff.html.

Rolka, K. & Roesken-Winter, B. (2015). Networking Theories to Understand Beliefs and Their Crucial Role in Mathematics Education. In B. Pepin, & B. Roesken-Winter, (Eds.), *From beliefs to dynamic affect systems in mathematics education, Exploring a mosaic of relationships.* (pp. 73-94). Berlin: Springer.

Sumpter, L. (2013). Thems and interplay of beliefs in mathematical reasoning. *International journal of science and mathematics education. 11*, 115-1135.

ISSN: 2594-1046

Creencias de Profesores de Matemáticas Fuera del Campo Acerca de la Evaluación de los Aprendizajes

María E. Valle Zequeida
Universidad Autónoma de Guerrero, mevzy2@gmail.com
Gustavo Martínez Sierra
Universidad Autónoma de Guerrero, gmartinezsierra@gmail.com
Javier García García
Universidad Autónoma de Guerrero, libra_r75@hotmail.com
Crisólogo Dolores Flores
Universidad Autónoma de Guerrero, cdolores2@gmail.com

Resumen

Dentro de la Matemática Educativa se han hecho diversas investigaciones de creencias acerca de las matemáticas y de creencias acerca de la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas; sin embargo, poco se ha investigado acerca de las creencias de evaluación de los aprendizajes a pesar de su importancia en los procesos de enseñanza aprendizaje de las Matemática. Para comenzar a llenar este vacío, la presente investigación cualitativa tiene por objetivo identificar las creencias acerca de la evaluación de los aprendizajes de 18 profesores de matemáticas con la característica de que no tienen educación formal para la enseñanza de las matemáticas. La recolección de datos fue a través de entrevistas semiestructuradas. El análisis fue guiado por las fases del análisis temático propuesto en Braun y Clarke (2006). Los resultados muestran que la creencia predominante es que 'la evaluación tiene que observar que los alumnos apliquen su conocimiento' además, pudimos inferir la creencia acerca de las matemáticas como aquellas que son para aplicarse, estableciendo algunas relaciones entre ellas.

Palabras clave: Creencias de profesores, La evaluación en Matemáticas, Análisis temático, Creencias de profesores acerca de la evaluación en matemáticas.

1. INTRODUCCIÓN

Muchos trabajos se ha enfocado en investigar sobre las creencias de profesores (Fives & Gregoire, 2015). La promesa del campo de estudios de las creencias de profesores ha sido que las creencias entendidas como construcciones mentales relativamente estables influyen significativamente en el comportamiento de los profesores (Skott, 2015a, 2015b). En ese camino, diversas investigaciones han mostrado que las creencias de profesores acerca de las matemáticas parecen proporcionar una base sólida para las prácticas de instrucción (Pajares, 1992; Richardson, 1996).

En matemática educativa mucha de la investigación sobre creencias de profesores se ha enfocado en investigar las creencias de profesores de Matemáticas acerca de las Matemáticas y creencias acerca de la Enseñanza y Aprendizaje de las Matemáticas (Beswick, 2007; Cross, 2009; Ernest, 1989; Handel, 2003; Liljedahl, 2009; Maasz & Schlöglmann, 2009; Philipp, 2007; Raymond, 1997; Stipek, Givvin, Salmon, & Macgyvers, 2001; Thompson, 1992; Zalská, 2012). En su conjunto estas investigaciones han mostrado, entre otras cosas, que las creencias que los profesores tienen acerca de la naturaleza y función de las matemáticas juegan un papel central en la manera que estos conciben la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas y en consecuencia en su práctica pedagógica. Raymond (1997), por ejemplo, afirma que influir en las creencias de los profesores puede ser esencial para cambiar la práctica de los profesores, en particular las creencias sobre las matemáticas mismas.

Por otro lado, a pesar de que es ampliamente reconocida en Matemática Educativa la importancia de la evaluación en el proceso de enseñanza y aprendizaje de las Matemáticas (Houston, 2001; Hunsader, Zorin, & Thompson, 2015; Iannone & Simpson, 2011; Niss, 1993) muy poco se ha investigado acerca de las creencias que los profesores tienen acerca de la evaluación en Matemáticas. Bajo estas consideraciones, el objetivo de esta investigación es comenzar a llenar este vacío a través de identificar las creencias de un grupo de profesores de preparatoria acerca de la evaluación en matemáticas. Estos profesores además, tienen la particularidad de no tener formación profesional para maestros de Matemáticas (son profesores fuera de campo) siendo en su mayoría Ingenieros.

Por lo descrito anteriormente, en esta investigación nos planteamos contestar la siguiente pregunta:

¿Cuáles son las creencias que un grupo de profesores de Matemáticas fuera de campo tienen acerca de la evaluación de los aprendizajes en Matemáticas?

2. MARCO CONCEPTUAL

No hay acuerdo sobre la definición de una creencia, sin embargo, de acuerdo con Skott (2015) se pueden identificar cuatro aspectos fundamentales que constituyen el núcleo del concepto: (1) "las creencias se utilizan generalmente para describir las construcciones mentales individuales, que son subjetivamente ciertas para la persona de que se trate" (p. 18), (2) "hay aspectos cognitivos, así como afectivos en las creencias, o por lo menos las creencias y los problemas afectivos son vistos como inextricablemente ligado, aunque considerado distinto" (p. 18), (3) "las creencias se consideran en general reificaciones temporal y contextualmente estables que puedan cambiar sólo como resultado de la participación sustancial en las prácticas sociales relevantes" (p. 18) y (4) "se espera que las creencias influyan significativamente en la forma en que los profesores interpretan y comprometerse con los problemas de la práctica" (pág. 19). En resumen, las creencias conceptuales de los de los profesores "se utiliza para designar construcciones mentales individuales relativamente estables, que son verdades subjetivamente cargados de valores y son los resultados de las experiencias sociales sustanciales y tienen un impacto significativo en las interpretaciones y contribuciones de los profesores para la práctica en el aula" (Skott, 2015a, p. 19).

3. METODOLOGÍA

3.1.Contexto

La investigación se llevó a cabo en una preparatoria ubicada en la ciudad de Pachuca México. La prepa-Pachuca (la llamaremos así en adelante) se encuentra adscrita a la Universidad pública más importante del estado de Hidalgo y es considerada como la prepa pública más importante de la región. La prepa-Pachuca atiende alrededor de 2500 alumnos inscritos y tiene una planta de 21 profesores de matemáticas, organizados en la llamada 'academia de matemáticas', para impartir los cursos de matemáticas de toda la currícula de matemáticas que semestre a semestre es respectivamente: Algebra, Geometría plana y trigonometría, Geometría analítica, Pre cálculo, Cálculo diferencial y Cálculo integral.

El modelo educativo de la prepa-Pachuca está basado en 'competencias' que, según el currículo de la prepa-Pachuca promueve que el aprendizaje del alumno que contempla el "saber" (conocimiento), el "saber hacer" (aplicación del conocimiento) y el "saber ser" (conducta y actitudes). Estos aspectos son contemplados en la evaluación que el profesor hace del rendimiento de los estudiantes. Por ello el currículo propone instrumentos de evaluación con la intención de que el alumno esté al tanto de cómo es, y cómo será la evaluación de su rendimiento académico: listas de cotejo, rúbricas, diarios de trabajo, portafolios de evidencias, y algún otro que haya generado el propio profesor. Además, son tres tipos de evaluación que se promedia, estos son la hetero evaluación (llevada a cabo por el profesor), la co-evaluación (valoración de los compañeros de clase del alumno) y la autoevaluación (evaluación de sí mismo).

La 'academia de matemáticas' de la prepa-Pachuca se encarga de hacer propuestas de enseñanza en las diferentes asignaturas de matemáticas, establecer criterios e instrumentos de evaluación y realizar

ISSN: 2594-1046

los exámenes de matemáticas que son aplicados a todos los grupos. Este hecho hace que los profesores participantes usen los mismos instrumentos de evaluación y consideren criterios similares. En los tiempos que hicimos el trabajo de campo la academia de matemáticas de la prepa-Pachuca, la ponderación de los diferentes tipos de evaluación eran: el examen 60%, trabajos en clase 10%, portafolio de evidencias es 10%, proyecto 10%, y auto-evaluación y coevaluación 10%.

3.2.Participantes

En la investigación participaron 18 profesores de matemáticas en servicio de la prepa-Pachuca. Algunos de los participantes trabajaban además en otras preparatorias y universidades de la ciudad de Pachuca. Los participantes tienen una edad que va de los 26 a 67 años y entre 1.5 a 33 años de servicio como maestros de matemáticas.

Ninguno de los participantes fue formado como profesor de matemáticas. Son ingenieros que tomaron la oportunidad de trabajar como maestros porque "se ajustan al perfil" (tener una carrera similar a las matemáticas). Dos de los participantes cuentan con estudios de posgrado relacionado con la enseñanza: una de ellas, Magaly, hizo una maestría en educación y otra, María una Maestría en Matemática Educativa. Así, excepto dos participantes, los demás profesores son de fuera del campo; es decir, maestros sin educación universitaria formal para la enseñanza de las matemáticas.

En su conjunto, todos los participantes imparten los diferentes cursos semestrales que imparte la prepa-Pachuca bajo el modelo educativo basado en 'competencias' según se describió en la sección de contexto. Los profesores de esta institución son continuamente capacitados mediante cursos y talleres que ofrece la prepa-Pachuca u otras dependencias estatales o nacionales. En la época que hicimos el trabajo de campo los participantes recientemente había cursado un diplomado en Competencias Docentes en el Nivel preparatoria impartido por la Asociación Nacional de Universidades e Instituciones de Educación Superior en México.

3.3.Recolección de datos

Los datos se recolectaron a partir de entrevistas cualitativas individuales semi-estructuradas llevadas a cabo por el segundo, tercero y cuarto autores de este trabajo y dos estudiantes de un doctorado en Matemática Educativa con experiencia previa en la realización de entrevistas cualitativas. La duración de las entrevistas osciló entre 60 y 120 minutos y fueron video-grabadas. Cada uno de los participantes

ISSN: 2594-1046

fue invitado a ser entrevistado por medio de un profesor intermediario (que también fue entrevistado). Este profesor contactó a sus compañeros y los invitó a participar en las entrevistas. Todos los participantes aceptaron de manera voluntaria ser entrevistados.

Al principio de cada entrevista se les pedía algunos datos personales y profesionales que fueron resumidos en la sección de participantes. Para indagar acerca de las creencias de evaluación la entrevista semi-estructurada fue guiada por las siguientes preguntas que fueron redactadas con el objetivo de conocer los por qué, qué, quien, cuándo y cómo de la evaluación en Matemáticas: (1) ¿Cómo evalúa en sus cursos de matemáticas?, (2) ¿Qué es evaluar en matemáticas? , (3) ¿Por qué evaluar en matemáticas?, (4) ¿Para qué sirve evaluar en matemáticas? , (5) ¿Cuándo se debe evaluar en matemáticas? (6) ¿Qué cosas o aspectos son las que deben ser evaluadas en matemáticas?, (7) ¿Qué instrumentos o herramientas se deben utilizar para evaluar en matemáticas?, (8) ¿Cómo deben expresarse o comunicarse los resultados de la evaluación en matemáticas?, (9) ¿Quién debe evaluar a los alumnos? ¿Quién debe evaluar a los profesores?, (10) ¿Qué pasaría si no hubiese evaluación en matemáticas? (11) ¿Qué pasaría si no hubiese exámenes en matemáticas?

3.4.Análisis de datos

Para el análisis de datos se siguieron las fases de un análisis temático propuesto en Braun y Clarke (2006, 2012) guiados por la definición de creencia de Pajares (1992, p. 316.): "juicio de un individuo de la verdad o falsedad de una proposición". El propósito del análisis temático es identificar los patrones de significado (temas) a lo largo de un conjunto de datos proporcionada por las respuestas a la pregunta de investigación (Braun y Clarke, 2006, p. 82.): "Un tema capta algo importante acerca de los datos en relación a la pregunta de investigación y representa un cierto nivel de respuesta con dibujos o significado dentro del conjunto de datos". Los patrones se identifican a través de un riguroso proceso de familiarización de datos, codificación de datos, y el desarrollo del tema y revisión. Para identificar los temas, además nos guiamos por palabras y frases clave del tipo "debe", "debería", "creo que", "debe", "tiene que", "estoy de acuerdo con" o "no estoy de acuerdo con". Cada uno de los temas, al final del análisis, fue identificado con una creencia. Las fases en nuestro análisis fueron:

Fase 1: familiarizarse con sus datos: Para familiarizarnos con los datos hicimos repetidas lecturas de las transcripciones de las entrevistas, esto contribuyó a familiarizarse con los datos y el lenguaje utilizado por los participantes. En este momento surgieron ideas de posibles códigos.

ISSN: 2594-1046

Fase 2: generación de códigos iniciales: Cada entrevista se analizó por separado, cada declaración sobre "la evaluación en matemáticas", "matemáticas", que interpretamos como "el juicio de un individuo de la verdad o falsedad de una proposición" fue codificada, se agruparon todas las declaraciones con significados similares en un código común.

Fase 3: Búsqueda de temas: De los códigos generados buscamos algunas relaciones entre ellos para establecer familias de códigos que fueron temas potenciales, contrastamos los extractos asociados a cada uno de los temas potenciales, en muchos casos los temas potenciales sufrieron modificaciones en la manera de nombrarlos o en su descripción.

*Fase 4: Repaso de temas:*Con los temas potenciales identificados en la fase anterior, discutíamos su correspondencia con los datos, establecimos agrupaciones de temas iniciales y eliminamos temas que no tenían suficiente evidencia para englobar las ideas de los profesores, generando así los nuevos temas.

Fase 5: Definición de temas: Una vez establecido el conjunto de temas finales redactamos la descripción de cada creencia / tema y nombramos cada tema con una proposición que reflejara un "juicio de la verdad o falsedad de una proposición". Al final agrupamos las creencias acerca del papel que juegan las creencias de evaluación en el proceso de evaluación.

Fase 6: la elaboración del informe: Finalmente hicimos la redacción de los resultados.

4. RESULTADOS

4.1.Creencias de los profesores acerca de la evaluación en Matemáticas

En función del papel que juega una creencia especifica en el proceso de evaluación hemos agrupado las 21 creencias identificadas por el análisis temático en 5 grupos (Tabla 1): (1) Creencias acerca de qué evaluar, (2) creencias acerca de para qué evaluar, (3) creencias acerca de quién debe avaluar, (4) creencias acerca las dificultades prácticas de evaluar y (5) creencias acerca de cuándo evaluar.

A continuación describimos algunas de las creencias identificadas en la mayor cantidad de profesores y presentamos la evidencia que soporta su identificación. Los títulos y subtítulos de las siguientes secciones se corresponden respectivamente con el grupo de creencias y con las creencias especificas identificadas en los participantes.

Creencias acerca de…			*F*
Qué evaluar		La evaluación debe mostrar si el alumno es capaz de aplicar sus conocimientos	*10*
		Además de evaluar la resolución de problemas también se debe evaluar la actitud de los estudiantes	*8*
		Además del resultado se debe evaluar el proceso de resolución de problemas	*6*
		Se debe evaluar en correspondencia con lo que enseña el maestro	*4*
Para qué evaluar	Saber	Lo qué ha aprendido el alumno	*15*
	Sirve	Para acreditar a los estudiantes	*9*
		Como retroalimentación para los alumnos y para el profesor	*5*
		Como retroalimentación para los alumnos	*4*
	Motiva	A los alumnos a interesarse por las matemáticas	*5*
		A los alumnos a estudiar y aprender	*4*
Quién debe evaluar a los	Alumnos	Debe ser llevada a cabo por el maestro del curso	*7*
		El profesor, el mismo alumno o alguien más como la academia	*7*
		Un maestro distinto al del curso	*3*
	Profesores	Otros profesores y/o directivos	*13*
		Sus alumnos de curso	*4*
Las dificultades prácticas de evaluar	La evaluación por competencias	Es difícil llevar a la práctica porque los grupos son numerosos y el tiempo limitado	*12*
		Llevada a la práctica permite aprobar a los estudiantes que no se esfuerzan lo suficiente	*3*
	La autoevaluación	Es difícil llevar a la práctica por la falta de honestidad de los estudiantes	*5*
Cuándo evaluar		La evaluación se debe realizar constantemente en cada clase	*12*
		La evaluación debe se debe realizar constantemente tema por tema	*4*

Tabla 1. Creencias de profesores acerca de la evaluación de los aprendizajes.

La evaluation debe mostrar si el alumno es el capaz de "Aplicar" sus conocimientos

10 participantes creen que la evaluación debe ser capaz de mostrar si los estudiantes son capaces de "aplicar" lo aprendido en el aula en otros lugares y contextos: "fuera de la escuela", "en la vida real" o en la "cotidiana vida".

ISSN: 2594-1046

Ignacio: La evaluación es ver que tanto el alumno tiene la capacidad para interactuar con su vida diaria; porque no es nada más adquirir el conocimiento, hay algunas cosas que se le preguntan en el examen enfocado hacia aplicaciones que puede tener afuera de la escuela o quizá lo mejor en la misma escuela.

Francisco: La evaluación es como un requisito idas [...] la evaluación es una parte administrativa, bajo mi opinión la verdadera evaluación seria que yo verificara que el alumno aplica afuera lo que ve en clase.

Además de evaluar la resolución de problemas también se debe evaluar la actitud de los estudiantes

8 participantes creen que además de que la evaluación se debe considerar la capacidad de resolución de problemas, también se debe evaluar la "actitud" de los estudiantes , su participación en el aula, el esfuerzo invertido para hacer las actividades, la disposición a trabajar en equipo, modales, etcétera.

Nadia: Bueno, no sé si estemos bien, pero, por ejemplo, yo les califico, además del conocimiento también su actitud, la actitud que ellos presentan hacia la materia.

Carlos: Evaluar para mí sería superior si no tuviera que hacer un examen escrito, y que con que yo viera que está funcionando, que ha cambiado, que tiene los conocimientos, que los aplica, que ha cambiado su conducta, modales y que ha habido un cambio integral en la persona [...].

Se debe evaluar para saber lo que ha aprendido el alumno

15 maestros creen que el proceso de evaluación es necesario y es la única forma en que pueden saber lo que han aprendido los alumnos, mencionan que podría haber modificaciones a la forma de evaluar quitando la escala numérica, pero definitivamente la evaluación debe existir.

Juan: Si quitamos la evaluación ... mi pregunta sería¿cómo nos vamos a dar cuenta que el alumno aprendió? ¿o que le enseñe al alumno? , si no tengo nada.

Elva: [...] yo necesito determinar qué es lo que realmente están aprendiendo mis alumnos y que no están aprendiendo ya sea para cambiar mi estrategia, para mejorarla o para continuarla.

La evaluación sirve para acreditar a los estudiantes

9 participantes que creen que la evaluación como esta propuesta en el modelo educativo es sólo un requisito administrativo. Consideran que la evaluación le sirve al alumno para acreditar el curso y así poder acceder a este otro curso o la universidad.

Jonathan: Entonces al final de cuentas creo que la evaluación, es un requisito para aprobar la materia.

Francisco: La evaluación es un requisito, porque yo podría evaluar de diferente manera pero en la parte administrativa es otra, hay que entregar un examen escrito, evaluar con portafolios de evidencias, desempeño en clases, participaciones, etc. la evaluación es una parte administrativa, la verdadera evaluación seria que yo verificara que el alumno aplica afuera lo que ve en clase .

La evaluación sirve como retroalimentacion para los alumnos y para el profesor

5 participantes creen que el resultado de la evaluación sirve tanto a los docentes como a los alumnos. Ambos pueden modificar sus prácticas con la información que da la evaluación.

Elva: El proceso de evaluación es importante porque nosotros obtenemos información, bueno tenemos datos, los procesamos, generamos información ya partir de ello tomamos decisiones [...] para determinar que tanto está aprendiendo ellos, para ver si se vuelve necesario que retomen el tema o para dar retroalimentaciones de ese tema

Jonathan: Evaluar seria ver si hace el procedimiento correcto o si está incorrecto, yo llamaría al alumno y le diría estas mal aquí, aquí, tienes que hacer estas correcciones y tener mucho cuidado de cómo resolver esto.

5. DISCUSIÓN

Esta investigación tuvo por objetivo identificar las creencias que un grupo de 18 profesores de preparatoria tienen sobre la evaluación en matemáticas. A través de un análisis temático guiado por la definición de creencia de pajares (1992, p 316) de que una creencia es " el juicio de la veracidad o falsedad de una proposición", identificamos de los datos recopilados por entrevistas semiestructuradas:

21 Creencias acerca de la evaluación (tabla 1); que de acuerdo con el papel que juegan en el proceso de evaluación hemos clasificado en 5 grupos: (1) Creencias acerca de qué evaluar, (2) creencias acerca de para qué evaluar, (3) creencias acerca de quién debe avaluar, (4) creencias acerca las dificultades prácticas de evaluar y (5) creencias acerca de cuándo evaluar.

5.1. Creencias de para qué y qué evaluar

En el año 2004 los planes de estudios de nivel medio superior incorporaron la perspectiva de un modelo educativo basado en competencias. Al principio había mucha resistencia por parte de los profesores para integrar otros elementos que no fueran los contenidos matemáticos en el proceso de enseñanza aprendizaje y evaluación de las matemáticas. Las creencias identificadas en la investigación sobre el para qué y que evaluar señalan que esto ha cambiado, al parecer los diferentes cursos talleres a los que asisten los participantes en donde se pone énfasis al 'saber hacer', 'saber' y al 'ser' han girado las creencias de los participantes hacia la creencia de la formación integral en el alumno. Así, muchos de los participantes no solo se consideran responsables del aprendizaje de los contenidos matemáticos, sino que también se sienten responsables del interés que los alumnos pongan en la asignatura, de su comportamiento en clase, incluso de sus actitudes y valores. De esta manera, los profesores perciben al proceso de enseñanza y aprendizaje como un proceso cada vez más complejo, que va más allá de la enseñanza y aprendizaje del conocimiento matemático y la resolución de problemas.

5.2. Creencias sobre qué evaluar

El conjunto las creencias de los profesores sobre que evaluar tiene una visión amplia; pues no sólo se centra en los resultados sino que incluye una creencia acerca de la "aplicación" de las matemáticas 'la evaluación debe mostrar si el alumno es capaz de "aplicar" sus conocimientos' y otra acerca evaluar la "actitud" de los estudiantes 'además de evaluar la capacidad de resolución de problemas también se debe evaluar la "actitud" de los estudiantes'. El origen de estas creencias y su relación con el contexto de los participantes se puede explicar por la influencia de la curricula educativa basada en competencias que sigue la preparatoria donde realizamos el estudio y que establece explícitamente la necesidad de enseñar y evaluar el "saber hacer", que es conocimiento práctico. Por ello la mayoría de los participantes consideran que es importante proponer a los estudiantes la resolución de problema 'aplicados' e incluso algunos refieren que llevan a los alumnos fuera del aula de realizar "actividades aplicadas" donde deben usar los conocimientos matemáticos.

De la misma manera la creencia de que 'además de evaluar la capacidad de resolución de problemas también se debe evaluar la "actitud" de los estudiantes' se puede explicar en parte la presencia en el currículo de la prepa-pachuca de tomar en cuenta el "saber ser" como una de las dimensiones del modelo educativo basado en competencias.

5.3. Creencias de para qué evaluar

Las creencias que enmarcamos en el grupo de creencias sobre para que evaluar se relacionan estrechamente con los tres principales propósitos de la evaluación que se señala en Brown (2008). Las creencias de los participantes de que 'se debe evaluar en matemáticas para saber lo que ha aprendido el alumno', 'evaluar sirve como retroalimentacion para los alumnos y para el profesor' y 'evaluar sirve como retroalimentacion para los alumnos' sugiere que para algunos de ellos la evaluación tiene el propósito de

ISSN: 2594-1046

la mejora de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas, ven la evaluación en un sentido formativo; pues muestra lo que los alumnos han aprendido y lo que no han aprendido; lo cual orienta las estrategias que debe seguir en sus clases. Así, estas creencias se pueden enmarcar en uno de los mayores propósitos que Brown (2008) que señala que la evaluación sirve como la mejora de la enseñanza y el aprendizaje.

Las creencias de los participantes de que 'evaluar motiva a los alumnos a "comprometerse' y 'evaluar motiva a los alumnos a estudiar y aprender' señala que para los participantes creen que sin la evaluación, los alumnos no tendrían interés de participar en clase, poner atención, entregar tareas, etc. no podrían aprender así, estas creencias se pueden enmarcar de los propósitos mayores que Brown (2008) señala la evaluación como hacer que los estudiantes sean responsables de su aprendizaje.

En este estudio no encontramos que la evaluación fuera irrelevante para los participantes, al contrario consideraban que tiene un papel sumamente importante junto al proceso de enseñanza aprendizaje. Sin embargo, sí existe inconformidad que se expresa en el grupo de creencias acerca de las dificultades prácticas de evaluar en matemáticas.

6. CONCLUSIÓN

Consideramos que la contribución de la presente investigación es relevante en el campo de las creencias de profesores dado que indagamos en el campo inexplorado de las creencias de profesores sobre evaluación en matemáticas. Nuestra hipótesis para investigaciones futura es que las creencias de los maestros sobre la evaluación en matemáticas, junto con las creencias las matemáticas, juegan un papel fundamental en el comportamiento y la toma de decisiones del profesor. Sugerimos, entonces, investigar más sobre las creencias de profesores sobre la evaluación en matemáticas e indagar el papel que juega en el comportamiento del profesor en el aula de matemáticas.

7. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Beswick, K. (2007). Teachers' beliefs that matter in secondary mathematics classrooms. *Educational Studies in Mathematics, 65*(1), 95–120. http://doi.org/10.1007/s10649-006- 9035-3

Braun, V., & Clarke, V. (2006). Using thematic analysis in psychology. *Qualitative Research in Psychology, 3*, 77–101. http://doi.org/10.1191/1478088706qp063oa

Braun, V., & Clarke, V. (2012). Thematic analysis. In H. Cooper (Ed.), *APA Handbook of Research Methods in Psychology, 2*, 57-71. Washington, DC: American Psychological Association. http://doi.org/10.1037/13620-004

Brown, G. T. L. (2008). Conceptions of assessment: Understanding what assessment means to teachers and students. New York, NY: Nova Science Publishers.

Cross, D. I. (2009). Alignment, cohesion, and change: Examining mathematics teachers' belief structures and their influence on instructional practices. *Journal of Mathematics Teacher Education, 12*(5), 325–346. http://doi.org/10.1007/s10857-009-9120-5

Ernest, P. (1989). The impact of beliefs on the teaching of mathematics. In P. Ernest (Ed.), *Mathematics teaching: The state of the art* (pp. 249–254). New York, NY: Falmer.

Fives, H., & Gregoire, M. (Eds.). (2015). *International Handbook of Research on Teachers' Beliefs*. New York, NY: Routledge.

Handel, B. (2003). Teachers' Mathematical Beliefs: A Review. *The Mathematics Educator, 13*(2), 47–57. http://doi.org/10.1167/iovs.10-7062

Houston, K. (2001). Assessing undergraduate mathematics students. In D. Holton (Ed.), *The Teaching and Learning of Mathematics at University Level: An ICMI Study,* (pp. 407–422). USA: Kluwer.

Hunsader, P. D., Zorin, B., & Thompson, D. R. (2015). Enhancing Teachers ' Assessment of Mathematical Processes Through Test Analysis in University Courses. *Mathematics Teacher Educator, 4*(1).

Iannone, P., & Simpson, A. (2011). The summative assessment diet: How we assess in mathematics degrees. *Teaching Mathematics and Its Applications, 30*(4), 186–196.

Liljedahl, P. (2009). Teachers' insights into the relationship between beliefs and practice. In J. Maasz & W. Schlöglmann (Eds.), *Beliefs and attitudes in mathematics education: New research results* (pp. 44–54). Rotterdam, The Netherlands: Sense Publishers.

Maasz, J., & Schlöglmann, W. (Eds.). (2009). *Beliefs and attitudes in mathematics education. New Research Results*. Rotterdam: Sense Publishers.

Niss, M. (1993). *Investigations into Assessment in Mathematics Education*. Dordrecht, The Netherlands: Kluwer. http://doi.org/10.1007/978-94-017-1974-2

Pajares, M. F. (1992). Teachers' Beliefs and Educational Research: Cleaning Up a Messy Construct. *Review of Educational Research, 62*(3), 307–332.

Philipp, R. A. (2007). Mathematics teachers' beliefs and affect. In F. Lester (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 257–315). Charlotte, NC: Information Age Publishing.

Raymond, A. M. (1997). Inconsistency between a beginning elementary school teacher's mathematics beliefs and teaching practice. *Journal for Research in Mathematics Education, 28*(5), 550–576.

Richardson, V. (1996). The role of attitudes and beliefs in learning to teach. In J. Sikula (Ed.), *Handbook of research on teacher education* (pp. 102–119). New York, NY: Macmillan.

Skott, J. (2015a). The promises, problems, and prospects of research on teachers' beliefs. In H. Fives & M. G. Gill (Eds.), *International Handbook of research on teachers' beliefs* (pp. 13– 30). New York, NY: Routledge.

Skott, J. (2015b). Towards a Participatory Approach to "Beliefs" in Mathematics Education. In B. Pepin & B. Roesken-Winter (Eds.), *From beliefs to dynamic affect systems in mathematics education* (pp. 3–23). http://doi.org/10.1007/978-3-319-06808-4

Stipek, D. J., Givvin, K. B., Salmon, J. M., & MacGyvers, V. L. (2001). Teachers' beliefs and practices related to mathematics instruction. *Teaching and Teacher Education, 17*(2), 213– 226. http://doi.org/10.1016/S0742-051X(00)00052-4

Thompson, A. (1992). Teachers'beliefs and conceptions: A synthesis of the research. In D. A. Grouws (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 127–146). New York, NY: Macmillan.

Žalská, J. (2012). Mathematics teachers' mathematical beliefs: A comprehensive review of international research. *Scientia in Educatione, 3*(1), 45–65.

Investigación e Innovación en Matemática Educativa

ISSN: 2594-1046

CONOCIMIENTO MATEMÁTICO PARA LA ENSEÑANZA DE PRODUCTOS NOTABLES: UN ESTUDIO DE TRES CASOS

Judith Alejandra Graciano Barragán
Universidad de Colima, judith.graciano1c@gmail.com

Lilia Patricia Aké Tec
Universidad de Colima, liliapatricia_ake@ucol.mx

Resumen

Esta investigación de corte cualitativo tiene por objetivo identificar el conocimiento de productos notables de los futuros profesores de matemáticas en el marco del conocimiento matemático para la enseñanza (MKT). La investigación es un estudio de tres casos y pretende identificar el proceso de formación de 3 futuros profesores de matemáticas en cuanto a 4 subdominios de dicho conocimiento. Por lo que se refiere al principal interés, este hace énfasis en proporcionar elementos para la formación inicial de los profesores de matemáticas y la mejora en la práctica en el aula. En este sentido, los resultados que se obtuvieron mediante un cuestionario en dos etapas y una sesión de microenseñanza hacen hincapié en las áreas de oportunidad en relación al desarrollo de cada uno de los subdominios del MKT.

Palabras clave: Productos notables, conocimiento matemático para la enseñanza, formación de profesores, microenseñanza

1. INTRODUCCIÓN

El tema de productos notables resulta de difícil comprensión en el desarrollo del álgebra, por lo que los estudiantes ven el tema como barrera que limita sus estudios (Chang y Tsai, 2005). Al respecto, el aprendizaje de dicha temática es de vital importancia para continuar con éxito en temas que contiene el plan curricular de educación secundaria y media superior, como es el caso de la simplificación de fracciones algebraicas y el cálculo de límites aparentemente indeterminados (Vega, 2010).

En este sentido, García (2010) menciona que el aprendizaje de las matemáticas genera diversos errores y que el éxito depende de la formación de profesores, es decir el trabajo docente se encuentra relacionado con la calidad educativa tal y como lo expresa la OEI y UNESCO en el 2010.

Profundizar en el problema del aprendizaje de productos notables en relación a la formación de profesores de matemáticas es de suma importancia, ya que según Ball, Lubienski y Mewborn (2001), las matemáticas que aprenden los estudiantes y el cómo las aprenden depende de la enseñanza que reciben por parte del profesor. Por lo tanto, es necesario centrarse en la formación de los docentes en relación al conocimiento de productos notables, principalmente porque éste debe saber a profundidad el tema a enseñar, así como conocer los procedimientos, estrategias y representaciones que favorecen el aprendizaje del estudiante en este tema.

La formación de profesores de matemáticas, es de particular interés para los estudiosos de la Matemática Educativa, ya que a través de esta se puede aportar a la formación inicial de profesores de matemáticas, desde la estructura del programa curricular, hasta la mejora de la práctica del aula (como se citó en Castro, 2015). Es en este sentido, que interesa identificar el conocimiento matemático para la enseñanza de productos notables de los futuros profesores de matemáticas que cursan la Licenciatura en Educación Media Especializado en Matemáticas (LEMEM) de la Universidad de Colima.

Se indaga desde perspectiva de la formación del profesor, algunos de los subdominios del conocimiento matemático para la enseñanza propuesto por Hill, Ball y Schilling (2008), es decir, en el conocimiento común del contenido, en el conocimiento especializado del contenido (conocimiento del contenido) y el conocimiento del contenido y los estudiantes y conocimiento del contenido y la enseñanza (conocimiento pedagógico del contenido). Para lo cual se propone una investigación guiada por la siguiente pregunta:

¿Cuál es el conocimiento matemático para la enseñanza de productos notables de los futuros profesores de Matemáticas que cursan la Licenciatura en Educación Media Especializado en Matemáticas?

2. MARCO TEÓRICO

En la actualidad "el profesor es el encargado principal de enseñar y por ende, es él, quien ha de afrontar profesionalmente las tareas que su labor conlleva, para lo cual debe poseer un conocimiento profesional" (Sosa, 2011, p. 11). Shulman (1986) señaló la necesidad de considerar el papel determinante que desempeñaba el conocimiento del profesor durante los procesos de enseñanza. Es decir, que el profesor de matemáticas como profesional debe desempeñar el conocimiento de la asignatura y además debe desarrollar un proceso de enseñanza adecuado para los estudiantes.

En este sentido, el conocimiento profesional del profesor de matemáticas debe considerar el conocimiento tanto teórico como práctico del contenido en específico. Por tal motivo, se asume que el conocimiento matemático para la enseñanza es un elemento clave en el conocimiento profesional del profesor.

2.1.Conocimiento matemático para la enseñanza

El concepto de conocimiento matemático para la enseñanza (MKT) es definido por como “el conocimiento matemático que utiliza el profesor en el aula para producir instrucción y crecimiento en el aula” (Hill *et al*., 2008, p. 374).

Al respecto, la investigación se fundamente en dicho conocimiento, para de tal manera evitar el fracaso en el tema de productos notables, ya que como se mencionó anteriormente el profesor debe desarrollar no solamente el conocimiento matemático del tema, sino también el conocimiento en relación a la enseñanza del mismo.

El MKT está conformado en dos categorías, el conocimiento del contenido y el conocimiento pedagógico del contenido tal y como se observa en la Figura 1.

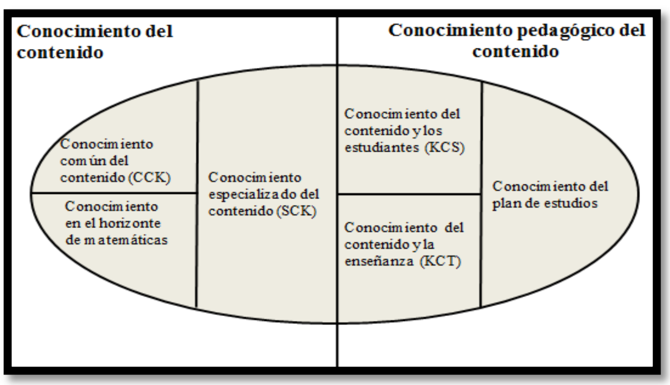


Figura 1: Conocimiento matemático para la enseñanza (Hill, Ball y Schilling, 2008, p. 337)

Como se aprecia en la Figura 1, el conocimiento del contenido se encuentra dividido en tres subdominios, el conocimiento común del contenido, conocimiento especializado del contenido y el conocimiento en el horizonte de matemáticas los cuales son descritos a continuación de acuerdo a la interpretación de algunos autores.

- **Conocimiento común del contenido:** Es descrito por Hill *et al*. (2008) como “aquel conocimiento que es usado en el trabajo de enseñanza en formas comunes a como se utiliza en muchas otras profesiones u ocupaciones que también usan matemáticas” (p. 377).

En este mismo sentido Ball, Thames y Phelps (2008) menciona que se refiere al conocimiento matemático y a las habilidades para resolver las tareas que como profesores les asignan a sus alumnos.

- **Conocimiento especializado del contenido:** Es el conocimiento necesario para la enseñanza, es decir las habilidades propias de la profesión de los profesores de matemáticas. Al respecto, Hill *et al*. (2008) mencionan que este conocimiento "permite ofrecer explicaciones matemáticas de las reglas y los procedimientos que comúnmente se encuentran en la enseñanza, así como también analizar y comprender los métodos inusuales que permiten resolver un problema" (p. 378).
  En relación, a la comprensión de los métodos inusuales se hace hincapié al razonamiento de las soluciones inesperadas que dan los alumnos para ver si estas podrían funcionar de forma general (Sosa, 2011).
- **Conocimiento del horizonte de matemáticas:** Según Sosa (2011) es considerado como el conocimiento de cierto contenido en diferentes etapas educativas, además de que incluye las habilidades para comprender la importancia del contenido en su trayectoria curricular.
  De modo similar, es definido como "el conocimiento que tiene el docente de cómo están relacionados los tópicos matemáticos incluidos en el currículo" (Ball *et al*., 2008, p. 403).

Por otra el conocimiento pedagógico del contenido se divide en: conocimiento del contenido y los estudiantes, conocimiento del contenido y la enseñanza y conocimiento del plan de estudios. A continuación se realiza una breve descripción de estos subdominios.

- **Conocimiento del contenido y los estudiantes:** Según Hill *et al*. (2008) es "el conocimiento del contenido que se entrelaza con el conocimiento sobre cómo los estudiantes piensan, conocen y aprenden este contenido particular" (p. 375).
  Es decir, es el conocimiento necesario para predecir lo que los alumnos harán en las tareas asignadas. Así mismo, se relaciona con la identificación de las dificultades y las concepciones erróneas que tienen los alumnos del contenido (Sosa, 2011).
- **Conocimiento del contenido y la enseñanza:** Es descrito por Ball *et al*. (2008), como "un conocimiento que combina por un lado, saber sobre la enseñanza y por otro saber sobre las matemáticas" (p. 401). Por ejemplo, implica discriminar entre los ejercicios para comenzar

ISSN: 2594-1046

un contenido y los ejercicios a utilizar para llevar a los estudiantes a profundizar sobre el mismo.

En este sentido, muchas de las tareas matemáticas de enseñanza requieren un conocimiento matemático del diseño de la instrucción e incluso involucra el saber que representaciones son las adecuadas para enseñar cierto contenido.

- **Conocimiento del plan de estudios:** Trata del conocimiento sobre el plan de estudios, en relación a los objetivos, contenidos que se imparten normalmente en los niveles educativos, evaluaciones, orientaciones curriculares, recursos y materiales que permiten a profesor guiar su práctica y seleccionar las tareas adecuadas para el aprendizaje de los estudiantes (Ball *et al*., 2008).

En relación al conocimiento matemático para la enseñanza del tema de productos notables, cabe mencionar que para cuestiones de la investigación tan solo se seleccionaron cuatro subdominios, de los cuales son dos de cada una de las categorías. De la primera categoría, se seleccionó el CCK y el SCK. Mientras que, de la segunda categoría, se eligió el KCS y el KCT.

2.2.Productos notables

Cabe rescatar, que la razón principal de la elección de esta temática es debido a la importancia que tiene para continuar con éxito en diversos temas del álgebra que contiene el plan de estudios (Vega, 2010). En este sentido, Acevedo (2007) menciona que los profesores comúnmente enseñan el tema de productos notables de forma mecánica y exigiendo la memorización de las fórmulas. Sin embargo, el tema de productos notables se presta para el enfoque constructivista, a consecuencia de que los alumnos pueden descubrir las fórmulas para cada producto notable o por medio de interpretaciones geométricas comprendan el tema (Acevedo, 2007).

Se parte de la definición de Vega (2010) de que “los productos notables pertenecen al conjunto de identidades algebraicas” (p. 26). Al respecto, hace hincapié que estos son resultado de la multiplicación de ciertos binomios y como toda identidad algebraica los productos notables están compuestos por dos expresiones equivalentes que difieren en su forma. Por lo tanto, a cada uno le corresponde una factorización que nos regresa del resultado de la multiplicación de los binomios a la representación en factores (Vega, 2010).

Para cuestiones de esta investigación se han escogido los siguientes seis productos notables más comunes en la práctica escolar.

- Cuadrado de la suma de un binomio $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
- Cuadrado de la resta de un binomio $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$
- Binomios conjugados $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$
- Cubo de la suma de un binomio $(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$
- Cuba de la resta de un binomio$(a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$
- Binomios con término común $(x+a)(x+b) = x^2 + x(a+b) + ab$

3. MÉTODO

La investigación tiene un enfoque primordialmente cualitativo, se trata de un estudio de tres casos, en el que se identifica el proceso de formación de 3 futuros profesores de matemáticas en cuanto a 4 subdominios del conocimiento matemático para la enseñanza (CCK, SCK, KCS y KCT). Se aplicó un cuestionario de respuesta abierta en dos etapas como instrumento de recogida de dados, con el cual se realizó un análisis de los subdominios antes mencionados. Después, se realizó una sesión de 50 minutos de microenseñanza sobre binomios conjugados, con la cual, por medio de la observación no participante con grabación de video y audio, se describieron el conocimiento del contenido y los estudiantes y el conocimiento del contenido y la enseñanza. En este sentido, para el análisis de datos se realizó una clasificación de las producciones de los futuros profesores tomando como referencia la literatura (criterios de análisis de cada subdominio), a través del análisis de conceptos y procedimientos empleados. Los participantes son 3 docentes en formación de quinto semestre de la LEMEM de la facultad de Ciencias de la educación de la Universidad de Colima, siendo estos parte de una investigación más amplia, los cuales fueron seleccionados a partir de los resultados del cuestionario, puesto que al inicio dicho cuestionario fue aplicado a 33 futuros profesores.

4. RESULTADOS

Los resultados obtenidos han demostrado que los futuros profesores tienen un conocimiento matemático para la enseñanza limitado, lo cual hace énfasis en algunas áreas de oportunidad en relación del cumplimiento de algunas características que el MKT especifica en su interpretación.

ISSN: 2594-1046

En este sentido, los futuros profesores muestran tendencias en algunos de los subdominios plasmados en el MKT, lo que indica que, aunque muestren características de los demás subdominios, es de suma importancia buscar el desarrollo de éstos, ya que dichas características buscan el aprendizaje significativo. A continuación, se muestran dichas tendencias al igual que las características en relación a cada uno de los subdominios.

En específico el futuro profesor 6, tal y como se observa en la Tabla 1, muestra una tendencia hacia el conocimiento del contenido y los estudiantes, es decir, tiene el conocimiento necesario para identificar las dificultades y las concepciones erróneas que tienen los alumnos del contenido de productos notables, por consiguiente, esto hace referencia a la necesidad de explotar el CCK, SCK y KCT.

Subdominio del MKT	**Características del futuro profesor 6**
CCK	Identifica los productos notables en la simplificación de fracciones.
SCK	Conoce las dificultades para generalizar a partir de la división y explica procedimientos de forma aritmética, dejando de lado el objetivo del producto notable.
KCS	Identifica las concepciones erróneas de los alumnos en los temas de binomio al cuadrado, binomios conjugados y binomio al cubo. Además de las dificultades que pueden presentar los alumnos en los ejercicios, al igual que como los estudiantes conocen y aprenden el tema.
KCT	Realiza una explicación de binomios conjugados por medio del desarrollo de multiplicaciones, es decir, solo con el seguimiento de algoritmos, pero presenta de forma gráfica el tema para dar muestra a lo que mencionó, es decir comprobó el algoritmo de binomios conjugados. También, muestra ejemplos acordes al momento de la clase y a la necesidad del alumno.

Tabla 1: Características del futuro profesor 6 de cada uno de los subdominios del MKT

Por otra parte, el docente en formación 7 se direccionó hacia el conocimiento común del contenido, conocimiento especializado del contenido y conocimiento del contenido y los estudiantes, siendo éste el conocimiento matemático para la enseñanza más completo, ya que el futuro profesor tiene el conocimiento necesario para resolver actividades y ejercicios que le asigna a sus alumnos, así como también analizar y comprender métodos inusuales, ofrecer explicaciones matemáticas a reglas y procedimientos e identificar las dificultades y las concepciones erróneas que tienen los alumnos sobre el tema de productos notables. Véase Tabla 2.

ISSN: 2594-1046

Subdominio del MKT	Características del futuro profesor 7
CCK	Identifica productos notables en la simplificación de fracciones, al igual que en el cálculo de límites aparentemente indeterminados.
SCK	Conoce diversos métodos para realizar simplificación de fracciones y no se basa únicamente en la división e identifica los conceptos involucrados en el tema de binomio al cubo y explica procedimientos realizados por el alumno de acuerdo a los productos notables.
KCS	Identifica las concepciones erróneas de los alumnos en los temas de binomio al cuadrado, binomios conjugados y binomio al cubo, además, de las dificultades que pueden presentar los alumnos en los ejercicios. Asimismo, presenta diversos ejemplos de acuerdo como los estudiantes conocen y aprenden el tema.
KCT	Realiza una explicación de binomios conjugados mediante la comparación de binomio al cuadrado y binomios conjugados, por lo que tan solo se basa en el seguimiento de algoritmos. . Por otro lado, identifica la dificultad de generalizar un ejercicio aritmético sobre binomios conjugados si este es utilizado al inicio del tema.

Tabla 2: Características del futuro profesor 7 de cada uno de los subdominios del MKT

Por último, el futuro profesor 29 tiende al conocimiento común del contenido de productos notables, pues como se observa en la Tabla 3, tiene el conocimiento matemático y las habilidades para resolver las tareas o actividades de productos notables que como profesor les puede asignar a sus alumnos, lo que indica una necesidad en buscar alternativas para el desarrollo del SCK, KCS y KCT.

Subdominio del MKT	Características del futuro profesor 29
CCK	Identifica productos notables en la simplificación de fracciones, al igual que en el cálculo de límites aparentemente indeterminados.
SCK	Identifica la dificultad para generalizar por medio de la división la simplificación de fracciones y explica procedimientos realizados por el alumno de acuerdo a los productos notables.
KCS	Identifica las dificultades y las concepciones erróneas que pueden presentar los alumnos en los ejercicios o tareas asignadas.
KCT	Realiza una explicación directa del algoritmo de binomios conjugados y sobre la simplificación de fracciones por medio del repaso de la factorización y los productos notables, es decir una explicación únicamente procedimental y expositiva.

Tabla 3: Características del futuro profesor 29 de cada uno de los subdominios del MKT

5. CONCLUSIONES

A partir del análisis de los resultados tanto del cuestionario como de la microenseñanza se aprecia que el conocimiento matemático para la enseñanza es limitado, pues los futuros profesores no desarrollan

ISSN: 2594-1046

cada uno de los subdominios del MKT, es decir, algunos se encuentran en vías de desarrollo, dado que aún tienen diversas áreas de crecimiento.

En este sentido, y partiendo de la información arrojada en este estudio, es considerado de suma importancia que la institución encargada de la formación inicial de dichos profesores cubra las necesidades que se rescatan. Es necesario que durante los siguientes semestres los futuros profesores desarrollen los conocimientos del MKT para lograr un desempeño profesional que busque desenvolver un proceso de enseñanza adecuado para los alumnos y genere un aprendizaje significativo.

6. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Acevedo, H. D. (2007). *Enseñanza de productos notables por medio del aprendizaje cooperativo*. Tesis de pregrado no publicada. Universidad Industrial de Santander, Colombia.

Ball, D. L. Lubienski, S., & Mewborn. D. (2001). Research on Teaching mathematics: The unsolve problema of teachers' mathematical knowledge. In V. Richarson (Ed.), *Hanbook of Research on Teaching (4th ed.)*. New York: Macmilian.

Ball, D. L., Thames, M. H., & Phelps, G. (2008). Content knowledge for teaching. What makes it special? *Journal of Teacher Education, 59*(5), 389-407.

Castro, E. (2015). Significados de las fracciones en las matemáticas escolares y formación inicial de maestros. (Tesis doctoral no publicada). Universidad de Granada, España.

Chang, C., & Tsai, Y. (2005). An alternative Approach for the Learning of $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$. *The 3rd East Asia Regional Conference in Mathematics Education*. Recuperado de http://ir.ncue.edu.tw/ir/handle/987654321/14569

García, J. (2010). *Análisis de errores y dificultades en la resolución de tareas algebraicas por alumnos de primer ingreso en nivel licenciatura*. (Tesis de maestría no publicada). Universidad de Granada, España.

Hill, H. C., Ball, D. L., & Schilling, S. G. (2008). Upacking Pedagogical Content knowledge Conceptualizing and Measuring Teachers' Topic-Specific Knowledge of Students. *Journal of Research in Mathematics Education, 39*(4), 372-400.

OEI y UNESCO (2010). *Metas educativas 2021: Desafíos y oportunidades. Informe sobre Tendencias Sociales y Educativas en América Latina 2010*. 115-145. Recuperado de http://www.siteal.iipe-oei.org/sites/default/files/siteal_informe2010_capitulo2-pdf

Shulman, L. S. (1986). Those who understand: Knowledge growth in teaching. *Educational Researcher, 15*(2), 4-14.

Sosa, L. (2011). *Conocimiento matemático para la enseñanza en bachillerato: un estudio de dos casos*. Tesis doctoral no publicada. Huelva, España.

Vega, D. C. (2010). *Sentido estructural manifestado por alumnos de 1° de bachillerato en tareas que involucran igualdades notables*. Tesis de maestría no publicada. Universidad de Granada, España.

ISSN: 2594-1046

Primeras Aproximaciones a la Construcción de la Identidad Científica de los Investigadores en Matemática Educativa

Gilberto Alejandro Gutiérrez Banda
Universidad Autónoma de San Luis Potosí, gbx_alejandro@hotmail.com

Resumen

La gran mayoría del quehacer o actividades que realizan los investigadores en Matemática Educativa en México es desconocido por quienes quieren incidir en ella, alumnos en formación, profesores o investigadores de otras áreas. Es necesario tener conocimiento de lo que produce esta disciplina, además de encontrar una aproximación a los elementos con los que investigadores en ME construyen un acercamiento hacia la constitución de una identidad científica propia, a partir de la pertenencia que tienen a comunidades de investigación.

Palabras clave: Identidad, comunidad de investigación científica, cientificidad, matemática educativa.

1. INTRODUCCIÓN

La matemática educativa (ME), desde sus orígenes en México durante la segunda mitad del siglo XX, se ha consolidado como una disciplina del conocimiento que se encarga de estudiar los fenómenos problemáticos que se desarrollan en el área y proceso de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas. Se tiene una visualización general sobre la construcción y análisis de la investigación de la matemática educativa en sus distintas dimensiones sociales, debido a la unión e integración de dos disciplinas muy distintas, la matemática y la educación, mediante una investigación educativa centrada en el campo de la misma enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas (actividad también conocida como investigación en Educación Matemática), aunque su asentamiento en territorio mexicano se ha inclinado a posicionarse como una área de especialización después de la formación en el campo de la matemática pura o en el ámbito de la educación.

La investigación se plantea sobre un campo social con un enfoque de tipo cualitativo, basado en el estudio de las actividades que realizan investigadores en las diferentes universidades donde existe la formación de individuos e investigación misma de la Matemática Educativa, en sus diferentes modalidades que van desde licenciatura y maestría hasta doctorado.

Si bien el quehacer disciplinar de esta área de conocimiento tiene como significante al conjunto conformado por tres consideraciones básicas que hacen referencia hacia una disciplina científica: la producción de un nuevo conocimiento teórico, la creación de grupos u órganos de investigadores y proyectos para su difusión y la formación de nuevos investigadores que contribuyan a este nuevo conocimiento (Cordero y Silva-Crocci, 2012). Con base en la idea anterior pretendo generar una aproximación hacia la comprensión de la identidad científica del investigador en ME, la cual supongo se construye a partir de las actividades que realiza, la pertenencia, trabajo y producción de una comunidad científica con diferentes intereses comunes en el campo y desarrollo correspondiente a la ME.

En este documento presento los resultados del pilotaje de instrumentos que me acercan al objetivo anterior, mediante una entrevista realizada a investigadores en ME de la Universidad Autónoma de Zacatecas (UAZ). Los datos obtenidos me llevaron a una modificación de lo que en un principio era mi tema central de tesis "La identidad científica de la Matemática Educativa", lo que implica que ahora camine hacia la comprensión de la identidad científica del matemático educativo. La actividad que realiza un investigador en ME en conjunto con sus intereses e ideales de tipo científico, la pertenencia e identificación con las comunidades de investigación en las que labora y la producción de conocimiento acerca de la ME connotan la construcción de su identidad.

En el mundo, es específicamente en países del continente Europeo donde se ha tenido más auge y conocimiento de lo que producen los investigadores en ME, pero en México hace falta conocer y profundizar en las actividades de investigadores en esta misma área, específicamente en sus contribuciones con la pertenencia a comunidades de investigación, con lo que desarrollan identificación científica por dichas labores y producciones. Aunque como primer acercamiento, se tiene el reconocimiento que se le ha dado a la ME, en cuanto a que sus diferentes modalidades de estudio en México, la sitúan dentro del cuerpo académico científico, es decir en instituciones científicas, lo que implica sociopolíticamente cómo llevar a la ME hacia una visión científica con un trabajo en aula sistemático (Angulo, 2007), lo que objetivamente aún no se ha logrado.

Con lo expuesto en las líneas anteriores, las preguntas de investigación que surgen son:

- ¿Qué actividades realiza un investigador en ME?,
- ¿Cómo investigador ha encontrado y considera tener pertenencia alguna hacia una comunidad de investigación?,
- ¿Con su posible pertenencia en una comunidad científica como es que ha encontrado y construido una identidad científica?,

- ¿Cómo se identifican los investigadores de la matemática educativa según su campo de investigación?

Por lo tanto, los objetivos que dirigen esta investigación consisten en identificar los elementos que constituyen o se apegan a la construcción de una identidad científica en general y también analizar cómo construyen y constituyen una identidad científica los investigadores en ME.

2. APROXIMACIÓN A LA CONSTRUCCIÓN DE LA IDENTIDAD CIENTÍFICA DE UN INVESTIGADOR

Han surgido diferentes aportaciones acerca del desarrollo y aproximación de la disciplinariedad científica en torno a la Matemática Educativa, bajo lineamientos que comprenden su actividad e identidad, es así como se apoya a la comprensión de la identidad científica del investigador en ME.

Entre los autores que han trabajado con este tema, están Cordero y Silva-Crocci (2012) con su artículo *La matemática educativa, identidad y Latinoamérica: el quehacer y la usanza del conocimiento disciplinar,* donde colocan a la matemática educativa como una disciplina científica dentro del área de las ciencias sociales, consideran que el objeto de estudio de la ME y su énfasis está estrechamente ligado a las ciencias sociales, relacionada al estudio de una diversidad de fenómenos de la realidad, es decir cómo está presente el conocimiento matemático en diferentes contextos de la cotidianidad. También señalan cómo la actividad científica se va construyendo en la matemática educativa, de manera que se va formando una disciplina a partir de ideas teóricas que se dan por los problemas que implican la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. En el mundo y en Latinoamérica se sustentan por los productos teóricos que han sido externados por diferentes comunidades de investigación; producciones como la Teoría Antropológica de lo Didáctico, Teoría de Situaciones Didácticas, Teoría Socioepistemológica, Teoría Ontosemiótica, Teoría de Representaciones Semióticas y la Teoría APOE, entre otras.

Por otra parte, se encuentra la aportación de Waldegg (1998), quien se cuestiona si *La educación matemática es ¿una disciplina científica?*, de manera que aborda la especificidad de sus labores y actividades, considerando las relaciones con otras áreas del conocimiento, de manera que con ello se pueda abordar lineamientos en relación a su estatus científico. Una de las posturas de la autora se establece en el sentido sociológico, la Educación Matemática existe como una disciplina, de tal manera que se encarga de estudiar fenómenos de la realidad aplicados en la educación, resolviendo situaciones problemáticas particulares; bajo justificaciones que se dan por organizaciones, instituciones o comunidades investigativas con intereses comunes que dan o profundizan en las diferentes explicaciones teóricas que conforman la educación matemática o ME.

Finalmente, desde mi punto de vista, ambas perspectivas y estudios de los autores se enlazan en una postura compartida acerca de la disciplinariedad que se encuentra en proceso y evolución en la ME, con apego a un estatus de tipo científico, aún no definido. Las explicaciones teóricas que han surgido dentro del estudio de esta área son gracias a los conocimientos que trabajan y divulgan comunidades de investigación ya activas, consolidadas a partir de los campos de la educación y las matemáticas, además de todas las actividades que aportan y profundizan al proceso de identificación de los investigadores en ME.

Por lo tanto, para construir una aproximación hacia la construcción de una identidad científica, consideré necesario analizar los argumentos de Thomas Kuhn (1962/2004) acerca de los requisitos exigidos para que un campo de investigación se encuentre en el camino hacia la "ciencia normal". Para él es necesario que se den las siguientes circunstancias:

- Debe existir un grupo de investigadores con intereses comunes acerca de las interrelaciones existentes entre distintos aspectos de un fenómeno complejo del mundo real. Por tanto, debe haber una cuestión central (o dominio) que guíe el trabajo de dicha comunidad particular de especialistas. Es decir, la comunidad y el objeto.
- Las explicaciones dadas por la teoría deben ser enunciados sobre la causalidad, de modo que sea posible realizar predicciones acerca del fenómeno.

Una comunidad científica, dice Kuhn, se construye sobre la base de un paradigma compartido:

> El estudio de los paradigmas (…) es lo que prepara principalmente al estudiante para entrar a formar parte como miembro de la comunidad científica particular con la que trabajará más tarde. Debido a que se reúne con hombres que aprenden las bases de su campo científico a partir de los mismos modelos concretos, su práctica subsiguiente raramente despertará desacuerdos sobre los fundamentos claramente expresados. Los hombres cuya investigación se basa en paradigmas compartidos están sujetos a las mismas reglas y normas para la práctica científica.

No obstante, los fenómenos del campo de la matemática educativa implican procesos y sujetos sociales y, por tanto, las predicciones no son factibles.

Otra de las aportaciones hacia elementos que conforman la actividad científica, la realiza Michel Foucault (1979), quien sostiene que;

> Son aquello a partir de lo cual se construyen proposiciones coherentes (o no), se desarrollan descripciones más o menos exactas, se efectúan verificaciones, se despliegan teorías. Se trata de unos elementos que deben haber sido formados por una práctica discursiva para que eventualmente un discurso científico se constituya, formados por una práctica discursiva que son indispensables a la constitución de una ciencia, aunque no estén necesariamente destinados a darle lugar, se le puede llamar saber. En donde un saber es también el espacio en el que el sujeto (Comunidad científica) puede tomar posición para hablar de los objetos.

Con lo anterior nuevamente surgen elementos importantes que direccionan a los sujetos creadores de cientificidad, quienes brindan argumentaciones y discusiones teóricas en su práctica discursiva, para profundizar y generar discursos científicos, tal como he propuesto en las actividades que trabajan o se producen dentro de las comunidades científicas, por lo que se genera cierta relación a los paradigmas que se desenvuelven dentro de las comunidades de investigación, tal como lo establece Kuhn.

Por otra parte Agoff (2005) toma de Becher (1989) que con la postulación de dos entidades preconstruidas: primeramente con la disciplina con la constitución de conocimientos, fundamentado sobre los paradigmas de la ciencia normal, cómo productor y reproductor de los mismos conocimientos. Ahora en otro lado se encuentran los investigadores y docentes, que trabajan sobre el crecimiento y constitución de la disciplina. La combinación de estos dos conjuntos da como resultado lo que es una comunidad, es decir la tribu.

La idea de Becher es muy acertada, porque los investigadores y docentes del área trabajan continuamente en la producción y reproducción de conocimientos en el campo de la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, consiguiendo un estatus disciplinario de la ME, creando las comunidades de investigación.

3. LA CONSTRUCCIÓN DE LA IDENTIDAD

Conceptualizar al desarrollo de lo que es identidad, si bien se puede analizar desde diferentes perspectivas sociales que dependen del individuo, en cómo es que éste la construye propiamente. Ruvalcaba-Coyaso, Alvarado y García (2011), comparte que dentro del proceso de identidad son importantes el surgimiento y evolución de las interacciones en las que está presente el individuo, ya que éstas le van dando significación, sentido y camino a la constitución de una identidad. Aunque la identidad no solo se basa en el aspecto de la individualidad sino la manera en que el sujeto se identifica con su entorno social, además que al autor hace referencia a la idea siguiente:

> La Teoría de la Identidad Social (SIT) planteada por Tajfel (Ellemers, Spears & Doosje, 2002) buscan sentar las bases que explican algunos compartimientos de carácter grupal como la categorización y desarrollo de la identidad personal y social. Con la categorización se da el proceso en el cual una persona se asume como parte de un grupo social y a su vez le permite diferenciarse de otros grupos. Si bien la pertenencia a un grupo social implica no solo formar parte de él, sino asumir las consecuencias, o bien obtener los beneficios que este le ofrece, según sea el caso.

El proceso que conlleva el apego a la construcción de una identidad científica por parte del investigador en ME, puede darse a partir de que cada investigador asume su pertenencia a un grupo social, en este caso la comunidad de investigación, además de que hace parte de los roles que asume dentro de este grupo, las actividades e ideales que va adquiriendo de manera que construye identidades que lo hacen a él y el grupo (comunidad) diferentes de los demás.

También Ruvalcaba-Coyaso, Alvarado y García (2011) cita una aportación interesante acerca de la existencia de tres elementos que provocan la diferenciación a otros grupos, por parte de Brown (2000):

> Las personas deben estar subjetivamente identificadas con el grupo.
>
> La situación del grupo debe permitir su comparación y evaluación con otros grupos.
>
> El extra grupo debe ser suficientemente comparable con el propio, de manera que pueda saberse qué tan distante o cercano se encuentra del propio grupo.

Con la aportación anterior, se pueden transportar estos elementos hacia las diferentes comunidades de investigación, en que puedan alcanzar diferenciación a las demás comunidades, lo cual dependerá de la situación interna de cada comunidad, pero lo que sí es importante es que primero exista la identificación de todos los participantes (investigadores) hacia la misma comunidad.

Los principios teóricos que hemos derivado de los planteamientos anteriores son: las prácticas que realiza un investigador, la pertenencia a una comunidad, la teoría(s) y los objeto(s) que los agrupa e interesa, finalmente las posiciones que asumen como investigadores.

4. METODOLOGÍA

La propuesta metodológica que se siguió se sustentó en el análisis del discurso (Angulo, 2007), en donde se propone identificar categorías que estructuren las entrevistas en relación a los referentes teóricos planteados, cuya característica principal es que pueden ser observables.

Para la elaboración del instrumento de investigación correspondiente al tema de *Acercamiento a la Identidad Científica del Investigador en Matemática Educativa,* se comenzó por identificar los objetivos generales y específicos que se pretendían alcanzar con el levantamiento del instrumento de investigación, para después identificar los indicadores que permitieran ver lo que deseo alcanzar con el instrumento. Después se elaboró el instrumento, una entrevista de 11 preguntas, las cuales permitían abarcar elementos de la comunidad científica según las actividades que realizan los investigadores en ME.

Con una estancia de cuatro días en la ciudad de Zacatecas, me di a la tarea de realizar la entrevista que a partir de un sustento bibliográfico como referente teórico en las aportaciones de Thomas Kuhn (Estructura de las Revoluciones Científicas), Ruvalcaba-Coyaso, Alvarado y García (Identidad e Identidad Profesional) y referencias de Waldegg y Cordero y Silva-Crocci, así se dio inicio a la elaboración de entrevistas a profundidad a cinco investigadores en Matemática Educativa quienes laboran en la Universidad Autónoma de Zacatecas, quienes además realizan investigación y publican en diferentes organizaciones o comunidades de investigación del área. También a cada uno de ellos se le solicitó su colaboración en la redacción de una autobiografía, de manera que pudieran obtenerse elementos acerca del proceso de construcción de su identidad en Matemática Educativa, para así complementar la información recolectada en sus entrevistas.

5. ANÁLISIS DE RESULTADOS

- C1: Líneas de investigación.
- C2: Actividades de las investigación en ME.
- C3: Comunidad de Investigación.
- C4: Matemática Educativa.
- C5: Cientificidad de la ME.

- C6: Construcción de identidad en ME

Categorías	Fragmentos	Palabras Clave	Conjuntos Temáticos
C1. Líneas de investigación	15	2	2
C2. Actividades de Investigación en ME	14	2	2
C3. Comunidades de investigación.	19	4	2
C4. Matemática Educativa	16	4	2
C5. Cientificidad de la Matemática Educativa	31	7	4
C6. Construcción de Identidad en ME	16	6	3
TOTAL	111	25	15

Tabla 1. Presentación numérica de los ejes del análisis discursivo.

En la Tabla 1 se presentan el total numérico de fragmentos, palabras clave y conjuntos temáticos obtenidos por cada categoría identificados en las cinco entrevistas, a su vez el total de cada uno de ellos.

Categoría	Conjuntos Temáticos	Numero de Fragmentos
C1. Líneas de Investigación	• La consolidación de una Línea de investigación en ME surge a partir de los estudios de Licenciatura, Maestría y Doctorado en el área de ME. • La construcción de una línea de investigación, es sustentada bajo un mismo marco teórico o teoría en ME continuamente.	15
C2. Actividades de la investigación en ME	• Acercamiento hacia las actividades primarias que se llevan a cabo en el campo de investigación en ME, encaminadas hacia actividades de tipo científicas. • Conocimiento de que las principales actividades que se realizan en investigación en ME tienen apego a la consolidación de comunidades de investigación científica.	14
C3. Comunidades de investigación	• Acercamientos y pertenencia a congresos, revistas, centros de investigación, y organizaciones en ME concebidas como comunidades de investigación científica. • Caracterización de las comunidades de investigación: núcleo de investigadores trabajando con un mismo interés teórico, en las diferentes problemáticas de la ME, divulgando o publicando sus productos de investigación, bajo criterios científicos.	19
C4. Matemática Educativa	• ME: estudio de la problematización en la enseñanza-aprendizaje de las matemáticas: dentro del campo de disciplinas científicas. • ME disciplina académica, que considera el estudio de la formación de individuos especializados en el área de tipo	16

ISSN: 2594-1046

	profesor – investigador en aspectos de la enseñanza – aprendizaje de las matemáticas.	
C5. Cientificidad de la Matemática Educativa	• Alcance hacia la investigación científica en la ME, a partir de sus publicaciones, congresos, comunidades de investigación, estudios doctorales y sus constructos teóricos. • El método científico como propuesta metodológica en la investigación de la ME, para su alcance de resultados verídicos y científicos. • Mínimo distanciamiento de la ME hacía una disciplina científica, por la presencia de paradigmas temporales constituidos por sus marcos teóricos. • ME en proceso de consolidación para llegar a convertirse disciplina científica, por la necesidad de un conocimiento especializado en su área.	31
C6. Construcción de identidad en ME.	• La construcción de la identidad en ME por la combinación de los campos de investigación, práctica docente en el conocimiento matemático y el área de ME, con su relación en otras áreas: formación de profesores, evaluación y currículum. • Constitución de la identidad hacia la investigación en ME, por la adherencia a un constructo teórico en el trabajo de comunidades de investigación. • Conformación de la Identidad en ME, por la experiencia, gustos e intereses personales, junto con la sensibilidad que produce colaborar en las problemáticas de la ME.	16

Tabla 2. Análisis discursivo de las Entrevistas.

En la Tabla 2 se identificó que las respuestas de los investigadores mostraron que por cada categoría se resaltaban cierto número de fragmentos que contenían ideas cruciales por cada una de las mismas. Se presenta la agrupación de los fragmentos implícitos en las seis categorías, se acotaron más elementos conceptuales y así conformar conjuntos temáticos que fijan sentido a tener ideas generales a partir de la combinación de los fragmentos y palabras clave, tomados por cada categoría en implicación de los argumentos de los entrevistados.

En la primera columna se ubican las seis categorías detectadas en los textos de las entrevistas levantadas, cabe recordar que las categorías 1 y 2 (Líneas de Investigación y actividades) dan cuenta de uno de los principios teóricos derivados: las prácticas de la investigación; la categoría 3 refiere al sentido de pertenencia del investigador; la categoría 4 tocas la cuestión de la teoría y el objeto de los matemáticos educativos como elementos que los agrupan; y, las categorías 5 y 6 atañen –específicamente- a los posicionamientos de los investigadores para la construcción de la identidad.

En la columna intermedia se describen los distintos conjuntos temáticos, que evidencian la articulación entre ciertos fragmentos discursivos de cada categoría, expresan la profundidad que se alcanza en la construcción de identidad científica del investigador en ME. Las categorías 1, 2,4 y 6 tienen el menor número de fragmentos, no obstante establecen estrechas conexiones con las 3 y 5. Estas últimas categorías son las que concentran el mayor número de fragmentos.

En la tercera columna se exponen numéricamente las ideas discursivas o fragmentos que aparecieron en las respuestas de los entrevistados, agrupados en cada categoría, además es posible visualizar que en cuatro categorías el número de fragmentos no presenta mucha diferencia, ya que van de 14 a 16 de ellos, solo es en la categoría cinco, donde hay más número de fragmentos, 31 exactamente, en donde se hace relevancia a los elementos discursivos del tratado de cientificidad de la ME, despúes de esta categoría con más número de fragmentos, continua la categoría 3, que marca mayor diferencia a las otras tres jerarquizaciones, con 19 fragmentos, por lo que con la comunidad de investigación y cientificidad de la ME, se aprecia mayor profundidad en los elementos a analizar.

6. ANÁLISIS DE RESULTADOS CON REFERENTES TEÓRICOS

En este apartado se presenta cómo se llevó a cabo el análisis crítico del discurso (Angulo, 2007), el cual se profundizó hasta el tercer nivel de interpretación de resultados.

A continuación se presentan dos tablas que concentran los resultados obtenidos: la primera tabla tiene tres columnas que se titulan: categorías, conjuntos temáticos y fragmentos.

Las categorías son los principales ejes que direccionan la investigación, es decir los principios teóricos que justifican el objetivo que se pretende alcanzar; los conjuntos temáticos son el agrupamiento de una serie de fragmentos temáticos discursivos, conformando una significación profunda y general, por lo que a su vez los fragmentos discursivos son extractos textuales que se relacionan con los enfoques centrales de las categorías, a su vez conformar palabras claves.

ISSN: 2594-1046

Con base en el guion de entrevista aplicado en las cinco entrevistas realizadas a los investigadores de la Universidad Autónoma de Zacatecas (UAZ), se tienen las respuestas que se obtuvieron por parte de los investigadores, mismas que por el énfasis que presentaron permitieron deducir las categorías (C).

Dentro de este apartado es importante entrelazar la justificación teórica que se propuso en el inicio del documento, en donde se apoya que en la Matemática Educativa se va construyendo un proceso de cientificidad basado en las actividades investigativas que realizan investigadores en el área, pertenecientes a diferentes comunidades de investigación. Durante ese desarrollo de la disciplina, los investigadores de esos grupos van consolidando una trayectoria científica en las investigaciones que realizan: Waldegg (1998) y Cordero y Silva-Crocci (2012) señalan que la ME ha surgido por la construcción de conocimiento a partir de la combinación de constructos teóricos de diferentes áreas, tal como plantearon diferentes investigadores entrevistados. Los informantes señalaron que la consolidación de la ME como una disciplina científica se sigue construyendo, el proceso de fortalecimiento científico se va logrando a partir de la participación activa en ambientes y contextos de investigación, como publicaciones, congresos, comunidades de investigación, estudios doctorales y establecimiento de marcos teóricos. El enfoque y dirección que ha perseguido la ME camina hacia el estudio de la problematización en la enseñanza- aprendizaje de las matemáticas, la cual ha empezado a tener producciones investigativas gracias a las actividades que implica realizar investigación, divulgar cada nuevo producto, abriéndose hacia las diferentes perspectivas teóricas que involucran las comunidades de investigación, mejorando su productividad y evolucionando su posicionamiento dentro del campo científico, generando nuevos campos teóricos relacionados al conocimiento o estudio que persigue la ME.

Para que una comunidad de investigación se dirija hacia el establecimiento de una ciencia normal como enfatiza Thomas Kuhn (1962/2004), es precisa la existencia de grupos de investigadores que estudien o trabajen con intereses comunes acerca del fenómeno que los convoca y que envuelve diferentes problemáticas, de manera que esa comunidad de investigación tenga un dominio puntual, como enfoque de sus actividades y productos de investigación. En relación a las ideas de este autor, los conjuntos temáticos que aparecen en la tabla II evidencian la importancia de las comunidades de investigación dentro de la ME, se describe la presencia de núcleos de investigadores trabajando sobre un mismo interés teórico, basado en las diferentes problemáticas de la ME, enseñanza-aprendizaje de las

ISSN: 2594-1046

matemáticas; se señalan también las actividades que implican la divulgación o publicación de los productos de investigación que se generen, los cuales se dan bajo criterios científicos, según establezcan las revistas o congresos. Por lo tanto, los acercamientos en la participación de congresos, publicación en revistas, colaboración en centros u organizaciones de investigación en ME, van creando concepciones en comunidades de investigación científica.

Kuhn (1962/2004) considera que el estudio de paradigmas es crucial en los investigadores para formar parte o iniciarse como individuos pertenecientes a alguna comunidad científica en particular, además de que en las reuniones con los investigadores se trabaja y aprende con las bases y principios de su campo científico a partir de los mismos modelos concretos, dejando claro que será extraño que se dé la presencia de desacuerdos sobre los fundamentos teóricos que se consiguen. Se insiste que los investigadores cuya investigación se justifica en los paradigmas que comparten, estos estarán a prueba de las mismas reglas y normas para la práctica científica. Con ciertos elementos semejantes, Foucault (1979) menciona que el discurso no puede ser entendido fuera del establecimiento de relaciones que lo hacen posible, si bien apoya a la constitución de una ciencia. Entonces con la práctica se da la existencia de reglas y condiciones materiales en las que los sujetos o investigadores elaboran el discurso, por lo que se reflexiona acerca de la relación de la construcción del discurso con el uso del lenguaje y su representación científica. El punto central de Foucault se centra en que las prácticas discursivas entendidas como enunciados sobre la profundidad de una episteme, en la distribución de su saber, las leyes para la construcción de sus objetos y su modo de difusión son elementos característicos de una ciencia. Lo más interesante es que se considera que en ME el método científico puede fungir como propuesta metodológica en las investigaciones que se realicen en el área, para así alcanzar la obtención de resultados verídicos con tintes científicos; pero a su vez se crea o genera un mínimo distanciamiento en la ME hacía su constitución como disciplina científica, por la consideración de la presencia de paradigmas temporales, pero si bien sus actividades de investigación no dejan de estar dentro de las actividades de comunidades de investigación científica, ya que sus investigadores valoran que esos paradigmas están constituidos por sus diferentes marcos teóricos con los que trabajan.

Tratando con los procesos de identidad en ME y hacia la misma investigación científica, Ruvalcaba-Coyaso, Alvarado y García (2011) señalan que el desarrollo de la identidad tanto personal como social surge a partir de la categorización, con los comportamientos en ámbitos grupales, ya que un individuo se apropia del ser parte de un grupo social, para así encontrar diferenciación con otros grupos. Lo que si deja muy en claro es que el pertenecer a un grupo social no conlleva solo formar parte de él, sino asumir toda responsabilidad o consecuencia. Con los conjuntos temáticos a partir de las entrevistas, se obtuvo que la constitución de una identidad hacia la investigación científica en ME, en primer momento surge por la adherencia a un constructo o marco teórico en el trabajo de comunidades o grupos de investigación, los cuales en su mayoría dan inicio desde trabajos de tesis en las diferentes modalidades de acreditación a títulos profesionales (licenciatura, maestría y doctorado), además de motivantes propiciados por la experiencia, gustos e intereses personales o sociales hacia el trabajo en conjunto de la práctica docente y las matemáticas, combinados con la sensibilidad que produce colaborar en las problemáticas de la ME, hacia el apoyo del eje central en los diferentes contextos del fenómeno, en general de la enseñanza-aprendizaje de las matemáticas.

Se puede considerar que con este sondeo o prueba piloto del guion de entrevista respondo -en principio- a las preguntas de investigación que fueron planteadas en un principio; especialmente en: que las principales actividades de los investigadores se dan a partir de sus trabajos de tesis, donde proponen o estudian problemáticas relacionadas al fenómeno de la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, desde buscar y leer uno o varios marcos teóricos que sustenten y fundamenten sus trabajos, divulgar y publicar sus productos finales, su participación en congresos u organizaciones en ME, dando a conocer su investigación a las demás comunidades, para así seguir en una línea de investigación, lo que implica en algún momento su pertenencia a una comunidad de investigación en la que compartan intereses comunes y caminar en el apego de actividades de investigación científica. Así con los diferentes elementos que se mencionan anteriormente, es como los investigadores en ME van cimentando y evolucionando la construcción de una identidad científica, a pesar de que su disciplina se encuentre todavía en la búsqueda de una identidad propia, se puede considerar que ellos están consolidando una identidad como investigadores en Matemática Educativa.

Estableciendo una relación con las aportaciones de Becher, la posición que va adquiriendo la ME en su consolidación como disciplina, con la generación y trabajo de conocimientos que engloban el territorio de la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas en conjunto con el grupo de investigadores que trabajan en la reproducción y nueva producción de marcos teóricos en ME y por quienes continúan por el camino de la docencia en Matemáticas o dentro de la formación de profesionistas en ME, van encaminando la consolidación o construcción de una identidad de la comunidad de investigación que se va forjando.

7. CONCLUSIONES

La elaboración de este artículo implicó tener que re direccionar el objetivo de mi investigación de tesis, en limitar o acotar el tema a investigadores en ME, conocer más de su campo de actividad en investigación y descubrir la construcción de su identidad hacia la investigación científica en ME, en apego a su pertenencia a comunidades de investigación.

Con el pilotaje, en el levantamiento de un instrumento de investigación, en este caso entrevistas a cinco investigadores del área, específicamente de la unidad de Maestría en ME en Zacatecas, los resultados profundizaron y cubrieron los horizontes que en principio se plantearon. Al haber trabajado con la metodología de análisis discursivo, los conjuntos temáticos que se obtuvieron fueron directamente hacia los principales intereses de este artículo, analizar las categorías de comunidades de investigación y cientificidad de la Matemática Educativa, aunque los otros agrupamientos (líneas de investigación, actividades de la investigación en ME, Matemática Educativa y construcción de la identidad en ME) también aportaron elementos esenciales para dar forma al eje central del artículo.

Fue factible identificar las conexiones entre los referentes teóricos y los conjuntos temáticos resultantes de las entrevistas, dejando claro que la ME queda entendida como una disciplina académica que genera importantes investigaciones con tintes científicos, que a su vez los investigadores del área empiezan a inmiscuirse en actividades de investigación desde su formación profesional universitaria, construyendo intereses y direcciones en temas de la problemática central de la ME, la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas en diferentes contextos, y es aquí donde empieza el primer acercamiento de una identidad hacia la investigación en ME. Después en el trayecto en que los investigadores van consolidando líneas de investigación sustentadas en marcos teóricos específicos o no, empiezan a tener más acercamientos a las labores y obras pertenecientes a comunidades de investigación, en las que descubren intereses comunes con los investigadores ya pertenecientes a ese grupo. Por lo tanto, de esta manera se asumen responsabilidades, actitudes y actividades propias de ese grupo, conformando una identidad más arraigada como comunidad en relación con las investigaciones que trabaja, diferenciándolos de otros grupos.

ISSN: 2594-1046

Cuando las comunidades de investigación generan prácticas discursivas o elementos teóricos, consideran ya dar aportes científicos, además de que se complementa cuando sus productos de investigación inician la etapa de divulgación, compartiéndolos en publicaciones de revistas del área, presentándolos en los diferentes congresos que se realizan en diferentes países y que esos mismos productos orienten futuros nuevos aportes e innovaciones investigativas. Los elementos descritos son considerados por los investigadores en ME como elementos esenciales para la construcción de su identidad científica en la investigación en ME.

También resulta interesante mencionar que dentro de los conjuntos temáticos obtenidos de esas entrevistas, hay ideas esenciales que argumentan que la ME es hasta ahora una disciplina académica, que ha surgido de la combinación de diferentes conocimientos que le comparten otras áreas, por lo que la ME tiene diferentes dimensiones de trabajo, que van desde el currículum, la evaluación, y la práctica docente hasta la investigación, si bien son diferentes caminos en los que han profundizado varios investigadores y comunidades de investigación en ME.

Es de suma importancia que en ME se trabaje en generar productos de investigación y más referentes teóricos que validen y den certeza de lo que se trabaja en esta área, de modo que se solidifique más la identidad científica de los investigadores, es necesario que el sustento se dé por el arduo trabajo que se fomenta en todas sus comunidades de investigación existentes y así su evolución disciplinaria vaya marcando más territorio en los diferentes campos investigativos.

8. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Agoff, S. (2005). Reflexiones en torno a la administración pública como campo disciplinario: la disciplina como "comunidad cultural". *3º Congreso Argentino de Administración Pública*. San Miguel de Tucumán. Argentina. Disponible en: http://www.ag.org.ar/3congreso/Ponencias/Agoff.pdf

Angulo, R. (2007). *La estructura conceptual científico didáctica*. México: Coedición Conacyt/ Universidad Autónoma de Guerrero.

Becher, T. (1989). *Tribus y territorios académicos. La indagación intelectual y las culturas de las disciplinas*. Universidad Iberoamericana: Gedisa Editorial.

Cordero, F., y Silva-Crocci, H. (2012). Matemática Educativa, Identidad y Latinoamérica: el quehacer y la usanza del conocimiento disciplinar. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa, 15*(3). 295-318.

Ellemers, N., Spears, R., & Doosje, B. (2002). Self and social identity. *Annual review of psychology, 53*(1), 161-186.

ISSN: 2594-1046

Foucault, M. (1979). *La arqueología del saber*. México. Siglo XXI editores.

Hernández, J. (2014). *La caracterización de los profesionales de la matemática educativa. Una mirada desde el reconocimiento de su campo académico*. (Tesis de doctorado no publicada). Facultad de Matemáticas. Universidad Autónoma de Guerrero, México.

Kuhn, T. S. (1962/2004). *La estructura de las revoluciones científicas*. México: Brevarios, Fondo de Cultura Económica.

Ruvalcaba-Coyaso, J., Alvarado, I. U., y García, R. G. (2011). Identidad e identidad profesional: Acercamiento conceptual e investigación contemporánea. *CES Psicología, 4*(2), 82-102.

Waldegg, G. (1998). La Educación Matemática ¿Una disciplina científica? *Colección Pedagógica Universitaria No. 29*, Instituto de Investigaciones en Educación, Universidad Veracruzana, México. Disponible en: http://www.uv.mx/cpue/coleccion/N_29/la_educaci%C3%B3n_matem%C3%A1tica.htm.

Investigación e Innovación en Matemática Educativa

ISSN: 2594-1046

¿CÓMO EVALUAR LA CONSTRUCCIÓN SOCIAL DEL CONOCIMIENTO MATEMÁTICO?

Daniela Reyes–Gasperini
Centro de Investigación y de Estudios Avanzados, IPN, dreyes@cinvestav.mx

Ricardo Cantoral
Centro de Investigación y de Estudios Avanzados, IPN, rcantor@cinvestav.mx

Resumen

La evaluación de la matemática escolar tiene diversas estrategias que suelen limitarse a considerar sólo a la respuesta correcta a una pregunta determinada. De esta manera está planteada la prueba PLANEA, por ejemplo. Ahora bien, evaluar el saber matemático escolar conlleva replantearse las estrategias y ampliar la postura frente a qué es el aprendizaje, ¿cómo diremos que alguien aprendió?, o bien, ¿cómo diremos que tiene una nueva relación al conocimiento matemático, basado en el saber matemático escolar?

Palabras clave: Teoría Socioepistemológica, construcción social del conocimiento matemático, evaluación.

1. INTRODUCCIÓN

La evaluación de la matemática escolar tiene diversas estrategias que, la mayoría de las veces, se limitan a considerar únicamente la respuesta correcta a una pregunta determinada. De esta manera está planteada la prueba PLANEA, por ejemplo. Ahora bien, evaluar el saber matemático escolar conlleva replantearse las estrategias y ampliar la postura frente a qué es el aprendizaje, ¿cómo diremos que alguien aprendió, o bien, cómo diremos que tiene una nueva relación al conocimiento matemático, basado en el saber matemático escolar?

2. EL CONOCIMIENTO MATEMÁTICO ESCOLAR: MATEMÁTICA ESCOLAR Y SABER MATEMÁTICO ESCOLAR

La Teoría Socioepistemológica hace una clara diferencia entre tres nociones: *Matemática*, *Matemática escolar* y *Matemática Educativa*. La primera, es una rama del campo científico que produce conocimiento matemático con criterios de verdad y la desarrollan comunidades internacionales. La segunda, es un derivado de los procesos de transposición de la primera, hacia el ámbito escolar. La tercera, otro campo disciplinar científico que estudia los fenómenos didácticos ligados al conocimiento matemático (Cantoral, 2013).

Desde la Socioepistemología se concibe que el saber (*savoir*) es el conocimiento (*connaissance*) en uso. Por tanto, examinamos el saber popular, técnico y culto, ya que las culturas, las disciplinas

ISSN: 2594-1046

científicas en general, y la Matemática en particular, usan al conocimiento matemático de diferentes maneras. Todas ellas –*igualmente importantes*– conforman la *sabiduría humana*. Es importante aclarar la relevancia de hablar de la *sabiduría humana* como la fusión entre los tres tipos de saberes, ya que, por ejemplo, lo que hoy se concibe como saber culto, hace unos años no lo era, o bien, dentro de unos años no lo será. Lo mismo ocurre con el saber técnico o popular. Por tal motivo, la trascendencia de los estudios socioepistemológicos radica en la flexibilidad en la articulación que le da operatividad a la fusión entre el saber sabio, culto y popular.

Entonces, en contraposición –no como dicotomía, sino como divergencia– a «la matemática escolar» que vive en el –y gracias al– discurso Matemático Escolar (dME) cuya construcción se sustenta en una *evolución conceptual* y se centra en los objetos matemáticos (conceptos, procesos, algoritmos,…), en nuestra investigación hablaremos desde una *evolución pragmática* centrada en las prácticas asociadas a los objetos. Esta distinción hace de la Socioepistemología una teoría alternativa.

Se clarifica la divergencia cuando alcanzamos la noción de «saber matemático escolar» como objeto de enseñanza y aprendizaje, cuya construcción se sustenta en la visión alternativa de la *evolución pragmática*. Años atrás hemos realizado, desde la Teoría Socioepistemológica, esta diferencia haciendo mención de *la* matemática y *lo* matemático, como por ejemplo: la trigonometría y lo trigonométrico (Montiel, 2005); la variación y lo variacional (Caballero, 2012; Cabrera, 2009); entre muchos otros. Es decir, lo que durante años se ha denominado teóricamente como *el tránsito del conocimiento al saber*, como sintetizó Cantoral (2013), se hizo explícito en la diferenciación semántica de las terminologías para con el conocimiento matemático: "el *lo* y el *la*", no son sólo artículos determinados con fines retóricos.

3. APRENDIZAJE DEL SABER MATEMÁTICO

La noción de aprendizaje se refiere al proceso de la adquisición del conocimiento de algo, ya sea a través del estudio y/o la experiencia. En particular, en el área de Matemáticas propondremos una diferenciación entre el *aprendizaje de la matemática escolar* y *del saber matemático escolar*. El primero (Fig. 1) se refiere a la significación de conceptos abstractos, dosificados al nivel escolar de enseñanza. Una de las maneras disponibles para abordar la significación se basa en la teoría de los registros semióticos de representación: el cambio de representaciones o símbolos será entonces, la base del aprendizaje. Sobre ello, observamos dos dificultades: por un lado, la confusión de que la representación

ISSN: 2594-1046

es el «nuevo meta objeto» (D´Amore, Fandiño, Iori y Matteuzzi, 2015) y, por el otro, que aunque se tenga una correcta transición entre las representaciones y un conocimiento de ellas, todavía así, puede no encontrarse significado para «la vida del estudiante». Sin embargo, reconocemos una ventaja, pues este tipo de aprendizaje a partir de las distintas representaciones permitirá, posteriormente, aplicar el nuevo conocimiento adquirido a diversos problemas matemáticos escolares y darles la solución correspondiente.

El proceso de *aprendizaje de la matemática escolar* (***la*** matemática) tiene sus inicios en una enseñanza y un aprendizaje basada en objetos que se aplicarán, a posterioridad, en tareas que tengan contexto situacional determinado. Es decir, se explicará de la mejor manera posible un tópico matemático y, posteriormente, se aplicará este conocimiento aprendido en alguna situación de la vida real. La matemática escolar tiene una racionalidad universal que lleva a que las respuestas matemáticamente correctas habitualmente sean únicas. Esto permite una clara delimitación entre *lo que está bien* y *lo que está mal*, por tanto, agiliza y hace concreta la actividad de evaluar. Como hemos mencionado anteriormente, el *dME* enuncia lo que está fuera y dentro de la actividad matemática (Soto, 2010).

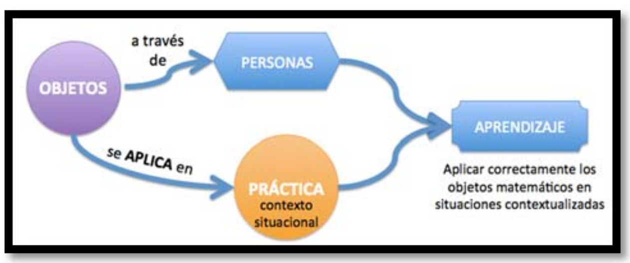


Figura 1: aprendizaje centrado en objetos.

Por otro lado, el proceso de *aprendizaje del saber matemático escolar* (Figura 10) desde la TSME refiere a la significación situada de los objetos matemáticos, mediante el uso (***lo*** matemático). *Lo que hago* construye conocimiento y desarrolla el pensamiento matemático. En *lo que hago*, aprendo. La garantía del aprendizaje no refiere únicamente a la correcta aplicación del conocimiento aprendido, sino, refiere a la habilidad de significar al objeto matemático mediante los usos del conocimiento, es decir, a partir de *lo que hago* puedo darle significados al conocimiento matemático abstracto. Diremos entonces que las personas *saben matemáticas*, en tanto evaluación, si pueden ponerla en uso dentro y fuera de la clase de Matemáticas, dentro y fuera de la escuela (no basta resolver tareas típicamente escolares mediante técnicas más o menos sofisticadas). Si pueden usarla, aún antes de conocer su estructura axiomática formal, pues de esta manera están desarrollando su pensamiento matemático. Se pretende darle el estatus de *saber* al *conocimiento matemático escolar*, es decir, hacerlo funcional y dotarlo de significado mediante el uso, por encima de la resolución de tareas de la matemática escolar. De aquí, nuestra concepción de la resignificación del conocimiento matemático: dar nuevos significados progresivamente.

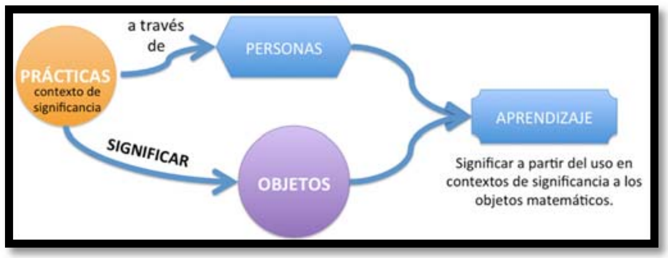


Figura 2: aprendizaje centrado en prácticas.

Por tanto, un programa basado en prácticas conlleva a una reestructuración de la noción de aprendizaje, la cual se sustenta en una racionalidad contextualizada y una visión socioepistemológica del conocimiento matemático. Un programa de este tipo precisará de una red de reestructuraciones que acompañen la evolución, pues deberemos estudiar cómo se construye el conocimiento matemático mediante el uso.

4. CONSTRUCTOS ANALÍTICOS PARA EVIDENCIAR LA RELACIÓN CON EL SABER MATEMÁTICO

4.1. Estructura analítica para evidenciar el proceso de empoderamiento

Con el fin de evidenciar el proceso de cambio respecto a la relación con el conocimiento construimos una estructura analítica que nos permite dar cuenta de la constitución de una postura socioepistemológica para con el conocimiento matemático escolar, es decir, una relación con el saber matemático escolar. Ésta proviene de la caracterización realizada del Rediseño del discurso Matemático Escolar (RdME) por Reyes–Gasperini (2011) en el cuadro de *articulación entre el dME, los principios de la Teoría Socioepistemológica y el RdME*, que fue refinado en una reciente publicación (Cantoral, Montiel y Reyes-Gasperini, 2015). Los constructos son:

a) Carácter funcional del saber matemático

ISSN: 2594-1046

Sustenta el principio socioepistemológico que refiere a la *normatividad de las prácticas sociales* en la construcción del conocimiento matemático. La matemática escolar se organiza con base en el saber y el funcionamiento cognitivo, didáctico, epistemológico y social *en la vida de los seres humanos*. Esto se pone en dialéctica con una postura en donde la organización de la matemática escolar antepuso la utilidad del conocimiento a cualquiera de sus restantes cualidades.

b) Racionalidades contextuales diversas

La funcionalidad del conocimiento precisa de la aceptación de racionalidades contextuales diversas, ya que la racionalidad con la cual se signifique al conocimiento matemático estará determinada por el contexto situacional del individuo o grupo. Esto se pone en dialéctica a la desconsideración de los aspectos sociales, contextuales y culturales que rige en el dME.

c) Validación de saberes

La matemática escolar tiene diversas maneras de verse, trabajarse, construirse y desarrollarse, concibiendo que la validez del saber es relativa al individuo y al grupo cultural en el cual éste ha emergido y respecto a la racionalidad contextualizada que éste posea. El relativismo epistemológico es indispensable para trabajar con la noción de significación mediante el uso y la diversidad de racionalidades contextualizadas. El trabajo con la construcción social del conocimiento, basada en *acciones*, *actividades* y *prácticas*, amerita superar los absolutismos impuestos o la supremacía de algunos argumentos o significados frente a otros. Esto, en conjunto con la mecanización de procesos o memorización de conceptos que subyace en el dME actual, es lo que se pone en dialéctica en la postura socioepistemológica.

d) Pluralidad de prácticas de referencia para la resignificación

La pluralidad de prácticas de referencia, su interacción con diversos contextos y la propia evolución del individuo o grupo, promueve la resignificación de los conocimientos construidos, enriqueciéndolos con nuevos significados mediante el uso. Se aspira al reconocimiento de diversas prácticas socialmente compartidas como cimientos para provocar la evolución de la construcción del conocimiento mediante el uso. De esta manera, se pone en dialéctica la idea de que la matemática se aplica a otros campos disciplinares que rige en el dME, con la idea de que es en otras prácticas de

ISSN: 2594-1046

referencia donde se promueve la resignificación del conocimiento y por tanto, su construcción y aprendizaje.

4.2. Síntesis: categorías de análisis

Por lo anterior, se considerará que los individuos tienen una postura socioepistemológica para con el conocimiento matemático cuando se evidencien gestiones con él que les permita: 1) significar mediante el uso el conocimiento matemático (funcionalidad); 2) reconocer la diversidad de racionalidades contextualizadas (contextualidad); 3) aceptar que la validez de la construcción dependerá de la coherencia de las argumentaciones que la sustenten (relativismo); 4) propiciar la significación a partir de prácticas de referencias diversas (resignificación).

4.3. Categorías analíticas relativas a lo proporcional

1. *Funcionalidad*: partimos de la idea de que la proporcionalidad es un tipo de relación que se mantiene constante al ponderar distintos pares de elementos de las magnitudes involucradas. La denominada significación mediante el uso, precisa de la evolución de la secuencia $acción \rightarrow actividad \rightarrow práctica.$ Las *acciones* tienen un carácter intuitivo e inmediato, que nos lleva a establecer una relación específica entre dos elementos de magnitudes diversas (magnitudes heterogéneas o magnitudes homogéneas). Se considera *actividad* a una acción intencional y planeada con mediación instrumental que permite encontrar esa misma relación en otros dos elementos, lo que hace que se considere una potencial relación proporcional y se halla y/o construye un invariante en dicha relación. La *práctica* está normada culturalmente, es la que da carácter de validez a la *actividad*, es decir, en este caso, al invariante localizado. Una anidación de prácticas que denominamos hipotética, corresponde a $comparar \rightarrow igualar \rightarrow medir.$ Esta anidación mantiene una relación dialéctica con la secuencia de entes abstractos, conceptos matemáticos que habitualmente se tratan en el aula como $razón \rightarrow proporción \rightarrow proporcionalidad.$ Esta categoría evidenciará aquellas acciones, actividades y prácticas que acompañen la construcción de los conceptos matemáticos.
2. *Contextualidad*: considerando que lo proporcional se inicia en una determinada relación, se debe considerar que la relación será establecida y determinada por el contexto sobre el cual se sustente, el contexto incluye lo semántico y lo pragmático, es cercano a la experiencia de quien participa.

Esta categoría evidenciará cuándo se establecen argumentaciones sustentadas en la contextualidad, lo cual provoca diversidad de relaciones y argumentaciones;

3. *Relativismo*: las construcciones de relaciones entre pares de magnitudes serán válidas siempre y cuando la argumentación que respalde dicha relación tenga sustento heurístico contextual, pudiendo darse el caso de obtener resultados matemáticamente distintos a partir de obtener relaciones y unidades de medidas distintas en una misma situación. Esta categoría evidenciará la aceptación de diferentes respuestas basándose en la fundamentación contextual;
4. *Resignificación*: propiciar la significación de los conceptos asociados al objeto de la proporcionalidad a partir de prácticas de referencias diversas como son los procesos de compra - venta, la acción misma de cocinar, la práctica del diseño en Arquitectura, la densidad en Geografía, el justo medio del Derecho, los índices antropométricos, los procesos de escala, reducciones y ampliaciones, entre otras. Esta categoría analítica acompañará el desarrollo de toda la situación de aprendizaje, haciéndose explícita donde un concepto matemático sea significado de diversas maneras a partir de su uso.

5. EJEMPLO DE ANÁLISIS

Con base en una afirmación realizada en uno de los planes de clase sobre proporcionalidad lineal, dos profesores realizan una reflexión.

PLAN DE CLASE

Es probable que los alumnos justifiquen la semejanza estableciendo la razón entre los lados de los rectángulos dibujados; sin embargo, también se les puede preguntar qué se observa con respecto a los vértices que no están sobre los ejes del plano y establecer que todos ellos quedan sobre una recta, por lo que son colineales.

También se puede concluir que los segmentos paralelos entre dos líneas secantes son proporcionales; en este caso las secantes son x (eje horizontal) y m (línea) que une los vértices de los rectángulos (Teorema de Tales) como se muestra en la figura 1.

5.1. Análisis con base en constructos analíticos socioepistemológicos

Para analizar la tarea presentada en el plan de clases fue indispensable no olvidar el hecho de que se estaba trabajando con la ampliación de una fotografía, pues esa *contextualidad* fue la que garantizó pensar en los lados homólogos de los rectángulos y solicitar indiscutiblemente que la representación gráfica de la función fuera una recta que pase por el origen, pues de otra manera las comparaciones e igualaciones no conservarían el invariante. Con esta tarea, contextualizada, se da una significación a la necesidad de que la representación gráfica de la función proporcional pase por el origen: así, la razón entre los pares de lados homólogos se mantiene constante, es decir, la razón de los incrementos es constante. La *resignificación* de la tarea en un contexto gráfico permite la construcción de la noción de incrementos y de la razón de estos incrementos. Cuando se dice "construcción" no significa que sea la primera vez que ellos abordan el tema, sino que es un argumento que surge a partir de las propias acciones de *relacionar, comparar, construir un invariante* e *igualar*, lo que demarca a su vez, la relación sustentada en la *funcionalidad* en un contexto matemático formal. Esta funcionalidad permite pasar de ver la diferencia de estados de cada variable a ver la razón de esas diferencias, es decir, dentro del contexto matemático pasar de ver la variación de la variable a ver la variación de la relación. En este caso presentado no ejemplificamos el relativismo pues, no todos los casos ejemplifican todos los constructos analíticos.

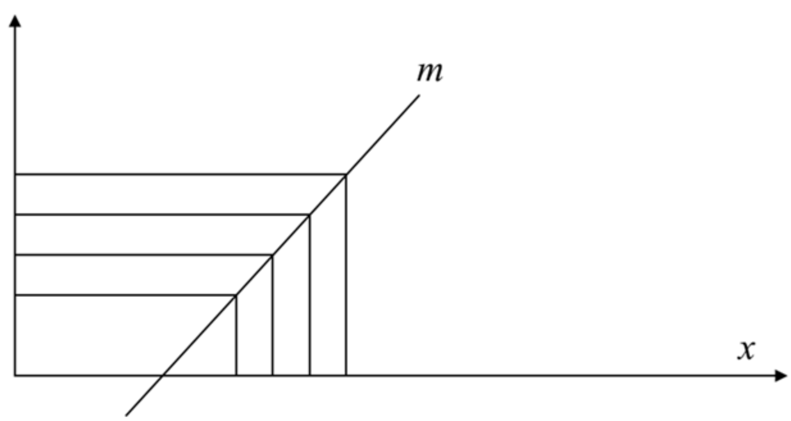


Figura 1. Representación gráfica del Teorema de Tales

6. REFLEXIONES FINALES

La evaluación de la construcción social del conocimietno matemático es una tarea que aún debe abordarse. Queda profundizar sobre la viabilidad de analizar el aprendizaje mediante el uso con estos constructos analíticos en otros contextos y con otras poblaciones. Con base en la investigación realizada nos enfrentamos a un problema hasta el momento no abordado desde la construcción social del conocimiento matemático y hemos, con base en la articulación de los constructos teóricos de la Teoría Socioepistemológica, dado coherencia al análisis de datos y los resultados.

ISSN: 2594-1046

Las categorías de análisis para hacer el estudio de la construcción social del conocimiento, serán: 1) *funcionalidad*: que su relación al conocimiento sea funcional, es decir, que se signifique mediante el uso al conocimiento matemático; 2) *contextualidad*: que su relación al conocimiento sea contextual, es decir, que se reconozca la diversidad de racionalidades contextualizadas; 3) *relativismo*: que su relación al conocimiento permita la relatividad, es decir, que se acepte como validez de la construcción elaborada a las argumentaciones coherentes, aunque diversas, que la sustenten; 4) *resignificación*: que su relación al conocimiento se sustente en la resignificación, es decir, que propicie la significación progresiva a partir de múltiples prácticas de referencia.

7. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Caballero, M. (2012). *Un estudio de las dificultades en el desarrollo del pensamiento y lenguaje variacional en profesores de bachillerato.* (Tesis de maestría no publicada). Centro de Investigación y de Estudios Avanzados, Ciudad de México, México.

Cabrera, L. (2009). El pensamiento y lenguaje variacional y el desarrollo de competencias. Un estudio en el marco de la Reforma Integral de Bachillerato. (Tesis de maestría no publicada). Centro de Investigación y de Estudios Avanzados, Ciudad de México, México.

Cantoral, R. (2013). Teoría Socioepistemológica de la Matemática Educativa. Estudios sobre construcción social del conocimiento. Barcelona, España: Gedisa.

Cantoral, R., Montiel, G., & Reyes–Gasperini, D. (2015). Análisis del discurso Matemático Escolar en los libros de texto, una mirada desde la Teoría Socioepistemológica. *Avances de Investigación en Educación Matemática, 8*, 9–28.

D´Amore, B., Fandiño, M., Iori, M., & Matteuzzi, M. (2015). Análisis de los antecedentes histórico-filosóficos de la “paradoja de Duval”. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa, 18*(2), 177–212.

Montiel, G. (2005). *Estudio socioepistemológico de la función trigonométrica.* (Tesis de doctorado no publicada). Centro de Investigación en Ciencias Aplicadas y Tecnología Avanzada, Ciudad de México, México.

Reyes-Gasperini, D. (2011). *Empoderamiento docente desde una visión Socioepistemológica: Estudio de los factores de cambio en las prácticas del profesor de matemáticas*. (Tesis de maestría no publicada). Centro de Investigación y de Estudios Avanzados, Ciudad de México, México.

Soto, D. (2010). *El Discurso Matemático Escolar y la Exclusión. Una visión Socioepistemológica*. (Tesis de maestría no publicada). Centro de Investigación y de Estudios Avanzados, Ciudad de México, México.

ISSN: 2594-1046

ACERCAMIENTO AL PENSAMIENTO MATEMÁTICO DE NIÑOS CON SÍNDROME DE DOWN: PESO Y VOLUMEN

J. Marcos López-Mojica
Universidad de Colima, mojicajm@gmail.com

E. Argentina Noriega García
SEP Colima, USAER-Preescolar 10, argentina.noriega@gmail.com

Resumen

Investigaciones han demostrado que las personas con Síndrome de Down pueden desarrollar conocimiento. El problema es que desde Matemática Educativa son pocas las pesquisas que se han interesado en los procesos cognitivos de los niños con síndrome de Down referentes a situaciones matemáticas. El presente documento es parte de un proyecto de investigación más amplio, que se interesa por caracterizar el pensamiento matemático de personas con esta afección, con el fin de establecer un marco de referencia que permita a los docentes diseñar actividades de enseñanza para acercar los conceptos matemáticos a esta población. Para el escrito fue de interés analizar los desempeños de niños con síndrome de Down en actividades de peso, área y volumen, en un espacio de entrevista individual semiestructurada. Los resultados se caracterizan por: nociones matemáticas sobre el conteo, la cantidad, repartición, conservación, comparación y reproducción. El uso de esquemas compensatorios visual y motriz, la atención y la imitación.

Palabras clave: Pensamiento matemático, procesos cognitivos, síndrome Down.

1. INTRODUCCIÓN Y PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

Uno de los fenómenos más trascendentes que trajo consigo el siglo XIX ha sido la posibilidad de acceso público a la información. Por esa razón a la época actual se le ha denominado "sociedad de la información" o del "conocimiento" (Castells, 1999; Torres, 2005), pues es en el ámbito informativo y de la comunicación donde más transformaciones tecnológicas se han observado. En ese sentido, se exige que nuestras instituciones educativas propicien condiciones para el arribo a los conocimientos en circunstancias de equidad, de inclusión y de manera integral, tanto para poblaciones regulares como para las que requieren Educación Especial.

De lo anterior se esboza la siguiente interrogante, desde Matemática Educativa ¿qué se está realizando para que las personas con discapacidad puedan desarrollar su conocimiento matemático? En López-Mojica (2013) se plantea que son pocas las investigaciones que se interesan por la población en cuestión, además argumenta que la educación de personas con discapacidad ha sido un problema ignorado por la sociedad en general.

López-Mojica y Ojeda (2015) argumentan que en Matemática Educativa se debería interesar en los procesos particulares del pensamiento matemático de cada individuo con discapacidad, esto propiciaría a identificar las formas distintas o los caminos diferentes a los que pueden acceder a los conceptos matemáticos y con ello establecer un marco de referencia que permita el diseño de actividades de enseñanza por parte de los docentes.

En ese sentido, el presente informe de investigación se interesa por señalar las características del pensamiento matemático de niños con Síndrome de Down; de manera particular se enfoca en analizar los desempeños de éstos ante situaciones de peso y volumen. Según Piaget (1982) el pensamiento surge con las acciones que el individuo realiza sobre los objetos ante situaciones determinadas, de manera tal que éste otorga un significado al interiorizar un proceso.

La presente investigación se deriva de un proyecto más amplio el cuál relaciona dos áreas matemática educativa y educación especial; fue de interés identificar aspectos del pensamiento matemático de personas con síndrome Down por lo que se planteó la pregunta ¿Qué caracteriza al pensamiento matemático de niños con Síndrome de Down ante situaciones de conservación de peso y volumen? El objetivo fue caracterizar el pensamiento matemático a través de los desempeños que se observan de los niños ante situaciones de conservación de la materia.

2. PERSPECTIVA TEÓRICA: TRES EJES RECTORES

Ojeda (1994) propone la interrelación de tres ejes rectores para la investigación de estocásticos en matemática educativa: *epistemológico*, *cognitivo* y *social*. En el primero interesa lo relativo al conocimiento matemático, el segundo refiere a los procesos específicos del pensamiento y en el tercero se considera al individuo en la interacción con la comunidad.

En ese sentido, López-Mojica y Ojeda (2015) emplearon los tres ejes rectores para la investigación en la educación especial. Dada la naturaleza del objeto de estudio de esta disciplina, se incorporó al eje cognitivo los esquemas compensatorios.

Por lo tanto, para el presente documento en el eje epistemológico se tienen las nociones matemáticas de conservación de peso y volumen (Furth, 1971; Piaget e Inhelder, 1962), así como el triángulo epistemológico para la constitución del concepto matemático (Steinbring, 2005); en el eje cognitivo interesaron los esquemas compensatorios para el síndrome Down (Vygotsky, 1997; López-Mojica y Ojeda, 2014), así como el proceso de memoria, atención y lenguaje (García-Alba, 2009). En el eje social, se asume a la discapacidad como un constructo social (López-Mojica, 2013), por lo que interesó el comportamiento inteligente (Maturana, 2003).

2.1. El eje epistemológico

Desde el enfoque Piagetiano se interpreta a la noción de la "conservación" como "la habilidad para reconocer que dos cantidades iguales de materia permanecen idénticas en sustancias, peso o volumen, hasta que se le añade o quite algo" (Furth, 1971; pág. 32). La conservación no solamente representa un atributo crucial en sí mismo, sino que el concepto señala una importante fase en el desarrollo cognitivo del niño: el paso desde el pensamiento pre-lógico al lógico (Escalante y Molina, 2000).

La idea de conservar revela la habilidad para reconocer que ciertas propiedades como número, longitud, sustancia, permanecen invariables aun cuando sobre ellas se realicen cambios en su forma, color o posición (Piaget, 1983). Cuando el niño ya ha adquirido la noción de conservación, se puede ubicarlo en las operaciones concretas. Para lo anterior, el niño debe representar una transformación inversa, es decir, tomar conciencia de que las relaciones cuantitativas entre dos objetos permanecen constantes aunque se hayan realizado modificaciones en su forma, en otras palabras sin haber quitado o añadido nada (Piaget, 1983).

El peso, de acuerdo al S.M.D., es una medida de la fuerza gravitatoria que actúa sobre el objeto. Las unidades utilizadas para medir el peso son: gramos, kilogramos o miligramos, aunque su unidad fundamental es el kilogramo. El volumen se define como la cantidad de espacio que ocupa un cuerpo. La unidad para medir volúmenes es el metro cúbico (m^3) que corresponde al espacio que hay en el interior de un cubo de 1 m de lado. Para medir el volumen de los líquidos y los gases también podemos fijarnos en la capacidad del recipiente que los contiene, utilizando las unidades de capacidad, especialmente el litro (l) y el mililitro (ml).

2.2. El eje cognitivo

Vygotski (1997) consideró a los esquemas compensatorios como los que asumen la función de los que por ciertas circunstancias no fueron desarrollados o son deficientes en los individuos. López-

ISSN: 2594-1046

Mojica y Ojeda (2014) identificaron que para el Síndrome de Down los esquemas compensatorios que se activan ante situaciones donde interviene el azar son el visual y el auditivo. Los autores argumentan que si se les presenta la información de manera visual y si el mensaje es repetitivo y simplificado se logra la atención de los niños con estas características (López-Mojica y Ojeda 2014).

Lo anterior se complementa con lo que García-Alba (2010) ha investigado sobre el síndrome de Down. El autor indagó que la *memoria* es el primer paso en la cadena del aprendizaje y adquisición de los conocimientos, por lo que es importante que al emitir un mensaje a la persona con Síndrome Down, sea breve para que pueda retener lo suficiente y así avanzar en el proceso de aprendizaje (García-Alba, 2009). Respecto a la *atención*, se observa cierta dificultad para seleccionar el estímulo adecuado y dependiendo de la modalidad informativa la atención variará mucho. García-Alba (2009) dice que la información exterior es tratada de diferentes maneras en función de cómo sea la atención y motivación que la persona con Síndrome Down tenga por la tarea que se realiza. Otro aspecto importante es el lenguaje, un niño con esta afección tiende a imitar, lo cual facilitaría su proceso de aprendizaje. Estos niños aprenden pautas de conducta por medio de la imitación, por lo tanto, el aspecto social puede verse favorecido por dicha tendencia, sin embargo esta conducta debe guiarse para que se adapte a sus ritmos y habilidades (García-Alba, 2009).

2.3.El eje social

Schalock (1999) establece una concepción diferente de discapacidad, como función social, una visión del individuo como un ser que requiere autonomía, integración, igualdad y potencializar sus capacidades, una educación integradora y una gestión por mejorar la calidad de vida del individuo en función de los resultados. En ese sentido, Vygotsky (1997) establece que el desarrollo del niño con discapacidad está condicionado socialmente, pues la afección debe orientarse a la adaptación de las condiciones del medio que se ha creado y formado para un humano ideal. De lo anterior, López-Mojica (2003) argumenta que la discapacidad es un constructo social, pues ésta depende no de las características del individuo, sino de las relaciones que se han establecido entre éste y su medio, quien es el que lo limita. En ese sentido, no se habla entonces de inteligencia, sino de un “comportamiento inteligente”, pues éste dependerá de las relaciones que el individuo establezca con su medio, entre más relaciones se establezcan se tendrá un mejor comportamiento inteligente (Maturana, 2003).

ISSN: 2594-1046

3. MÉTODO

La investigación es de tipo cualitativa (Vasilachis, 2006) y constó de tres fases. La primera tuvo como objetivo recabar información sobre las nociones matemáticas de conservación, sobre esquemas compensatorios y sobre las formas de comunicación de niños con síndrome de Down. En la segunda fase se diseñaron las actividades para entrevista individual semiestructurada, las actividades fueron sobre: peso y volumen. Para la tercera fase se aplicaron las entrevistas en un escenario específico. En la siguiente figura se esquematiza el procedimiento de la investigación.

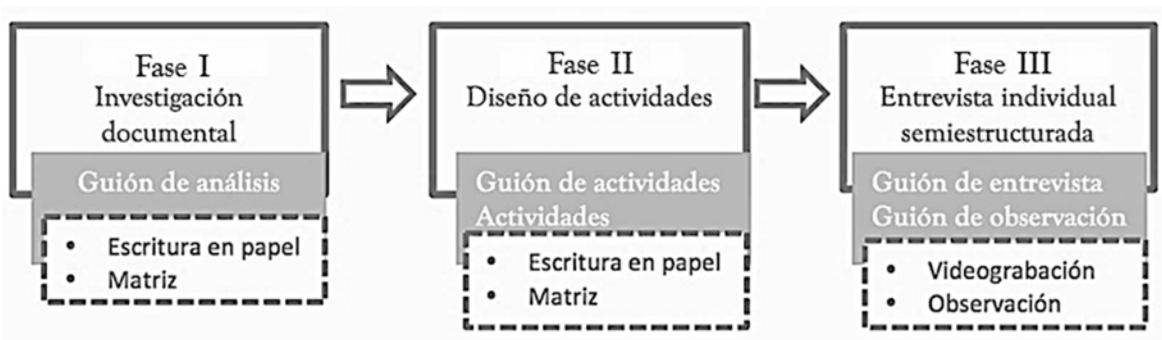


Figura 1: Fases de la investigación.

Los métodos empleados en la investigación fueron la observación y la entrevista individual semiestructurada. Para Maturana (2003), describir la biología del observador, no es más que reflexionar sobre las interacciones del individuo en su medio y con sus semejantes. El autor asocia a la observación con el concepto de recursividad, la cual consiste en asociar algo nuevo a un procesos previamente realizado. Maturana (2003) atribuye a esta bilogía cuatro niveles de reflexión para llegar a la autoconciencia: la distinción de un objeto o proceso, la asociación de los procesos con algo nuevo, establecer una relación entre los procesos y como resultado la autoconciencia de aquellos procesos.

La entrevista semiestructurada se entiende como la interacción entre dos individuos cuando uno le plantea preguntas al otro para alcanzar un objetivo —el de obtener datos de la comprensión del segundo respecto a una situación o a conceptos implicados en una actividad— por lo que es relevante el tipo de comunicación posible con cada caso debido al síndrome o afección (Zazkis y Hazzan, 1999; López-Mojica, 2013).

ISSN: 2594-1046

Los instrumentos de la investigación fueron guiones de análisis, de actividades y de entrevista semi-estructurada. Las técnicas de registro de información fueron la escritura en papel, matriz de datos y la videograbación con su transcripción.

3.1. Las actividades de referencia

En las actividades se utilizó material físico para la referencia del objeto, ya que Steinbring (2005) argumenta la importancia de diferenciar la situación que implica, el objeto de los signos o símbolos empleados en la presentación de la actividad y en su desarrollo, para la constitución del concepto matemático. La siguiente tabla presenta a detalle las características de las actividades.

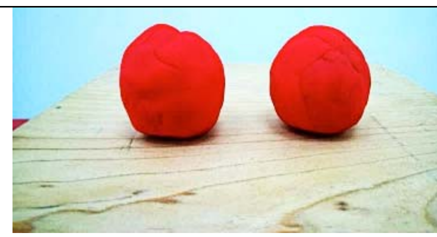
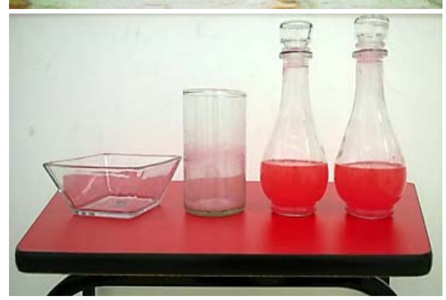
Actividad	Objetivo	Objetos
Conservación de peso	Identificar que el peso de un objeto no cambia en cualquier forma que adopte la plastilina.	
Conservación de volumen	Identificar que el espacio que ocupa un líquido en determinado recipiente no cambia de cantidad en otro con diferente forma.	

Tabla 1: Características de las actividades de referencia.

Cada actividad se desarrolló en un periodo de 20 minutos, en el Centro de apoyo para la educación e inclusión de la Facultad de Ciencias de la Educación, en la Universidad de Colima. Se aplicó a seis niños con Síndrome de Down con diferentes características (ver Tabla 2).

4. RESULTADOS

Los resultados que a continuación se muestran, se organizaron en tres aspectos: nociones matemáticas sobre peso y volumen, uso de esquemas compensatorios y el tipo de comunicación que se desarrolló con los niños. Por ejemplo se identificaron nociones de cantidad, conteo, repartición,

ISSN: 2594-1046

comparación y conservación en los conceptos de peso y volumen. Se obtuvo evidencia de la atención de los niños con Síndrome Down al manipular los objetos concretos en relación a la conservación, la comparación y el conteo. El uso de la imitación respecto a la comparación y la conservación. El esquema visual y el motriz para la comunicación de sus respuestas en cantidad y comparación.

Nombre	Sexo	Edad	Nivel académico	Nivel de lenguaje
Belén	F	7	Primaria	Palabras aisladas, sonidos guturales
José	M	12	Secundaria	Sonidos guturales
Evelyn	F	12	Primaria	Emite algunas palabras, Lengua de Señas Mexicanas, sonidos guturales
Kevin	M	9	Primaria	Palabras aislada, sonidos guturales
Sarah	F	5	Primaria	Conversa y sonidos guturales
Alex	M	18	Secundaria	Conversa, en ocasiones emite sonidos guturales

Tabla 2: Características de los niños.

4.1.Noción de cantidad

En la entrevista de conservación de peso (plastilina), se cuestionó a los niños sobre cuál bola de plastilina era más grande y cuál era más chica, los investigadores tuvieron que agregar más preguntas al momento de la entrevista y por lo tanto modificar un poco la cantidad de plastilina que se había utilizado para cada bola.

Por ejemplo, para el caso de Sarah (6 años), cuando se le preguntó sobre la cantidad de plastilina, al parecer, no presentó alguna dificultad en identificar la bola de plastilina más grande y la más pequeña.

[33] Argentina: (Se muestra a Sarah una bola de plastilina grande y una pequeña) ¿Dónde hay más plastilina?

[34] Sarah: (Toma con su mano derecha la bola de plastilina grande y la levanta) Así.

[35] Argentina: Así es. ¿Dónde hay menos (plastilina)?

[36] Sarah: (Toma con su mano izquierda la bola más pequeña y la levanta) Así.

[37] Argentina: Sí, muy bien. (Cambia de posición las bolas de plastilina) ¿Dónde hay más plastilina?

[38] Sarah: (Toca con su mano izquierda la bola de plastilina más grande) Así.

[39] Argentina: ¿Dónde hay menos (plastilina)?

[40] Sarah: (Toca la bola de plastilina pequeña) Así.

[41] Argentina: Muy bien.

ISSN: 2594-1046

Si bien las respuestas de Sarah sólo se limitaban a expresiones orales tales como "así", las acciones y expresiones corporales completaban sus contestaciones (véase la Figura 2). Nótese en la figura el señalamiento con el dedo índice y la fijación con la mirada en el objeto por parte de Sarah.

Figura 2: Sarah en interacción con el objeto.

Para el caso de Belén, por la condición que presentaba (poca oralización, 7 años), sus contestaciones se limitaban sólo a señalamientos con el dedo índice de la bola de plastilina *más grande* (véase la Figura 3). Con Belén, podemos argumentar, que además de percibir la transformación del objeto; identificó que la bola de plastilina modificada fue la que tenía más cantidad de plastilina.

Figura 3: Belén señalando con el dedo índice la bola de plastilina *más grande*.

4.2.Noción de conteo *uno a uno*

No se pudo identificar que los niños pudieran tener consolidado el conteo. Se tuvo un acercamiento a nociones del *conteo uno a uno*. Para el caso de Sarah, no tenía fortalecido el conteo, sólo pronunciaba el nombre de los números sin orden. Además se observa que en las entrevistas realizadas la alumna no mostró conservación; por lo tanto no podrá realizar el conteo de manera adecuada si antes no consolida los aspectos previos.

[97] Marcos: ¿Cuántos?
[98] Sarah: Do. (Dos).
[99] Marcos: (Coloca la bola de plastilina que el tenía en sus manos) ¿Y ahora cuantos? ¿Cuántos son?
[100] Sarah: (Sin voltear a ver la plastilina) Do. (Dos).
[101] Marcos: No (Retira la bola de plastilina que Sarah tenía en sus manos). Sarah, ¿Cuántos son? Cuenta.
[102] Sarah: Do, te, teto. (Dos, tres, cuatro).
[103] Marcos: Uno, (Señalando el pedazo de plastilina).
[104] Sarah: Do, te, teto. (Dos, tres, cuatro).
[105] Marcos: (Señala el primer pedazo de plastilina que se encuentra a su mano derecha). Uno. (Señala el segundo pedazo de plastilina).
[106] Sarah: Do, te. (Dos, tres).
[107] Marcos: ¿Cuántos son?
[108] Sarah: Do. (Dos).
[109] Marcos: Tres. Muy bien Sarah.

4.3.Noción de comparación

Hubo un acercamiento a la idea de *comparación*, tres niños tomaban los objetos y los comparaban para corroborar sus respuestas. Por ejemplo el caso de Alex (18 años), que en la situación de líquidos juntaba los recipientes para estimar la cantidad de agua en cada uno de ellos, cuando los recipientes eran de la misma forma.

En la Figura 4 se puede notar las acciones que realizó Alex ante la pregunta “¿Hay la misma cantidad de agua?”. Alex juntó los recipientes a manera de comparar el nivel de líquido que tenía cada uno de ellos, es de resaltar que los recipientes tenían la misma forma, y de esa manera Alex identificó que en los recipientes había la misma cantidad de agua.

ISSN: 2594-1046

Figura 4: Alex compara el nivel de agua en los recipientes.

4.4.Noción de conservación

En las actividades de conservación de peso, se identificó que Belén se mantuvo en el primer estadio de no conservación, Sarah, Evelyn y José demostraron que a veces conservan, por su parte Kevin y Alex se encontraron en el estadio de conservación pero sin reversibilidad del pensamiento. En la entrevista de conservación de volumen Sarah, Belén, Evelyn y José se ubicaron en el primer estadio de no conservación, mientras que Kevin y Alex en el tercer estadio.

Se pudo identificar nociones de conservación de líquidos y de plastilina. Para el caso de Alex, en la entrevista de líquidos, percibió señalando con su dedo índice que en recipientes de forma diferente se mantenía la misma cantidad de líquido.

[57]	Argentina:	Ok. Oye y si yo cambio el agua aquí (toma el recipiente B y lo vacía al recipiente C).
[58]	Alex:	(Observa y sonríe, luego mueve su cabeza para ver hasta dónde llega el agua en el recipiente C, se agacha).
[59]	Argentina:	¿Tiene la misma cantidad de agua?
[60]	Alex:	(vuelve a agacharse para observar el agua y sonríe) Ese, ese, ese es el mismo.
[61]	Argentina:	¿Es el mismo?
[62]	Alex:	Es el mismo
[63]	Argentina:	¿Por qué?
[64]	Alex:	Por que ete va ahí y ete va ahí (señala el límite hasta donde llega el agua en cada recipiente).
[65]	Argentina:	¿Por qué?
[66]	Alex:	(Se detiene a pensar tocando su barbilla y labios) Ese, ese tiene mucha agua (señala el recipiente A1).
[67]	Argentina:	¿Tiene mucha agua?
[68]	Alex:	Sí. Y el bote ese bote, no es el mismo.

ISSN: 2594-1046

[69] Argentina: Ah ¿tiene el agua de ese mismo?
[70] Alex: Sí.

En la Figura 5 se puede notar cuando Alex compara la cantidad de líquido en los recipientes y con ello argumenta su respuesta.

Figura 5: Alex identifica la cantidad de líquido en los recipientes.

4.5. Esquemas compensatorios: la atención

En las entrevistas se identificó que para dar respuesta a las actividades matemáticas los seis participantes, presentaron atención a cada una de las situaciones matemáticas de conservación de la materia. Se observó que los participantes lograban emitir una respuesta acompañada de diferentes acciones, como palabras aisladas, sonidos guturales y movimientos corporales.

En el caso de la actividad de conservación de peso, se le preguntó a Evelyn cuál bola de plastilina era más grande. La niña observó con atención la manipulación de las bolas de plastilina que después se le presentó:

[1] Argentina: Oye Evelyn ¿cuál de estas dos bolas es más grande? (muestra una bola grande y una pequeña de plastilina).
[2] Evelyn: (Observa atentamente lo que realiza Argentina) (Señala con su dedo índice derecho la bola grande) Eta (ésta)
[3] Argentina: ¿Y cuál de estas dos bolas es más chiquita? (cambia de lugar las bolas).
[4] Evelyn: (Señala con su dedo índice derecho la bola pequeña) Así.

La respuesta que emitió fue con base a la atención que mostró al momento que se le presentó el material. Ante esto, logró identificar la bola de plastilina más grande y la pequeña (Figura 6).

ISSN: 2594-1046

Figura 6. Evelyn muestra atención a la actividad

4.6. Esquemas compensatorios: visual y motriz

Para las matemáticas se identificó el uso de acciones que compensan aquellas limitaciones que presentan los participantes con Síndrome Down. Dichas acciones están enfocadas a distintos movimientos motrices y visuales, principalmente, que refieren el uso de los esquemas compensatorios. Para cada caso en concreto, se observó las características particulares en el uso de los esquemas compensatorio, posiblemente debido a la edad y el proceso de consolidación de dichos esquemas.

Figura 7: Kevin utiliza su esquema visual para dar su respuesta.

Un ejemplo es el caso de Kevin en la entrevista de conservación de peso. Al presentarle dos plastilinas con la misma cantidad, una en forma de bola y la otra aplastada en forma de círculo, se le cuestionó si mantenían la misma cantidad de plastilina. Para dar respuesta, se observó primero que Kevin utilizó su esquema visual para comparar las dos plastilinas, luego de observarlas indicó su respuesta manteniendo su mirada fija sobre una de las plastilinas. Con esto, indicó su respuesta compensando su poca oralidad con el uso de la vista.

[48]	Argentina:	Muy bien, ahora fíjate lo que voy a hacer (Aplasta el cilindro de plastilina formando un círculo) Ahora, dime ¿tiene la misma cantidad de plastilina? (Coloca la bola de plastilina y la plastilina aplastada sobre la mesa).
[49]	Kevin:	(Observa la acción de la investigadora, después probablemente compara ambas plastilinas, observando primero una y luego la otra, luego mantiene su mirada fija sobre una de las plastilinas para indicar su respuesta).

5. CONCLUSIONES

Se identificaron nociones de conservación de peso y volumen. En la conservación de peso se observó un acercamiento al estadio señalado por Piaget e Inhelder (1962): *unas veces conservaban* y *otras no*.

En las actividades de volumen, no se observó conservación, pero sí un acercamiento a ésta, por ejemplo Alex y José en la segunda etapa: intermedia, donde unas veces conserva y otras no (Piaget e Inhelder, 1962). A pesar de que el resto no presentó conservación de volumen, se aproximaron en todos los casos a la idea de conservación. En ese sentido, Maturana (2003) dice que la entrevista si bien no tiene como objetivo el aprendizaje, el individuo aprehende aspectos que le den significado a la situación, por tanto propicia un espacio de acercamiento al conocimiento. Además, el tipo de actividades que se presentaron a los entrevistados se diseñaron de manera que fueran atractivas y que les permitiera estar en interacción con el objeto, por lo que se propició un significado a las nociones matemáticas por parte de los niños.

Se pudieron identificar desempeños que apuntan a ser esquemas compensatorios para el pensamiento matemático. En todos los individuos que participaron hubo incidencia en el uso de acciones visuales (esquema visual), seguimiento con la mirada de los cambios en la materia y prolongación de la misma al realizar una acción sobre el objeto, además de utilizar la visión para comparar dos objetos en una misma situación. Esto, junto con acciones que tienen relación a la manipulación del objeto, que involucraba el movimiento de sus manos y su motricidad en general (esquema motriz) y responder a las situaciones planteadas.

Los esquemas visual y motriz fueron recurrentes en estos individuos con Síndrome Down para actividades de conservación de peso y volumen, y compensaron problemas de lenguaje, de memoria y de atención. Es evidente entonces, que para promover el pensamiento matemático en esta población se debe propiciar el uso de esquemas compensatorios. De acuerdo con López-Mojica (2013), si bien se

ISSN: 2594-1046

observó que los participantes con Síndrome Down recurren a los esquemas compensatorios visual y motriz, se distinguen ciertas particularidades en su uso para cada caso. Mientras José recurrió a su esquema motriz, primero tocando el objeto e inmediatamente después haciendo referencia al objeto con señas en el aire; Sarah usó el esquema motriz ejemplificando con mímica la acción en cada una de sus respuestas.

6. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Castells, M. (1999). *La Era de la Información: Economía, Sociedad y Cultura*. México: Siglo XXI.

Escalante, G., y Molina, Y. (2000). Nociones de conservación en niños merideños. *Educere*, 3(1), 69-75.

Furth, G. (1971). *Piaget and Knowledge: theoretical foundations, Englewood Cliffs.* USA: Prentice-Hall.

García-Alba, J. (2009). *Déficit neuropsicológico en Síndrome de Down y valoración por doppler transcraneal*. (Tesis doctoral inédita). Facultad de Psicología, Universidad Complutense de Madrid. España.

López-Mojica, J.M. (2013). *Pensamiento probabilístico y esquemas compensatorios en la educación especial*. (Tesis doctoral inédita). DME, Cinvestav-IPN, México.

López-Mojica, J. M., y Ojeda, A. M. (2014). Ideas fundamentales de probabilidad y esquema compensatorio visual: experiencia con el síndrome Down. En P. Lestón (Ed.) *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa*, 27 (pp. 905-913). México: Colegio Mexicano de Matemática Educativa A. C. y CLAME.

López-Mojica, J. M., & Ojeda, A. M. (2015). Primeras nociones de estocásticos de niños de educación especial. *Premisa*, 17(64), 24-37.

Maturana, H. (2003). *Desde la Biología a la Psicología*. Argentina: Lumen.

Ojeda, A.M. (1994). *Understanding Fundamental Ideas of Probability at Pre-university Levels*. (Tesis doctoral inédita). UK, King´s College London. Reino Unido.

Piaget, J. (1982). *Le possible et le nécéssaire*. Francia: PUF.

Piaget, J., & Inhelder, B. (1962). *Le dévéloppement des quantités physiques chez I' enfant*. París: Delachaux et Niestlé.

Schalock, R. (1999). Hacia una nueva concepción de la discapacidad. *III Jornada de investigación científica sobre personas con discapacidad*. Universidad de Salamanca, España.

Steinbring, H. (2005). *The Construction of new Mathematical Knowledge in Classroom Interaction*. USA: Springer.

Torres, R. M. (2005). *Sociedad de la información/Sociedad del conocimiento*. Recuperado 27 septiembre 2009, de http://www.vecam.org/edm/article.php3?id_article=94

Vasilachis, I. (2006). *Estrategias de investigación cualitativa*. España: Gedisa.

Vygotski, L. S. (1997*). Fundamentos de la Defectología*. Obras Escogidas V. España: Visor Dis.

Zazkis, R., & Hazzan, O. (1999). Interviewing in Mathematics Educations Research: Choosing the Questions. *Journal of Mathematical Behavior*, 17(4), 429-439.

CARTELES

INNOVACIÓN EN INVESTIGACIÓN EN MATEMÁTICA EDUCATIVA.

RED DE CENTROS DE INVESTIGACIÓN EN MATEMÁTICA EDUCATIVA AC (2017) VOL. 2, NÚM. 2

Investigación e Innovación en Matemática Educativa

ISSN: 2594-1046

SIGNIFICADOS GRÁFICOS: HABILIDAD PROPORCIONADA POR LA EDUCACIÓN BÁSICA

Ever Odiney Jiménez Santiago
Universidad Autónoma de Chiapas. everjimenezs@outlook.com

Patricia del Rosario Velázquez Sánchez
Universidad Autónoma de Chiapas.patriciadelrvelazquez@hotmail.com

Resumen

Las gráficas son herramientas presentes en la enseñanza de la matemática que transmiten información de manera visual y es la educación básica quien contempla dentro de los estándares curriculares el uso de gráficas en el eje denominado manejo de la información, desde el tercer grado de primaria. A partir de ello se infiere que todo individuo que ha concluido este nivel de educación debería hacer uso de las mismas y de esta manera trastocar su verdadero significado cuando las visualice en su forma matemática o en contextos no escolares.

1. INTRODUCCIÓN

La Secretaría de Educación Pública (2013) expone que la educación básica proporciona los cimientos para desarrollar armónicamente todas las facultades del ser humano y es pilar del desarrollo nacional, por lo que es necesario que todas las niñas y los niños tengan acceso a ella, permanezcan en las aulas hasta construir los aprendizajes esperados y, lograr que las escuelas produzcan aprendizajes significativos, relevantes y duraderos que permitan a todos constituirse en ciudadanos activos de una sociedad democrática.

La educación básica establece el eje denominado *manejo de la información,* el cual contempla el uso de gráficas desde el tercer grado de primaria y éste permanece hasta el nivel superior. Por lo que, referenciando los estándares curriculares, es notorio que el nivel básico proporciona las herramientas necesarias para formar ciudadanos críticos y reflexivos.

Sin embargo, a lo largo de nuestro quehacer como profesores de matemáticas de nivel superior en el área de Economía, hemos observado que lo estudiantes presentan actitudes de asombro o diversas interrogantes cuando visualizan gráficas o se les pide la construcción de una gráfica con información cotidiana, es decir una gráfica que describa una situación de la vida diaria de cualquiera ciudadano. En este momento los estudiantes se preguntan ¿Cómo la calculo? ¿Esto se puede graficar? ¿Para qué me sirve esta gráfica? Lo anterior ocurre porque que ellos ven a las gráficas como una herramienta matemática y no como una herramienta que pueden utilizar para cualquier situación que se les presente en la vida diaria.

La presente investigación no propone soluciones didácticas, sino busca exponer el papel desempeñado por la educación básica al momento de formar a ciudadanos con habilidades para que logren el significado de las gráficas en contextos no solo escolares sino también no escolares.

2. MARCO TEÓRICO

Buendía (2012) analiza los usos de las gráficas evidenciando la importancia de considerar a la graficación como una práctica institucional que favorece la generación de saberes matemáticos más ricos, funcionales y articulados. Además de favorecer a la realización de la vida cotidiana. Sin embargo, el problema se presenta al momento de visualizar las gráficas, y este implica trascender el acto de "ver" al "saber" que es el momento cuando se llega a la verdadera significatividad.

La pregunta de investigación requiere de fundamentos teórico, pero para ello es necesario preguntarse ¿Las gráficas pueden cobrar significatividad? A esto, Buendía (2015) afirman que las gráficas tienen significados dentro de la matemática y fuera de ella y que la utilidad fundamental de una gráfica es comunicar información de manera visual.

El discurso Matemático Escolar (dME) juega un rol importante ya que se refiere a la manera en cómo se interpreta, usa y se comparte en situación escolar aquella matemática que la definimos como escolar. Para ello la Socioepistemología ha formulado el dME como un constructo que permite la génesis de la problemática que busca atender (Cordero, Gómez, Silva-Crocci y Soto, 2015). Además de que este enfoque socioepistemológico ayuda a comprender la construcción social del conocimiento y su difusión, particularmente en el caso de las gráficas ayuda a reflexionar teóricamente como se da la problemática de significados en contextos no escolares y autores como Cordero, Cen y Suarez (2010) afirman que el rediseño del discurso matemático escolar ha sido señalado como una premisa de la Teoría Socioepistemológica.

3. MARCO METODOLÓGICO

La presente investigación plantea una reflexión teórica acerca del papel desempeñado por la educación básica para formar ciudadanos capaces de significar gráficas dentro de la matemática y fuera de ella.

ISSN: 2594-1046

La metodología empleada para la realización de esta investigación consiste en la selección de diferentes gráficas, ubicadas en libros de texto de nivel básico además de las ubicadas en periódicos que reflejen situaciones cotidianas.

4. CONCLUSIÓN

La investigación necesitó de una revisión de los currículos básicos que plantean están herramientas básicas e indispensables para todos. Entonces, el uso de las gráficas se percibe a través de conocimientos constituidos a lo largo de nuestra educación básica de tal manera que tengamos las herramientas para nuestro óptimo desempeño en el entorno para realizar nuestras actividades diarias e integración social además de desenvolvernos como personas críticas y reflexivas.

5. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Buendía, G. (2015). De gráficas e historias. *¿Cómo ves?, 203, 16 – 18.*

Buendía, G., (2012). El uso de las gráficas cartesianas. Un estudio con profesores, *Educación Matemática,* 24 (2), 9-35.

Cordero, f., Cen, C. y Suárez, L. (2010). Los funcionamientos y formas de las gráficas en los libros de texto: una práctica institucional en el Bachillerato. *Revista Latinoamericana de Matemática Educativa,* 13 (2), 187-214.

Cordero, F., Gómez, K., Silva-Crocci, H. y Soto, D. (2015). *El discurso matemático escolar: la adherencia, la exclusión y la opacidad*. Barcelona: Gedisa.

Secretaría de Educación Pública (2013). *Programa sectorial de educación.* México

Secretaría de Educación Pública (2011). *Programas de estudio, guía para el maestro, primaria, tercer grado, matemáticas*. México

Investigación e Innovación en Matemática Educativa

ISSN: 2594-1046

¿Cómo Enseñar a un Estudiante de Licenciatura una Introducción a la Teoría de Grupos y el Álgebra Moderna con Rompecabezas?

Erik Eduardo Dorantes Morales
Universidad Autónoma de Guerrero, Erikdorantes1234@gmail.com

Arelis Vargas Luciano
Universidad Autónoma de Guerrero. arelisvargasl@gmail.com

Resumen

Enfocados en la formación de profesores y hacia los recursos que emplean en la enseñanza de un aprendizaje, proponemos un nuevo método de enseñanza acerca de la teoría de grupos en algebra moderna, ya que al tratar temas como permutaciones, transposiciones y composiciones se pueden encontrar con dificultades, debido a que se utilizan elementos de manera tridimensional, provocando confusión al entender su conducta. Basándonos en el uso de juegos de rompecabezas en particular "El cubo de rubick" y "tableros mágicos" para una mejor visualización, se puede apreciar su comportamiento en cada una de las permutaciones al ser efectuada.

Palabras clave: Rompecabezas, grupos, algebra.

1. INTRODUCCIÓN

Los estudiantes de licenciatura presentan mucha dificultad con el álgebra moderna ya que no les es fácil visualizar algunos conceptos abstractos y al no poder visualizarlos es difícil comprenderlos, pero esto puede mejorar con ayuda de dos rompecabezas particulares:

- El cubo de Rubik
- El tablero mágico

Estos dos rompecabezas son juguetes conocidos y que han permanecido por generaciones durante las cuales se a hecho mas notorio el interés por ellos y los saberes matemáticos que están presentes en su solución.

En esta investigación se pretende dar respuesta a los siguientes cuestionamientos, ¿Qué parte de la matemática es posible abordar con ellos? Además, dada una configuración cualquiera del Cubo de Rubik, ¿Cómo saber si el cubo de rubik tiene solución? Si la tiene ¿cómo encuentra su solución? ¿Podemos ver la solución de manera matemática? Estas son sólo algunas de las preguntas respecto al cubo de rubik y para el tablero mágico surgieron varias preguntas pero una en particular fue la que llamó nuestra atención

ISSN: 2594-1046

En este juguete (Figura 1) podemos ver en la parte trasera ciertos tipos de “retos” que consistían en mover las piezas de cierta forma para formar algún patrón de números

Figura 1

Pero el caso “imposible” en particular no se puede hacer, y la pregunta fue ¿Por qué podemos acomodar en forma decente horizontal (caso horizontal) los números pero no ascendente horizontal (caso imposible)? Y para el caso de ambos ¿Cómo pueden ayudar estos rompecabezas en la enseñanza de cierta disciplina de las matemáticas?

2. FUNDAMENTACIÓN Y MÉTODO

En el proceso de formación continua de profesores de Matemáticas, los formadores tienen como objetivo que el futuro profesor construya conocimiento y adquiera experiencias referente al proceso de enseñanza (Christiansen y Walter, 1986). Sin embargo, Deulofeu,

Márquez y Sanmartí (2010) mencionan que la forma de desarrollar la actividad matemática de los profesores surgen principalmente de su experiencia como alumnos, al conformar creencias sobre la actividad matemática escolar. El formador debe establecer actividades que proporcionen oportunidades de aprender a enseñar matemáticas, al planificar la enseñanza, analizar la gestión a través de episodios de aula y trabajar a partir de realizaciones de alumnos, estableciendo una fuerte relación teoría-práctica (Boyd et al., 2009). Así mismo, coincidimos con Llinares y Krainer, (2006) quienes mencionan que el desarrollo profesional del formador se produce por procesos de aprendizaje a través de prácticas reflexivas las cuales permiten interpretar cómo las interacciones que ocurren en el interior de una comunidad de formadores de profesores de matemáticas ayudan, tanto a los que se incorporan a dicha comunidad como a los miembros experimentados, a crecer profesionalmente. Sobre la reflexión, Chapman (2009, p. 125) sostiene que esta se inicia cuando el educador se encuentra con algún aspecto problemático de la práctica, y trata de darle sentido. Así mismo, los estudiantes-profesores al reflexionar

ISSN: 2594-1046

sobre la enseñanza que realizan y al reexaminar los posibles dilemas o conflictos que puedan surgir durante sus clases les permitirá ir modificando sus formas de concebir su práctica y el aprendizaje de sus estudiantes, considerando nuevas formas de enfocar la enseñanza de las Matemáticas.

Escolarmente el desarrollo del pensamiento algebraico es una de las metas que se busca desde los niveles más elementales de la educación en México, buscando formas de que el alumno domine estas relaciones con el espacio para que pueda representar y describir el mundo en que vivimos y conocer y reconocer los entes algebraicos como las permutaciones, transposiciones y grupos de simetría de su realidad .Es por esto que delimitamos nuestra investigación a la algebra moderna y la teoría de grupos y usando rompecabezas se espera que emerjan herramientas matemáticas que ayuden al estudiante-profesor en su práctica profesional.

3. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Ball, D, Thames, M. y Phelps, G. (2008). *Content knowledge for teaching: What makes it special?*. Journal of teacher education, 59(5), pp. 389-407.

Boyd, D.J., Grossman, P.L., Lankford, H., Loeb, S. y Wyckoff, J. (2009). TeacherPreparation and Student Achievement. Educational Evaluation and Policy Analysis, 31(4), pp. 416-440.

Chapman, O. (2009). Educators reflecting on (researching) their own practice. In R. Evan y D. Ball (eds.). *The professional education and development of teachers of mathematics.* The 15th ICMI Study. New York: Springer, pp. 121-126.

Christiansen, B. y Walter, G. (1986). Task and activity. En B. Christiansen, A.G. Howson y M. Otte (eds.). *Perspectives on Mathematics Education. Reidel: Reidel Publishingcompany*, pp. 243-307.

Deulofeu, J.,Márquez, C. y Sanmartí, N. (2010). Formar profesores de Secundaria. *Ciéncies* 17, 1-6

Llinares, S., Krainer, (2006) Mathematiccs (student) techears and teacher educators as learners. *Handbook of research on the psychlogy of mathematics education*.

Investigación e Innovación en Matemática Educativa

ISSN: 2594-1046

DESARROLLO DEL PENSAMIENTO ESTOCÁSTICO EN ESTUDIANTES DE BACHILLERATO CON EL USO DE SOFTWARE

Sandra Areli Martínez Pérez
CCH, UNAM. miarelin@gmail.com

Olivia Alexandra Scholz Marbán
CCH, UNAM. scholzalexa@gmail.com

Resumen

Se presenta el ejemplo de una actividad de aprendizaje cuyo propósito es desarrollar el pensamiento estocástico descrito por Liu y Thompson, 2007. Se utiliza el software Fathom como herramienta tecnológica de apoyo para hacer las simulaciones que permitan al alumno hacer una toma repetida de muestras, observe el comportamiento del conjunto de valores que se obtienen en dicho proceso y construya la distribución muestral. Se espera que se desarrollen nociones básicas de distribuciones muestrales, ya que estas son importantes para la estimación de parámetros.

1. INTRODUCCIÓN

En la actualidad se pide a las escuelas que preparen a los estudiantes para ser pensadores, con un aprendizaje permanente para gestionar las complejidades de un mundo incierto Makar y Rubin (2009). Junto con un aumento en el acceso a la información y la disponibilidad de herramientas tecnológicas, hay un mayor énfasis en la incorporación de datos en el currículo y en el aprendizaje de la estadística en la escuela.

Por otro lado, algunas investigaciones como Shaughnessy (2007, p. 995) sugiere que las "herramientas tecnológicas son muy importantes para ayudar a los estudiantes a la transición de las concepciones empíricas a entendimientos más potentes de los conceptos estadísticos"

A partir de lo anterior se presenta un procedimiento a través del cual el estudiante resolverá un problema, inicialmente se pregunta cómo se haría la resolución para después pasar a una simulación física y finalmente a la simulación con software.

2. JUSTIFICACIÓN

La inferencia estadística es la pieza importante de la Estadística por lo que han existido muchos intentos de abordarla, en este trabajo retomamos lo propuesto por Liu y Thompson (2007) quienes sostienen que una concepción estocástica de probabilidad es la que apoya a entender la inferencia estadística.

Dichos autores proponen que el pensamiento estocástico requiere de los siguientes procesos: 1. concebir una situación de probabilidad como la expresión de un proceso estocástico; 2. dando por sentado que el proceso podría repetirse en condiciones sustancialmente similares; 3. dar por sentado que las condiciones y aplicación del proceso difieren entre repeticiones en formas pequeñas, pero quizás importantes; 4. anticipando que repetir el proceso produciría una colección de resultados; 5. anticipando que la frecuencia relativa de los resultados tendrá una distribución estable en el largo plazo.

Por otro lado, Hoffman et al. (2014), proponen una manera de estudiar conceptos estocásticos a través de la adquisición de habilidades para la simulación y la adquisición de habilidades en el manejo del software (en este caso Fathom).

El potencial de las simulaciones estocásticas basadas en computadora para la enseñanza y aprendizaje de la estadística han sido reconocidas en diversas investigaciones, por ejemplo Biehler (1991). En consecuencia, la simulación es una herramienta fundamental que permite a los estudiantes dar un enfoque experimental a diferentes concepciones estocásticas. Los estudiantes se familiarizan con la interpretación frecuencial de la probabilidad. La comprensión intuitiva de la variabilidad aleatoria en datos empíricos se puede desarrollar con mayor facilidad.

3. MÉTODO

La actividad propuesta parte de la proposición de un problema. Se pide a los alumnos que intenten resolver con la idea de saber que nociones básicas tienen en Estadística y Probabilidad. Partiendo de estas nociones, se pide a los alumnos que intenten simular el problema de manera física y que llenen una tabla con los pasos a seguir.

Finalmente, a partir de los pasos planteados para la simulación física, el alumno escribirá el equivalente paso en el software (previamente se hizo una descripción de las herramientas básicas) y procederá a elaborar la simulación computacional y hará el proceso de la toma repetida de muestras y observará el comportamiento de los resultados.

ISSN: 2594-1046

4. CONCLUSIONES

La intensión de estas actividades es desarrollar el pensamiento estocástico en los alumnos pues se requiere de este para comprender muchos de los contenidos de Estadística, tales como las distribuciones muestrales, estimación de parámetros y prueba de hipótesis, mismo que muchas investigaciones han reportado como difíciles de entender y que presentan errores conceptuales debido a su complejidad.

5. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Biehler, R. (1991). Computers in Probability Education. In R. Kapadia, & M. Borovcnic (Eds.), *Chance Encounters: Probability in Education* (pp. 169-211). Dordrecht: Kluwer.

Hoffman, T., Maxara, C., Meyfarth, T., Prömmel, A. (2014) Using the software FATHOM for learning and teaching statistics in Germany – A review on the research activities of Rolf Biehler's working group over the past ten years. En Mit Werkzeugen *Mathematik und Stochastik lernen – Using Tools for Learning Mathematics and Statistics* (pp. 283-304). New York: Springer.

Liu, Y., Thompson, P. (2007). Teachers' Understandings of Probability. *Cognition and Instruction*, 25(2), 113-160.

Makar, K. & Rubin, A. (2009). A framework for thinking about informal statistical inference. *Statistics Education Research Journal*. 8(1), 82-105.

Shaughnessy, J.M. (2007). *Research on statistics learning and reasoning*. In F. lester Js (ed) Second handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning, p. 957-1009. Reston: The National Council of Teachers on Mathematics

Investigación e Innovación en Matemática Educativa

ISSN: 2594-1046

USOS Y RESIGNIFICADOS DE LA PROPORCIONALIDAD

Paola Alejandra Balda Álvarez
Universidad Santo Tomas, pbalda20@hotmail.com

Resumen

Este artículo presenta los primeros avances de una investigación en el Marco del Doctorado en Educación de la Universidad Santo Tomás de Colombia, la cual busca a través de un estudio Socioepistemológico identificar cómo la proporcionalidad vive y se resignifica en escenarios de desarrollo de Proyectos Pedagógicos Productivos de Agricultura Sostenible (PPPAS), como una estrategia del Ministerio de Educación Nacional de Colombia, la cual busca contribuir al desarrollo de competencias básicas y promover el desempeño para el emprendimiento. Lo reportado en el escrito obedece a los adelantos de la problematización, objetivos, y construcción del estado del arte.

Palabras clave: Socioepistemología, proporcionalidad, proyectos pedagógicos productivos

1. INTRODUCCIÓN

En el campo de la matemática educativa existen numerosas investigaciones, las cuales han centrado su interés no sólo en los objetos matemáticos, sino además en sus innumerables campos de acción, los cuales transcienden la simple funcionalidad matemática, al incorporar múltiples significados, usos, y procesos de construcción, todos ligados al contexto, herencia y tiempo en el cual se desarrollan.

Partiendo de la premisa del saber intencional y el reconocimiento de la presencia de procesos didácticos que trascienden las aulas de las escuelas, surge la idea de considerar la construcción del saber, en particular la del saber matemático a la luz de aquellas actividades, las cuales otorgan sentido a su existencia. Es una mirada enmarcada en búsqueda de cómo viven y se usan en diversos marcos de referencia dichos objetos, en una apuesta de reconstrucción del discurso Matemático Escolar. Es así que la teoría socioepistemológica adquiere valides en la medida que aborda la construcción del conocimiento matemático a través de cuatro dimensiones de manera sistémica (La dimensión social, la dimensión cognitiva, la dimensión didáctica y la dimensión epistemológica) y se constituye en un excelente medio teórico para el análisis de construcciones matemáticas situadas.

Por lo anterior, y teniendo en cuenta que la problematización del saber matemático se constituye en un trabajo fundamental de la socioepistemología, el presente trabajo tiene por objeto entender los usos y significados de la porporcionalidad en el escenario de las actividades y prácticas de referencia propias en el desarrollo de los proyectos pedagógicos productivos de agricultura sostenible, y con el conjunto de elementos que demarcan los paradigmas, costumbres, y tradiciones propias del contexto campesino en la escuela, con la finalidad de construir una epistemología de prácticas, basada en sus usos y significados.

2. AVANCES EN LA CONSTRUCCIÓN DEL MARCO TEÓRICO Y METODOLÓGICO

El marco de referencia que se constituye en la columna vertebral de la presente investigación es El Enfoque Socioepistemológico de la Matemática Educativa, la cual problematizará en torno a la proporcionalidad, la cual adquiere validez de investigación, en la medida que connota un interés particular en el campo de la didáctica de las matemáticas Guacaneme (2001). En el campo socioepistemológico autores como Reyes-Gasperini (2016) y Cantoral (2013) han estudiado el tránsito desde la proporcionalidad a lo proporcional y han otorgado una gran importancia al estudio de la proporcionalidad como un pensamiento que se materializa con el tránsito de las nociones básicas en torno al concepto de proporción, hacia la conglomeración de razonamientos proporcionales que conforman el modelo del pensamiento pensamiento matemático referente a la proporción.

Como una gran apuesta al reconocimiento de nuestra cultura y al de otorgar una sustancial importancia a diversos tipos de conocimiento (técnico, cultural, y científico) , resulta relevante ubicarse como investigador en espacios propios de nuestro contexto, en este caso el contexto de los PPPAS, los cuales se desarrollan en escuelas ubicadas tanto en la zona Urbana como en la zona Rural de Colombia, y se constituyen en un interesante campo de estudio identitario. Este campo de acción permite a través de su análisis la identificación de acciones que se desarrollan al interior de una institución educativa, el reconocimiento de sus prácticas, y la problematización de objetos matemáticos que viven y adquieren significado en cada una de las prácticas asociadas a los proyectos y permeadas por el medio, en la búsqueda de los usos y significados de un conocimiento matemático. El contexto en el cual se llevará a cabo la propuesta es una Institución Educativa Oficial, la Institución Educativa Rural Eugenio Díaz Castro del Municipio de Soacha, Cundinamarca, Colombia, la cual cumple con los parámetros de selección a priori mencionados, en tanto lleva más de cinco años de implementación de los PPPAS, ha logrado incorporar con éxito cada una de las acciones técnicas y pedagógicas que se proponen desde la ley para el desarrollo exitoso de los PPPAS.

La metodología sustento de la investigación obedece a la propuesta de Montiel y Buendía (2011), en la cual el diseño hace alusión a cuatro momentos:

ISSN: 2594-1046

Momento 1: Del planteamiento del problema, el cual problematiza en torno al conocimiento considerado como el saber en uso.

Momento 2: Análisis Sociepistemológico, el cual hace un análisis del conocimiento (la proporcionalidad) en el contexto de los PPPAS en atención a los cuatro componentes.

Momento 3: Epistemología de Prácticas, el cual busca a través del análisis de las observaciones construir un modelo de anidación de prácticas.

Momento 4: Intencionalidad en las prácticas como acción relacionante hacia situaciones-problema, en este momento se pretende dar cuenta de la construcción social del conocimiento matemático a partir de una epistemología de prácticas y usos, con la finalidad de establecer una propuesta que aporte al Rediseño del Discurso Matemático Escolar.

La propuesta se encuentra en construcción teórica, por tanto las conclusiones de la investigación saldrán a la luz en su proceso de implementación y no se reportan en este apartado.

3. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Cantoral, R.(2013). *Teoría Socioepistemológica de la Matemática Educativa. Estudios sobre construcción social del conocimiento*. México: Gedisa.

Guacaneme, E. (2001). *Estudio Didáctico de la proporción y la proporcionalidad: Una aproximación a los aspectos matemáticos formales y a los textos escolares de matemáticas*. Tesis de Maestría. Universidad del Valle. Santiago de Calí. Colombia.

Montiel G. y Buendía, G. (2011) Propuesta metodológica para la investigación socioepistemológica. En Sosa, Rodriguez y Aparicio (eds) *Memorias de la XIV Escuela de Invierno en Matemática Educativa* (pp. 443- 454**)** México: Red de Centros de Investigación en Matemática Educativa AC.

Reyes Gasperini, D. (2016). *Empoderamiento docente desde una visión socioepistemológica: una alternativa para la transformación y la mejora educativa.* (Tesis de doctorado). Centro de investigación y Estudios avanzados del Instituto Politécnico Nacional, Ciudad de México, México.

Investigación e Innovación en Matemática Educativa

ISSN: 2594-1046

CÁLCULO MENTAL DE LAS OPERACIONES BÁSICAS DE LA ARITMÉTICA DESDE EL CONOCIMIENTO DE ALGORITMOS ETNOMATEMÁTICOS EN BARRANQUILLA

Romario José Palacio Palmera
Universidad Autónoma de Guerrero, romario_08@live.com
Fredy Andrés Ramírez Paternostro.
Universidad del Atlántico, freddy2414@hotmail.com

Resumen

El objetivo de la investigación fue sistematizar algoritmos etnomatemáticos encontrados en Barranquilla para hacer una intervención de aula mediante una situación didáctica, que se trabajaron con personas de distintos grados de escolaridad. El problema consistió en crear talleres a partir de actividades sociales como el comercio de la ciudad, para brindar herramientas que ayuden al desarrollo del cálculo flexible. La metodología empleada fue realizar entrevistas a personas dedicadas al comercio informal. Las conclusiones principales son que los algoritmos escolares se convierten en un obstáculo para el cálculo mental y que cualquier persona sin importar su grado de escolaridad hace cálculos mentales de forma similar.

Palabras clave: Algoritmos, Etnomatemática, Cálculo mental, Educación matemática, Aritmética.

La ciudad de Barranquilla posee un comercio informal enorme, donde las personas emplean diversos procesos matemáticos, que hemos denominado algoritmos etnomatemáticos. Estas personas que viven del comercio independiente, por lo general tienen una baja formación escolar. Razón que los lleva a buscar medios propios para desarrollar prácticas matemáticas, creados con su propia lógica. Entre ellos encontramos los cálculos con los números, que les son necesarios para solucionar situaciones problema que se les presentaban en el trabajo. De aquí, se ve la creación de estos algoritmos etnomatemáticos.

Al analizar la enseñanza de los algoritmos escolares se concluye que los alumnos deben aprender mecánicamente cuatro algoritmos, el de la suma, la resta, la multiplicación y la división, siempre en un mismo sentido, orden, con una sintaxis rígida, con poca conceptualización y relación con el contexto. Esto en un obstáculo para el desarrollo del cálculo flexible, pues se limita la variedad de heurísticas o procedimientos que puede tener un estudiante a la hora de calcular. Nuestra posición se complementa con (Gómez, 2008) quien establece la problemática presentada en la enseñanza y aprendizaje de los algoritmos de cálculo aritmético, su mecanización, el aprendizaje de memoria, la monotonía, lo que conlleva a diversos fracasos académicos de diferentes tipos.

ISSN: 2594-1046

En las matemáticas vemos muchas problemáticas a la hora de la enseñanza de las temáticas y la etnomatemática plantea unas alternativas para ello. Esta busca ligar las matemáticas con el contexto sociocultural y en particular con el próximo, con las formas y técnicas matemáticas de la sociedad que sean propiamente de su cultura. D'Ambrosio (2008), plantea lo siguiente lo que está en correspondencia con nuestra primera posición:

En la educación, estamos viendo un creciente reconocimiento de la importancia de las relaciones interculturales, pero lamentablemente, todavía existe renuncia para tal reconocimiento. Todavía se insiste en colocar niños en grupos de acuerdo con la edad, en ofrecer el mismo currículo a un grupo, llegando a lo absurdo de proponer currículos nacionales. Y todavía es más absurdo evaluar grupos de individuos mediante pruebas estandarizadas (p.58).

Es prudente dar reconocimiento a aquellas formas de hacer matemáticas de otras comunidades de práctica o grupos culturales, dejando de lado la subvaloración hacia a ellas, reconociendo la apropiación que tienen estas personas sobre sus conocimientos matemáticos que les han sido útiles para sus actividades diarias y subsistir. Con la idea anterior nos damos cuenta que estamos suprimiendo las diversas formas de hacer matemática que provienen de nuestra cultura, la cual nos ha dado todo lo que hoy día son las matemáticas. Al partir de esto, nos damos cuenta que en el aula de clases se ha ignorado la idea de tomar recursos de nuestro entorno (nuestra cultura) para una mejora de la enseñanza de las matemáticas, Fuentes y Martínez (2013). En el cálculo flexible propuesto por Gómez (2008), encontramos algunas opciones que hemos explorado y que de manera general presentamos en las conclusiones.

Se logró sistematizar los algoritmos encontrados en diversos oficios informales de la calle y plaza de mercado. Estos algoritmos representan los cálculos mentales que realizan las personas encuestadas. Veámoslos.

- **Suma**: 1) 69+54 = (60+9) + (50+4) = (60+50) + (9+4) =110+13 = 123; 2) 25+37 = 25 + (30+7) = (25+7)+30 = 32+30 = 62; 3) 58+49 = 58+(40+9) = (58+40)+9 = 98+9 = 107
- **Resta**: 1) 75 – 19 = 75 – (20-1) = 75 – 20 +1 = 55 + 1 = 56 ; 2) 84 – 15 = (70+14) – (10+5) = 70+14-10-5 = (70-10)+(14-5) = 60+9 =69 ; 3) 67 – 29 = 67- (9+20) = 67 – 9 - 20 = (67-9) - 20 = 58 - 20 = 38 ; 4) Aquí uno de los más populares es el del complemento, por ejemplo, pago con un billete de $50.000 una deuda de $37.500, y los vueltos son entregados así: 500

para 38, 2 para 40, y 10 para 50. En este algoritmo no existe la diferencia. Esto lo explicaremos en la ponencia.

- **Multiplicación**: 1) 17x13 = 17x (10+3) = 17x10 + 17x3 = 170+51 = 221; 2) 16x18 = 16 x (20-2) = 16 x 20 – 16 x 2 = 320 – 32 = 288
- **División**: 1) 234 / 13 = (260-26) / 13 = 260/13 – 26/13 = 20 – 2 = 18; 2) 750 / 15 = (75x10) / 15 = (75 / 15) x 10 = 5 x 10 = 50

Con la intervención de aula que se hizo por medio de una situación didáctica en grados de 6 y 11, y entrevistas informales a alumnos y profesores universitarios, se encontraron nuevos algoritmos y sistematizaron y además se logró ratificar una de las hipótesis de que no importa el grado de escolaridad de las personas cuando estas realizan cálculos mentales aritméticos pues las realizan de las mismas formas o similares, es decir, un profesor con título de doctor en matemáticas hace el mismo o similar cálculo al vendedor de yuca del mercado. Al realizar la actividad en el aula, los alumnos del grado 11 aportaron más algoritmos que los alumnos del grado 6. Así, una pregunta que queda abierta es ¿las competencias desarrolladas para presentar más alternativas algorítmicas mentales se debe a la formación escolar o sociocultural, la que brinda el entorno no escolar? Nuestra hipótesis ahora es que la respuesta se encuentra en el contexto sociocultural y que en estas competencias es poco lo que aporta la formación escolar. En el ámbito escolar hay resistencias para abandonar la legitimación del uso del lápiz, el papel y sus herramientas de cálculo, distinto a lo que sucede en los oficios informales. Estas actividades con cálculos mentales promovieron roles distintos, participaciones, creatividad, preguntas, nuevos algoritmos y procedimientos de cálculos aritméticos. Lamentamos contar con tan poca extensión para presentar un análisis detallado de las actividades, mostrar los enunciados mismos que se usaron en el aula de clases, algunas respuestas de los alumnos, entre otros aspectos.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

D'Ambrosio, U. (2008). *Etnomatemática: Eslabón entre las tradiciones y la modernidad*. México: Limusa.

Fuentes, C., y Martínez, J. (2013). El enfoque sociocultural en educación matemática desde la perspectiva de alumnos para profesor: una aproximación inicial desde sus concepciones. En G. Obando (Presidencia), *Educación Matemática y Cultura, Aprender Matemáticas en un País Diverso*. 14 Encuentro Colombiano.

Gómez, B. (2008). *El cálculo flexible.* En Luque, C. y otros (Eds.). XVIII Encuentro de Geometría y sus aplicaciones y VI encuentro de Aritmética. Bogotá, Colombia.

ISSN: 2594-1046

Desde las Actitudes Recíprocas entre Padres de Familias e Hijos, hacia la Formación Matemática, en los Ciclos de Educación Básica Secundaria y Media

Jhonatan Andrés Arenas Peñaloza
Universidad Autónoma de Guerrero, joaarpe@hotmail.es

Jonathan Alberto Cervantes Barraza
Universidad Autónoma de Guerrero, jacbmath@hotmail.com

Resumen

Este trabajo es producto de una investigación en el campo educativo, centrado en el estudio de las actitudes que muestran estudiantes con bajo rendimiento en matemáticas, identificando si las actitudes reciprocas entre los padres de familias e hijos afectan directamente la formación matemática de estos. La metodología está fundamentada en el estudio de casos, utilizando como instrumento la encuesta tipo Likert. Los resultados fueron producto de comparar las repuestas contradictorias de los padres de familia e hijos; llegando a la conclusión que las actitudes de los padres afectan directamente las actitudes de sus hijos frente al proceso de formación matemática.

Palabras clave: estudio de caso, actitud de los padres, actitud del estudiante, actitud matemática

En los tiempos actuales y desde hace varios años, las matemáticas se han convertido en un dolor de cabeza o problema para un sinnúmero de estudiantes escolares, debido a la complejidad de ciertas temáticas.

> Es un hecho que, a pesar de su utilidad e importancia, las matemáticas suelen ser percibidas y valoradas por la mayor parte de los alumnos como una materia difícil, aburrida, poco práctica, abstracta, etc., cuyo aprendizaje requiere una "capacidad especial", no siempre al alcance de todos. (Ignacio, Guerrero y Blanco, 2006, pág. 3)

Por tanto, existen numerosas causas que generan la no comprensión de las matemáticas, como la autolimitación por parte del estudiante, su actitud frente a la materia o profesor.

> Así en cuanto a las actitudes de los estudiantes hacia el aprendizaje matemático, van a estar determinadas por las características personales del estudiante, relacionadas con su autoimagen académica y la motivación de logro, condicionando su posicionamiento hacia determinadas materias curriculares y no otras. (Ignacio, Guerrero, y Blanco, 2006, pág. 52)

Entonces, al ser la dimensión afectiva en Educación Matemática un campo de estudio muy amplio, este trabajo se centra en las actitudes de los padres de familia y sus hijos frente al proceso de

ISSN: 2594-1046

formación matemática, con el interés de identificar si las actitudes recíprocas entre los padres e hijos afectan directamente la formación matemática de los estudiantes. Tomando el aporte de Nieves (1993) “Aun se sigue desconociendo la amplitud de la interacción de las actitudes de los padres de familia con el rendimiento de sus hijas”. (p.116). Otro motivo por el cual se realizó esta investigación, por tanto son los padres e hijos los sujetos principales que ayudarán a validar la hipótesis planteada: Las actitudes de los padres influyen en la de sus hijos, y sus hijos demuestran dichas actitudes buenas o malas en su entorno, ayudándolos o perjudicándolos en el momento del aprendizaje.

> El niño es un vivo reflejo de lo que vive en su casa, que transmite en sus actos y en su desempeño académico. Los padres influyen en gran medida en la actitud de sus hijos debido a que ven en ellos un modelo a quien seguir. (Jiménez, 2008, p. 25)

Por tal motivo las actitudes matemáticas que los estudiantes están adquiriendo, afectan a los padres en contra de estos por un mal rendimiento escolar, presentándose una reciprocidad.

Ante la situación planteada, se buscó investigar si mediante un estudio de casos, es posible determinar la reciprocidad que tiene la actitud de los padres de familias con la de sus hijos o viceversa y dicho resultado cómo influye en la formación que recibe el estudiante en torno a la educación matemática. Empleando así la metodología de investigación cualitativa, aplicando estudios de casos e implementando las encuestas tipo Likert como instrumento para la recolección de la información. La población escogida incluye tres colegios de estratos socioeconómicos diferentes, seleccionados de forma aleatoria, que pertenecen al área Metropolitana de la ciudad de Barranquilla; en los cuales se trabajó con dos estudiantes (masculino y femenino) de bajo rendimiento académico, principalmente en el área de las matemáticas, ocupándose solamente de los grados 7º, 9º, 10º y 11º, descartando así 6º y 8º, por ser semejantes a los grados 7º y 9º, en lo concerniente al contenido programático de cada uno, tomando así a 24 estudiantes con sus respectivas familias. Para la mejor preparación, descripción, organización de datos y aplicación de los métodos de análisis, se utilizó el software IBM SPSS19, que ayuda con la decodificación de las respuestas de los estudiantes y padres de familia frente las encuestas tipo Likert.

Todo este proceso se realizó en cuatro etapas, las cuales sirvieron para obtener los resultados, donde se encontró que la forma de actuar de los padres de familia, tiene una relación directa con las actitudes que presentan sus hijos en el proceso de formación matemática, debido a que cuando los padres estimulan constantemente a sus hijos en el momento de obtener resultados académicos muy buenos, el estudiante presenta una actitud favorable frente al proceso de formación que está adquiriendo. Por tal motivo los padres deben continuar incentivando a sus hijos cuando estos presenten bajas calificaciones, con el fin de que cambien su actitud frente al proceso de formación, brindándoles apoyo para generar un ambiente optimista y mejorar su rendimiento académico. No obstante, la gran mayoría de los estudiantes ven a sus padres como un modelo a seguir, y es importante que los padres de familia se percaten de ello.

También, los estudiantes perciben que sus padres dejaron la responsabilidad de su formación a la Institución; motivo por el cual varios no presentan una buena actitud frente a la formación matemática que están adquiriendo, pues si se percatan que sus padres no tienen interés en su formación, ellos no ven sus estudios como una oportunidad valiosa para salir adelante, sino como algo pasajero y sin sentido. A manera de conclusión, se comprobó mediante la comparación de las actitudes de los padres percibidas por sus hijos, cómo estas influyen en el proceso de formación matemática de sus hijos, siendo las actitudes el factor clave para fortalecer la relación padre-hijo, tomando importancia en el campo de la educación matemática, ya que se pudo comprobar cómo los estudiantes cambian su forma de actuar cuando son motivados frente a su proceso de formación, obteniendo buenas calificaciones. El momento donde el padre apoya a su hijo para realizar compromisos escolares es un tiempo valioso, debido a que en este los padres abren un canal, donde se pueden transmitir valores y actitudes; además la situación se presta para que el padre pueda enseñarle hábitos de estudio que le facilitarán y organizarán las actividades escolares del estudiante durante todos sus estudios.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Ignacio, N., Guerrero, E., y Blanco, L. (2006). El Dominio Afectivo en el Aprendizaje de las Matemáticas. *Revista Electronica de Investigación Psicoeducativa* , 47-72.

Jiménez, M. (2008). *Codice*. Recuperado el julio de 23 de 2014, de http://codice.anahuacmayab.mx/2117-1-Influencia+de+los+padres+en+el+rendimiento+escolar+de+sus+hijos..html#.V7NHPVvhDIU

Nieves, M. (1993). Actitudes Matemáticas y Rendimiento Escolar. *Revista Comunicacion Lenguaje y Educación* , 115-125.

ISSN: 2594-1046

Aspectos Socioculturales de la Formación Matemática en Dos Historias de Vida

Mayra Alejandra Jiménez Consuegra
Universidad Autónoma de Guerrero, mayjimenezc@gmail.com

Resumen

El interés de este trabajo está en determinar las influencias del contexto social, la familia y la escuela en la percepción que tienen dos estudiantes sobre su educación matemática y los resultados académicos obtenidos en la misma. Para esto, se decidió usar las Historias de vida como técnica de investigación cualitativa, para estudiar el caso de dos estudiantes con resultados académicos opuesto, vinculadas a una misma institución educativa pública en Colombia, que cursaban undécimo grado en el año 2013. Además se analizó cómo dichos resultados académicos en matemáticas marcaron sus decisiones y escogencias profesionales actuales.

Palabras clave: Historia de vida. Formación de estudiantes. Educación matemática. Entorno sociocultural y familiar.

1. INTRODUCCIÓN

El presente trabajo es un estudio de casos que aborda los diferentes factores que pueden influenciar los resultados académicos obtenidos por dos estudiantes, que para el año 2013 se encontraban vinculadas a la misma escuela del sector oficial en Colombia, compartían los mismos escenarios educativos (salón de clases, compañeros y profesor) y aun así sus desempeños académicos eran opuesto, el gráfico que se muestran en la Figura 1 da cuenta de los factores que se consideraron influyentes en esta investigación:

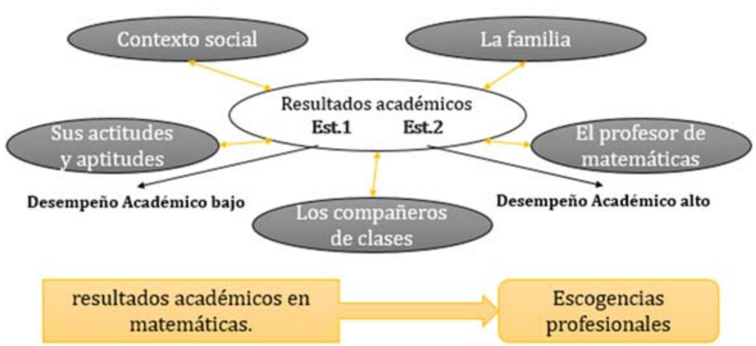


Figura 1. Factores influyentes

.

ISSN: 2594-1046

2. REVISIÓN BIBLIOGRÁFICA Y METODOLOGÍA

Los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas está rodeado de agentes que intervienen para que este sea o no éxitos, en términos generales (Muñoz, 2006) plantea que:

> En nuestra sociedad, los niños y jóvenes reciben la influencia de contextos diferentes a la familia, influencia que aumenta a medida que crecen y las interacciones sociales en las que participan se incrementan en cantidad y complejidad. Así, son muchos los agentes y las instituciones que juegan un papel en el desarrollo de niños y niñas: la familia, los iguales, la escuela, los medios de comunicación de masas, etc. (p.148)

Es así, que buscando comprender cómo todos estos factores inciden en los desempeños académicos se implementó Las Historias de Vida que son una de las técnicas de investigación cualitativa que busca ir más allá de lo expuesto por una investigación documental tradicional, porque aborda de una manera interesante los hechos de la vida cotidiana de la población que se está estudiando, que puede servir para comprender el comportamiento de quien o quienes son estudiados.

Castro y Martínez (2012) señalan que en las Historias de Vida se afronta, indaga y conoce sobre la vida, dando importancia a lo psicológico, individual, familiar, educacional, social, cultural, político, económico, ambiental, el tiempo, la experiencia y lo vivido; destacando la subjetividad como proceso de apropiación y forma de conocimiento lo que resulta importante para intentar comprender cómo se ven afectados los resultados académicos de las estudiantes por los factores ya mencionados. La recolección de la información se hizo a través de entrevistas semi-estructuradas, puesto que las preguntas se realizan con el mismo orden y rigurosidad, pero las respuestas son abiertas, lo que permite a los entrevistados expresar sus puntos de vistas sin limitaciones y así se obtuvo una información nutrida para interpretar. Es preciso resaltar, que los criterios de inclusión que se tuvieron en cuenta para seleccionar estas dos estudiantes son: que fueran del mismo género, de una misma institución educativa, de un mismo salón de clases y de undécimo grado (último año) para poder estudiar sus experiencias a través de los años escolares.

3. RESULTADOS/AVANCES.

Las entrevistas realizadas a las estudiantes, su profesor de matemáticas de turno y varios compañeros de clases permitieron determinar que hay una estrecha relación entre los desempeños obtenidos por ella y sus relaciones sociales en la clase de matemáticas. En (Bishop, 2005), encontramos

ISSN: 2594-1046

el artículo *Relaciones sociales en la clase de matemáticas,* en él, este autor muestra cómo son las influencias de los grupos que se forman en la clase de matemáticas, entre los estudiantes con mayor o menor rendimiento académico, las relaciones entre género, las relaciones con el profesor, entre otros aspectos, que presentan un matiz poderoso que influye en la formación matemática de un estudiante. Por otra parte, las relaciones y los comportamientos sociales que manifiestan los niños en la escuela están estrechamente influidos por las normas que se practican en el hogar (Burrws & Olivares, 2006). Hay que resaltar, que las actitudes y aptitudes de ellas mismas en la clase de matemáticas marcaron una diferencia e incidieron de manera directa sobre dichos desempeños.

4. CONCLUSIONES

El entorno social de las dos estudiantes fue favorable para ambas, independientemente de los resultados académicos obtenidos por ellas, sin embargo hay que resaltar las anotaciones de Días (2011) que dice que no todas las realidades sociales son iguales y los centros educativos se ven influidos por esa posible diversidad de realidades sociales.

La familia es la que plantear normas en el hogar que le permitan a los estudiantes tomar las decisiones en cuanto a sus comportamientos y roces sociales en la escuela, así mismo tiene la obligación de realizar labores de acompañamientos académicos ya sea para fortalecer las debilidades o afirmar lo alcanzado en la clase de matemáticas.

El profesor de matemáticas debe aceptar que tiene parte de la responsabilidad en el éxito o fracaso de sus estudiantes en la clase de matemáticas, esto ayuda a orientar su quehacer profesional y a trabajar en pro de las dificultades en la misma.

Las actitudes y las aptitudes de las estudiantes en la clase de matemáticas es uno de los factores más influyentes en los resultados académicos en ésta, pues va desde la disposición que tengan durante la clase, la ubicación en el salón y la afinidad que tengan hacia las matemáticas.

5. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Bishop, A. (2005). Las influencias sociales en la clase de matematicas. En A. Bishop, *Aproximación sociocultaral a la educación matemática* (págs. 141- 149). Cali, colombia.: Programa editorial de la Universidad del Valle.

ISSN: 2594-1046

Burrws, F., & Olivares, M. (2006). Familia y Proceso de Aprendizaje. En F. Burrws, & M. Olivares, *Prácticas sociales a nivel familiar que tienen relación con el aprendizaje de niños y niñas del nivel preescolar y del primer ciclo escolar básico de Villarrica y Pucón* (págs. 29- 52). Santiago, Chile: Pontificia Universidad Catolica de Chile.

Días , A. (2011). "El Contexto Socio-Cultural del Alumno y sus Consecuencias Tanto en el Proceso de Enseñanza Como de Aprendizaje. *Revista Digital Innovacion y Experiencia Educativa,* 38, 1-8.

Muñoz, A. (2006). La familia como contexto de desarrollo infantil. Dimenciones de analisis relevantes para la intervención educativa y social. *PORTULARIA*, 147-163.

Investigación e Innovación en Matemática Educativa

ISSN: 2594-1046

LABORATORIO DE MATEMÁTICAS PARA EL DESARROLLO DEL PENSAMIENTO VARIACIONAL CON FUNCIONES LINEALES EN LOS ESTUDIANTES DE NOVENO GRADO

Karina Patricia Nuñez Gutierrez
Universidad Autónoma de Guerrero, Karina_n93@hotmail.com

Lisseth Maria Correa Sandoval
Universidad del Atlántico, lissethmariacorrea@hotmail.com

Resumen

El objetivo de esta investigación es desarrollar el pensamiento variacional a partir de laboratorios de matemáticas que faciliten el aprendizaje significativo con funciones lineales en los estudiantes de noveno grado, quienes presentan dificultades en la noción, numeración, tabulación, graficación y aplicación de la función lineal. Para constatar la realidad del problema, se opta por utilizar técnicas de recolección de datos y la implementación de laboratorios de matemáticas como propuesta para su posible solución. La conclusión general de esta investigación es que las actividades desarrolladas en el laboratorio de matemáticas ayudaron a superar en cierta forma las dificultades de los estudiantes de noveno grado.

Palabras clave: Laboratorio de Matemáticas, Pensamiento Variacional, Función Lineal.

El laboratorio de matemáticas establece una serie de actividades que promueven el desarrollo del pensamiento variacional a través de la función lineal, las cuales busca que los estudiantes se involucren activamente en la creación y apropiación del conocimiento matemático. Cada uno de los objetivos propuestos para las actividades son orientados a superar las dificultades y falencias que se presentan a lo largo de la enseñanza de función lineal, estos fundamentados en lo que propone el currículo escolar.

Arce, Pabon y Vega (2011) afirman que:

> La didáctica de las matemáticas ha reivindicado la dimensión experimental en los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. Parten del reconocimiento del aprendizaje de las matemáticas como un proceso constructivo, es decir que los alumnos tienen, descubren y crean habilidades y conocimientos, y que por lo regular lo hacen en el marco de las actividades sociales en que se proponen tal aprendizaje. Por consiguiente, la enseñanza de las matemáticas en el aula se alejaría del modelo de la transmisión de la información donde el profesor es el proveedor y los alumnos son los receptores pasivos del conocimiento y habilidades matemáticas. (pág. 1)

Con esto, se busca desarrollar el aprendizaje significativo de los estudiantes; donde sean ellos los que encuentren sentido al estudio de la matemática como tal. Los laboratorios de matemáticas les brindan a los estudiantes, situaciones de aprendizajes donde estos utilizan objetos que faciliten la resolución de

ISSN: 2594-1046

problemas. Así, más que la idea de un espacio donde se hacen diversos procedimientos y pasos para llegar a un resultado, se plantean actividades de laboratorio que ponen énfasis en el hecho que quien participa lo hace de manera activa al construir sus propios conocimientos, llegando de esta forma al aprendizaje significativo. Por ello "El alumno debe manifestar una disposición para relacionar sustancial y no arbitrariamente el nuevo material con su estructura cognoscitiva, como que el material que aprende es potencialmente significativo para él, es decir, relacionable con su estructura de conocimiento sobre una base no arbitraria" (Ausubel, Novak , & Hanesian, 1983)

La importancia de los laboratorios radica en que son estrategias didácticas que dan sentido a la abstracción y a la generalización de los conceptos matemáticos. Además, proporcionan motivación a los estudiantes a través de lo didáctico, recreativo y lúdico, creando ambientes propicios para el aprendizaje de una matemática que va más allá de lo abstracto y aterriza en lo real. Por eso su objetivo se centra en acabar la creencia de que las matemáticas son algo aislado de la realidad y busca que el estudiante tenga un acercamiento con el "mundo real" y darle sentido a lo que aprende en el aula de clase. Los laboratorios de matemática emplean materiales manipulativos que facilitan la formación de los estudiantes en el área de matemáticas, desarrollando así el pensamiento matemático y en especial el variacional. El uso de los materiales conduce a la aprehensión, construcción, fundamentación, acercamiento y experimentación de dicho pensamiento, fomentando ambientes diferentes al tradicional.

Vasco Uribe (2006) menciona que el principal propósito del pensamiento variacional es la modelación y no es propiamente la resolución de problemas ni de ejercicios. El pensamiento variacional tiene como objetivo la modelación la cual simula la dinámica de ciertos procesos que ocurren en la realidad y esta se aprende haciéndola, es decir, con la práctica. Para desarrollar el pensamiento variacional, se les deben brindar espacios que les propicie su interacción con el aprendizaje, permitiéndoles que se vuelvan entes activos y no simples receptores de saberes; los procesos algebraicos en la escuela deben generar la búsqueda de significados y relaciones, a la reflexión, a la comunicación de las observaciones y a la organización de los saberes; así a partir de actividades que permitan la participación de situaciones cotidianas se incorporan formas de generalización.

El presente trabajo se realiza bajo los parámetros de una investigación descriptiva, ya que al plantear situaciones problemas a los estudiantes, se hará un análisis cualitativo y descripción de cómo ellos lo realizan. Además se hará una valoración de la implementación del laboratorio de matemáticas y como éste contribuye al desarrollo del pensamiento variacional. Para constatar la realidad del problema y para que esta investigación sea confiable y veraz, se opta por utilizar técnicas de recolección de datos tales como: la observación, la encuesta, la entrevista, la prueba diagnóstica y prueba final.

Durante la implementación de la propuesta se realizan nueve actividades: Plano cartesiano humano, Relaciona y funciona, Coordenadas en el plano cartesiano, Crucigrama con términos utilizados en función lineal, Encuentra tu pareja funcional, Situaciones de variación, Aplicación y generalización de la función lineal, De la representación gráfica a la representación algebraica y La Lotería; las cuales tuvieron gran participación de los estudiantes y permitieron abordar las diferentes dificultades que se presentaban en la temática de función lineal. Con base en las actividades realizadas se obtiene que la mayoría de los estudiantes superaron las dificultades planteadas a través de las diferentes estrategias empleadas en el laboratorio de matemáticas.

A partir del trabajo de investigación se establecen las siguientes conclusiones:

- Los estudiantes de noveno grado desarrollaron, a través de "Laboratorio de Matemáticas una Alternativa para Simular Procesos Matemáticos"; destrezas como el análisis, la interpretación, resolución de situaciones problemas a través de la realización de representaciones tabulares, algebraicas y gráficas para potenciar el desarrollo del pensamiento variacional.
- Las actividades desarrolladas ayudaron a los estudiantes de noveno grado a fortalecer los conocimientos relacionados con la terminología utilizada en la función lineal y así apropiarse de su definición.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Arce, J., Pabon, O., & Vega, M. (2011). El Laboratorio de Matemáticas: una estrategia de producción y uso de recursos pedagógicos en la clase de matemáticas. *Comité Interamericano de Educacion Matematicas*, 1.

Ausubel, D., Novak , J., & Hanesian, H. (1983). *Psicología educativa: un punto de vista cognoscitivo* . Mexico: Trillas.

Vasco Uribe, C. E. (2006). *Didactica de las Matemáticas.* Bogotá: Universidad Pedagogica Nacional. Educadora de Educadores.

Investigación e Innovación en Matemática Educativa

ISSN: 2594-1046

Dos Sistemas de Medidas No Convencionales en la Pesca Artesnal con Cometas en Bocas de Cenizas y su Potencial para la Educación Matemática

Camilo Andrés Rodríguez Nieto
Universidad Autónoma de Guerrero, Camilo.731@hotmail.com

Gustavo Andrés Mosquera García
Universidad Autónoma de Guerrero, gustavogarcia-1992@hotmail.com

Resumen

Esta investigación es de tipo cualitativa- etnográfica cuyo objetivo fue diseñar una situación didáctica, basada en la situación acción, formulación y validación. Potencializando la enseñanza y el aprendizaje de un sistema de medidas, que respondiera a los lineamientos curriculares y al contexto sociocultural próximo de los estudiantes. Desarrollada en el nivel de secundaria con una muestra de 33 estudiantes entre 12 y 13 años de edad. Para esto, se realizaron entrevistas semiestructuras y grabaciones de audios a los pescadores de la región, donde se identificaron las medidas no convencionales usadas por ellos y llevarlas al aula de clases.

Palabras clave: Etnomatemática, sistema de medida, comunidad de práctica.

1. INTRODUCCIÓN

Los pescadores la zona de Bocas de Ceniza (Barranquilla Colombia) utilizan en su oficio estrategias como la pesca artesanal con cometas, donde hacen uso de medidas no convencionales en varios momentos, primero utilizan la cuarta, el jeme, y dedos para determinar la longitud de las varillas en la construcción de la cometa, segundo la brazada y la yarda para medir las longitudes entre los anzuelos en el aparejo. Estas medidas no convencionales se utilizaron para la construcción de una situación didáctica en el aula de clases, con estudiantes de la misma zona. Se pretendió llevar esas prácticas a las escuelas pues se concibe la matemática integrada a otras formas del conocimiento. Es una manera de hacer Educación Matemática, como lo propone D’Ambrosio citado por Blanco (2008).

2. REVISIÓN BIBLIOGRÁFICA Y METODOLOGÍA

En la antigüedad, el hombre sintió la necesidad de medir los objetos que existían a su alrededor utilizando su cuerpo. “El mundo fue cortado a la medida del hombre” (Kula, 1980, pág. 30). Lo que deja percibir que desde el inicio de la creación existió la medida. En Colombia se han hecho investigaciones de tipo etnomatemática que están ligadas a este trabajo. Carabalí (2012) identifica el grado de construcción y los posibles significados que se les atribuyen a los patrones de medidas no convencionales de longitud. Berrío (2009) analiza la relación que se puede tener entre las prácticas cotidianas de la siembra de los pueblos indígenas Tulé y Embera-Chamí, y la producción de un conocimiento matemático referido a la medida en un contexto escolar indígena. Partiendo de estos trabajos se plantearon las siguientes preguntas de investigación: ¿Qué tipo de sistema de medidas han desarrollado los pescadores con cometas de Bocas de Ceniza? ¿Cómo utilizar algunos de estos conocimientos para favorecer la Educación Matemática?

Este trabajo se desarrolló dentro del paradigma Hermenéutico o Interpretativo, cuyo interés va dirigido al significado de las acciones humanas y de la práctica social. Bajo un enfoque cualitativo que "se enfoca en comprender los fenómenos explorándolos desde las perspectivas de los participantes en un ambiente natural y en relación con su contexto" (Hernández, 2014). Se realizaron tres trabajos de campo dos con los pescadores con cometas y uno con los estudiantes, los dos primeros consistieron en realizar entrevistas semiestructuradas, grabaciones de audios a los pescadores con el fin de recolectar información referente a su labor diaria, la cual fue útil para asociar este oficio con las actividades matemáticas relacionadas con las medidas no convencionales. Posteriormente, se consiguió una institución educativa contextualizada con una población de 1243 estudiantes, de los cuales se escogió una muestra de 33 entre 12 y 13 años de edad, donde se desarrolló una situación didáctica en la cual se tuvo en cuenta la clasificación *situación acción* (consistió en dejar que el estudiante interactuara con el medio didáctico, descubriendo que no existe una sola forma de medir). Luego, se formaron grupos de cuatro estudiantes, donde se generó un dialogo en el cual compartieron las diferentes formas de medir, sin hacer uso del metro. A este proceso se le llama *situación formulación*. Por último, en la *situación validación* se evaluó la actividad realizada, concluyendo que a través de este trabajo los estudiantes lograron reconocer que existen otras formas de medir y términos como estimar, longitud, distancia y medida.

3. RESULTADOS

Se implementó una situación didáctica con los estudiantes de séptimo grado de la Institución Educativa Distrital las Flores, cercana a Bocas de Ceniza, donde se lograron resultados como el manejo de un sistema de medidas no convencionales y su aplicabilidad en la vida cotidiana. A través de la situación didáctica se logró que los estudiantes debatieran sobre el concepto de la palabra Etnomatemática, además que ésta es una ayuda en el proceso de enseñanza y aprendizaje de la

ISSN: 2594-1046

matemática. Por otra parte se consiguió que los alumnos establecieran diferencias entre los términos estimar y medir, longitud y distancia, apropiándose del concepto de cada uno de ellos. Se llevó a cabo un proceso de comparación y conversión entre unidades de medidas no convencionales ¿Cuántos dedos tiene una cuarta? ¿Cuántas cuartas hay en una brazada? También hicieron comparaciones entre un sistema de medida no convencional con el sistema métrico, midiendo la distancia de la cuarta, jeme y dedo en centímetros con una cinta métrica, estableciendo equivalencias aproximadas entre estos dos sistemas medidas (ver figuras 1 y 2).

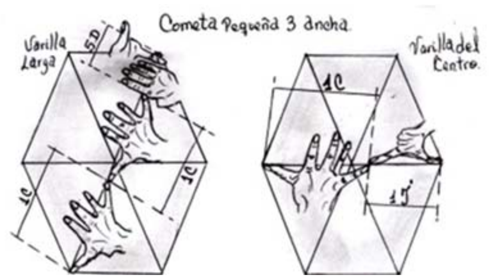


Figura 1. Elaboración de la cometa utilizando la cuarta, jeme y y dedo (autores)

Figura 2. Hallando el valor numérico de la cuarta, jeme y dedo de los estudiantes con cinta de métrica (autores).

4. CONCLUSIONES

Al finalizar esta investigación, se logró determinar que los estudiantes además de medir con unidades de medidas estandarizadas, pueden hacer uso de otras no convencionales como las utilizadas por los pescadores de la zona, reconociendo que este proceso usado por ellos es válido y lleva inmersa una matemática que es importante conocer y poner en práctica en la resolución de problemas.

5. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Berrío, L. (2009). *"La Medida" en un contexto de escuela indígena: el caso del pueblo Tule y el caso del pueblo Embera-Chamí*. Tesis de Pregrado, Universidad de Antioquia , Medellín.

Blanco, H. (2008). Entrevista al profesor Ubiratan D' Ambrosio. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática, 1*(1), 21-25.

Carabalí, J. (2012). *Patrones de Medidas no Convencionales: El caso de la Longitud en el barrio Desepaz del municipio de santiago de Cali, Colombia*. Tesis de Pregrado, Universidad del Valle, Santiago de Cali.

Hernández, R. (2014). *Metodología de la Investigación* (6ta ed.). Bogotá, Colombia: McGraw-Hill.

Kula, W. (1980). *Las Medidas y los Hombres* (3a ed.). Madrid, España: Siglo XXI editores.

Investigación e Innovación en Matemática Educativa

ISSN: 2594-1046

DESARROLLO DEL PENSAMIENTO Y LENGUAJE ALGEBRAICO

Oscar Alejandro Cervantes Reyes
Escuela Normal Superior Federal de Oaxaca, yuza_cero7@hotmail.com

Resumen

El presente, corresponde al planteamiento general de una investigación en su nivel inicial, misma que tiene como antecedente otro trabajo del autor referido a la construcción de un lenguaje simbólico desde las prácticas socialmente compartidas. Es un estudio cualitativo interpretativo de corte socioepistemológico, primer acercamiento al pensamiento y lenguaje algebraico, donde problematizamos nuestro objeto de estudio a través de una unidad de análisis socioepistémica, cuyos resultados fueron base de los diseños puestos en juego en dos experiencias didácticas, el análisis de sus correspondientes resultados dieron pie a varias interrogantes, motivo del presente estudio, particularmente: ¿cómo desarrollar el pensamiento y lenguaje algebraico?.

Palabras clave: Socioepistemología, prácticas, pensamiento y lenguaje algebraico.

1. INTRODUCCIÓN

Investigaciones actuales que atienden la problemática de la enseñanza y el aprendizaje del algebra, si bien resultan efectivas para reconocer las dificultades epistemológicas, didácticas o cognitivas en el aprendizaje y la enseñanza del algebra, la problemática sigue vigente. El presente estudio tiene como antecedentes los trabajos de Cervantes (2015), un primer acercamiento a nuestro objeto de estudio y dos experiencias didácticas fundadas en los resultados del estudio de partida. La continuidad de dicha investigación dio lugar varias interrogantes, particularmente: ¿lenguaje algebraico, pensamiento algebraico o lenguaje y pensamiento algebraico (PLA)? ¿Cómo desarrollar el PLA?, ¿qué orientación debe tener el desarrollo del PLA?.

2. REVISIÓN BIBLIOGRÁFICA Y METODOLOGÍA

De acuerdo con Cantoral (2013, p. 114) el concepto objetivado no es aprehensible por los estudiantes, sin el acompañamiento del proceso objetivable, las prácticas asociadas, “no hay noesis sin praxis”, perspectiva epistemológica que rompe con la visión reficacionista. El énfasis en las prácticas permite vislumbrar la importancia de salir de un dominio propiamente matemático para incorporar otras prácticas de referencia como la ingeniería, la medicina, la biología, la albañilería, etc., prácticas que dan sentido y significado a los conceptos, de tal forma que es la praxis desarrollada dentro de esos contextos lo que favorece el construcción y significación del saber matemático (Reyes-Gasperini, Montiel y Cantoral, 2014).

Sostenemos la hipótesis que el pensamiento y lenguaje algebraico (PLA) es parte de un sistema de prácticas donde se articulan redes de modelos para el entendimiento, análisis y/o predicción de fenómenos, proceso en el que se construye socialmente un lenguaje simbólico que evoluciona, se significa y resignifica progresivamente hasta convertirse en un método analítico per se, sin desprenderse de su funcionalidad como lenguaje: lenguaje y método analítico a la vez. Sistema de prácticas que funciona como medio de expresión, herramienta de análisis, medio de comunicación, medio articulador, medio de interpretación, comprensión y trascendencia, funciones que desde nuestra mirada van más allá de las funciones básicas de un lenguaje, y que resulta necesario para entender las cosas de manera más profunda de acuerdo a la analítica de su invención, que nos permite percibir relaciones que de otra manera no hubiese sido posible (Mahoney, 1971).

A través de un estudio de gran envergadura buscamos identificar aquello que ha normado la evolución del PLA, que le ha hecho ser como es, con las funcionalidades, característica, y significaciones que a tenido a lo largo de su evolución conceptual y pragmática.

A diferencia de otras perspectivas, no solo nos preocupa el cómo enseñar, sino que además cuestionamos: el qué aprender, es decir, no solo nos interesan las cuestiones didáctico-pedagógicas sino que pretendemos problematizar el saber matemático de manera profunda y sistémica desde sus cuatro dimensiones, pretendemos un cambio de centración de los objetos matemáticos hacia las prácticas sociales, proyectamos atender las rutas centradas en la construcción social del conocimiento matemático, en nuestra búsqueda sobre la ruta de desarrollo del PLA, siendo nuestra base y orientación la problematización del saber, y las practicas sociales como generadoras de conocimiento (Cantoral, 2013).

En esta investigación pretendemos reconocer y caracterizar las prácticas asociadas al saber en cuestión, además de identificar aquello que lo norma y ha normado la evolución del PLA desde el inicio de la humanidad, aquello que le ha hecho ser como es, producto de su evolución.

Comenzaremos la investigación con el análisis de documentos originales: The Analytic Art de Viète, The Geometry y el Discurso del Método de Descartes, la Hidrodinámica de Euler, Méthode of nomenclature chimique de Lavoisier, con la intensión de identificar los usos, las prácticas, las motivaciones y los significados del PLA en cada uno de ellos, en otras palabras pretendemos localizar la

ISSN: 2594-1046

fenomenología intrínseca de este saber, lograr evidencias que muestren al PLA como un emergente de la construcción social del conocimiento matemático.

3. METODOLOGÍA DE INVESTIGACIÓN

Para este investigación partimos de las interrogantes: ¿lenguaje algebraico, pensamiento algebraico o PLA?¿qué es el pensamiento algebraico? ¿cómo se caracteriza el pensamiento algebraico?¿cómo podemos desarrollarlo?, para intentar darles respuesta, comenzaremos con un estudio sistémico a profundidad mediante la construcción de una fuerte unidad de análisis socioepistémica, para luego realizar una revisión del estado del arte que guarda este saber.

Una vez que hallamos caracterizado aquello que norma al pensamiento algebraico, así como las prácticas asociadas a la construcción de este conocimiento. De igual manera estudiaremos cómo se vinculan dichas prácticas, cómo se enlazan y/o estructuran para dar cabida a la emergencia de este saber. Daremos paso al diseño de nuestra propuesta de intervención didáctica que pondremos en escena y en el proceso llevar a cabo un estudio cualitativo-interpretativo.

4. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Cantoral, R. (2013). Teoría Socioepistemológica de la Matemática Educativa. Estudios sobre construcción social del conocimiento. Barcelona, España: Editorial Gedisa, S. A.

Cervantes, O. (2015). *La construcción de un lenguaje simbólico desde las prácticas socialmente compartidas* (Tesis de maestría no publicada). Escuela Normal Superior Federal de Oaxaca, Oaxaca, México.

Mahoney, S. (1971). Princeton University. Recuperado el 2016, de http://www.princeton.edu/~hos/Mahoney/articles/beginnings/beginnings.htm

Reyes-Gasperini, D., Montiel, G. y Cantoral, R. (2014). Cuando una crece, la otra decrece, ¿proporcionalidad inversa o directa? . *Revista Premisa* , 16 (62), 3.

Investigación e Innovación en Matemática Educativa

ISSN: 2594-1046

Significados del Signo Igual que Promueven las Tareas de los Libros de Texto de Matemáticas de Primaria

Natanael Gómez López
Universidad Autónoma de Guerrero, natanaelgoomezloopez@hotmail.com

Guadalupe Cabañas-Sánchez
Universidad Autónoma de Guerrero, gcabanas.sanchez@gmail.com

Resumen

Se reportan avances sobre los significados del signo igual promovidos desde las tareas planteadas en los libros de texto de matemáticas de primaria. El estudio se sustenta en la clasificación propuesta en Molina, Castro y Castro. Como metodología, se usa el Análisis de Contenido de Bernete. El análisis al libro de texto de primer grado, evidencia que las tareas promueven mayoritariamente, significados asociados a: Operador, equivalencia, expresión de una acción en la categoría.

Palabras clave: Signo igual, significados, libros de texto, tareas.

1. CONTEXTO Y PROBLEMA DE INVESTIGACIÓN

En matemáticas se trabaja con conceptos, proposiciones, símbolos, signos y fórmulas matemáticas, y se realiza una gran variedad de procedimientos (Ballester, et al., 1992). Los signos y los símbolos tienen una gran importancia, ya que el lenguaje matemático los utiliza continuamente. Un signo es cualquier cosa, acción o suceso que, por una relación natural o convencional evoca o representa a otra (Moliner, 2007 en Ramírez, 2010). Como todo símbolo matemático, el signo igual es la representación de un concepto o idea matemática, sin embargo, su significado no es únTco, pues está ligado al contexto en el que se considere (Molina, Castro y Castro, 2009). Se reconoce que una comprensión adecuada del signo igual requiere poder interpretarlo de forma relacional, como el indicador de una relación de equivalencia, y no exclusivamente de forma operacional, como el indicador del resultado de una operación o como una señal de hacer algo (Burguell y Ochoviet, 2015). Esta investigación analiza significados asociados al signo igual en la escuela primaria mexicana, a partir de las tareas planteadas en los libros de texto de matemáticas, con el propósito de identificarlos y caracterizarlos.

2. ORIENTACIÓN TEÓRICA

Las tareas de los libros de texto de matemáticas se conciben como unidad de análisis. El estudio de los significados toma como base la clasificación de Molina, Castro y Castro (2009):

1. *Propuesta de actividad.* Refiere al uso del signo igual en expresiones incompletas que contienen una cadena de números y/o símbolos encadenados con símbolos operacionales, seguida del signo igual (Ej. $16 \div 3 =$).
2. *Operador.* Este significado refiere al uso del signo igual como un símbolo que separa una cadena o secuencia de operaciones, que se sitúan a la izquierda del signo igual, y su resultado, que se dispone a la derecha (Ej. $23 + 23 = 46$).
3. *Expresión de una acción.* Significado del signo igual como símbolo que separa una cadena o secuencia de operaciones y su resultado, pudiéndose disponer ambos tanto a izquierda como a derecha del signo igual (Ej. $46 = 23 + 23$). En este caso, a diferencia del significado operador, se reconoce la propiedad simétrica de la igualdad.
4. *Expresión de una equivalencia condicional (ecuación).* El contexto de este significado es el álgebra, en situaciones en las que el signo igual expresa una equivalencia sólo cierta para algún o algunos valores de la/s variable/s, pudiendo no existir ninguno.
5. *Expresión de una equivalencia.* Cuando el signo igual indica que las expresiones que se disponen a ambos lados se refieren al mismo objeto matemático. Este significado se particulariza en tres acepciones, según las expresiones que compongan ambos miembros:
   a. *Equivalencia numérica.* Cuando las expresiones en ambos miembros tienen un mismo valor numérico, esto es, representan a un mismo número (Ej. $4 + 5 = 3 + 6$).
   b. *Equivalencia simbólica.* Cuando las expresiones algebraicas de ambos miembros toman el mismo valor numérico para cualquier valor de las variables (Ej. $a+b=b+a$).
   c. *Identidad estricta.* Significado restringido a expresiones donde los dos miembros representan el mismo objeto matemático usando el mismo representante (Ej. $3 = 3$; $a + b = a + b$). Este caso está incluido dentro de las acepciones anteriores.
6. *Definición de un objeto matemático.* En este caso el signo igual se utiliza para definir o asignar un nombre a un objeto matemático.
7. *Expresión de una relación funcional o de dependencia.* Este significado del signo igual se refiere al uso de este símbolo para indicar cierta relación de dependencia entre variables o parámetros. Por ejemplo en fórmulas del área de figuras geométricas.
8. *Indicador de cierta conexión o correspondencia.* Este significado, algo impreciso, del signo igual hace referencia a su uso entre objetos de distinta naturaleza o ámbito, como por ejemplo entre

ISSN: 2594-1046

imágenes o figuras y números, o entre expresiones matemáticas y expresiones no matemáticas (Ej. *Joel = 21 años*).

9. *Aproximación.* Refiere al uso del signo igual para relacionar una expresión aritmética y una aproximación de su valor numérico (Ej. 1/3 = 0.33).

3. METODOLOGÍA

Como metodología se usa el Análisis de Contenido de Bernete (2014), la cual distingue tres fases: a) Trabajo previo a la obtención de los datos, b) Extracción de los datos, y; c) Explotación de los datos: operaciones e interpretación de resultados.

4. BREVE DISCUSIÓN

El análisis al libro de texto de primer grado, evidencia que las tareas promueven mayoritariamente, significados asociados a: Operador, equivalencia, expresión de una acción en la categoría.

5. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Ballester, S. et al (1992). *Metodología de la Enseñanza de la Matemática I*. Cuba: Pueblo y Educación.

Bernete, F. (2014) Análisis de contenido. En Lucas Marín, A. y Noboa, A. (coords.): *Conocer lo social: estrategias y técnicas de construcción y análisis de datos* (pp. 221-261). Madrid / Montevideo: Fragua / Fondo de Cultura Universitaria.

Burguell, F. y Ochoviet, C. (2015). Signicados del signo de igual y aspectos de su enseñanza. Un estudio realizado con estudiantes de primer año de enseñanza secundaria y sus profesores. *Enseñanza de las Ciencias 33*(3), 77-98.

Molina, M.; Castro, E.y Castro, E. (2009). Elementary students' understanding of the equal sign in number sentences. *Electronic Journal of Research in Educational Psycholog*, 17, 7(1), 341-368.

Ramírez, M. (2010). *Interpretaciones del signo igual. Un estudio de libros de texto*. Recuperado de: http://eprints.ucm.es/25468/1/DEA-Mónica%20Ram%C3%ADrez%20Garc%C3%ADa.pdf

Investigación e Innovación en Matemática Educativa

ISSN: 2594-1046

La Visualización como Herramienta en la Solución de Problemas de Funciones Vectoriales

Carlos Oropeza Ugalde
Facultad de Estudios Superiores Cuautitlán-UNAM, carlos.oropeza2196@gmail.com

Resumen

Uno de los principales problemas a los que se enfrentan los estudiantes de ingeniería en el nivel superior para la solución de problemas de índole vectorial en materias de matemáticas, son por el alto nivel de abstracción, que hace que los alumnos tengan inconvenientes en el razonamiento y entendimiento de conceptos matemáticos, en este caso de funciones vectoriales. El propósito de la investigación es construir una propuesta didáctica que se base en una sólida experimentación de situaciones de aprendizaje estructuradas que ayude a interpretar y explicar el pensamiento de los estudiantes en el marco del problema que se ha planteado.

Palabras clave: visualización, función vectorial, abstracción

Dentro de las principales dificultades a los que se enfrentan los estudiantes de ingeniería en el nivel superior para la solución de problemas de índole vectorial en materias de matemáticas, surgen por el alto nivel de abstracción, que hace que los alumnos tengan inconvenientes en el razonamiento y entendimiento de conceptos matemáticos, en este caso de funciones vectoriales. Las matemáticas aplicadas han permitido un gran desarrollo alcanzado en la ingeniería; sin embargo, ocasionan muchas dificultades al estudiante de esta área durante su formación profesional, sobre todo en los primeros semestres y especialmente en los cursos de cálculo primordialmente en su aplicación hacia la resolución de problemas. Diversos organismos como el National Council of Teachers of Mathematics (NCTM), la Asociación Iberoamericana de Instituciones de la Enseñanza de la Ingeniería (ASIBEI) y el Ministerio de Educación Nacional (MEN) coinciden en que las matemáticas para el ingeniero son un conjunto de problemas o de situaciones, cuyo tratamiento requiere conceptos, procedimientos y representaciones de tipos diferentes, pero íntimamente relacionados. Son innumerables los esfuerzos de profesores e investigadores para mejorar la enseñanza de las matemáticas, en el cálculo básico y el cálculo multivariable.

Kaschefi, Ismail y Yusof (2010) plantean mejorar el aprendizaje de los estudiantes mediante el fortalecimiento de resolución de problemas y habilidades de pensamiento matemático, a través del uso de herramientas tecnológicas que apoyan la comprensión conceptual permitiéndoles resolver problemas de su campo de estudio, lo cual se transforma en una excelente alternativa.

Ilany y Margolin (2010) han trabajado en la resolución de problemas matemáticos acompañada por texto en la cual el estudiante es enfrentado simultáneamente al lenguaje humano y al lenguaje matemático. El argumento central para estos investigadores es que existen diferencias entre las dos formas de lenguaje y que debe haber un puente entre ellos; la dificultad radica en la necesidad de traducir el evento descrito en el lenguaje humano a las operaciones aritméticas, algebraicas, etc., expresadas en idioma matemático.

Una de las estrategias que se proponen en el trabajo es la de introducir a los estudiantes al campo de las herramientas computacionales y el uso del software matemático, es por eso que se plantea que los alumnos empiecen a desarrollar la esencia de la interpretación geométrica y no solo a desarrollar modelos matemáticos. Para el Consejo Estadounidense de Profesores de Matemáticas (NCTM, 2008) todas las escuelas y los programas de matemáticas deberían proporcionar a los estudiantes y profesores el acceso a la tecnología educativa, incluyendo calculadoras, computadoras con software matemático, conectividad e internet, dispositivos portátiles de recolección de datos, etc. Las matemáticas las deben utilizar los ingenieros para resolver problemas; lo cual normalmente implica el desarrollo de un modelo matemático. Para construir modelos, se tienen que utilizar las leyes científicas acerca de las cosas del mundo (por ejemplo, leyes de Newton del movimiento, leyes de los circuitos de Kirchoff, etc.) y el uso de números, variables, ecuaciones y desigualdades para expresar el problema en un lenguaje matemático. En forma casi generalizada, los estudiantes de las facultades de Ingeniería, durante el desarrollo de actividades, en clase presencial y asesorías, están evidenciando dificultades como la escasa comprensión del concepto de función, límites y continuidad en una variable junto a sus diferentes formas de representación y por supuesto, la resolución de problemas.

Nuestra propuesta en este trabajo tiene como objetivo promover el uso de software matemático para la graficación de los modelos matemáticos que surgen al resolver problemas que involucran al cálculo vectorial, con el fin de brindar al alumno una herramienta más para el análisis de dichos modelos. Por ejemplo, frecuentemente es complejo ubicar, a partir del modelo matemático, la posición de puntos máximos y/o mínimos de una función; al graficar esta función con algún software matemático es más fácil, en general, tener una idea aproximada de dichos puntos. Suponemos también que esta propuesta puede apoyar en la comprensión de algunos conceptos como, por ejemplo. Este planteamiento se encuentra en una fase de exploratoria con estudiantes del segundo semestre pues aún se han detectado

ISSN: 2594-1046

dificultades para concretar un diseño. A continuación se presentan gráficas referentes a los ejemplos arriba citados.

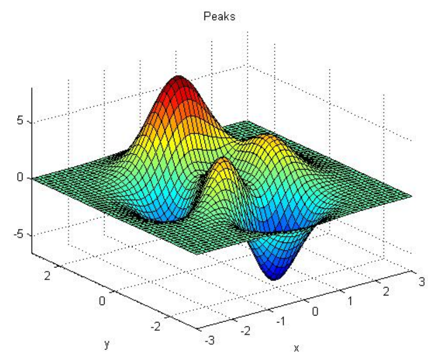


Figura 1. Representación de máximos y mínimos.

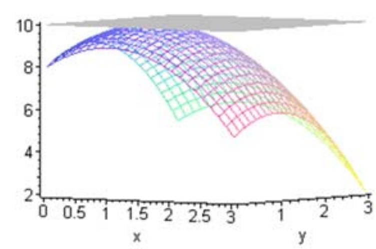


Figura 2. Representación de un plano tangente

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Ilany, B. y Margolin, B. (2010). Language and mathematics: Briding between natural language and mathematical language insolving problems in mathematics, *Creative Education*.

Kashefi, H., Ismail, Z. y Yusof, Y. M. (2010). Engineering Mathematics Obstacles and Improvement: A Comparative Study of Students and Lecturers Approaches through Creative Problem Solving. In CD *Proceedings of the 3rd Regional Conference on Engineering Education & Research in Higher Education*, Kuching, 7-9 Jun.

NCTM (2008). *Improving studying achievement by leading the pursuit of a vision for equity*. National Council of Teachers of Mathematics

Investigación e Innovación en Matemática Educativa

ISSN: 2594-1046

IDENTIFICANDO EL RAZONAMIENTO COVARIACIONAL A TRAVES DEL MODELO DE ARGUMENTACION DE TOULMIN: EL CASO DE LA FUNCION SENO

Joan Sebastián Ordoñez
Universidad Autónoma de Guerrero, joseor910831@gmail.com

Marcela Ferrari Escolá
Universidad Autónoma de Guerrero, marcela_fe@yahoo.com.mx

Resumen

El estudio indaga los diferentes argumentos que presentan dos estudiantes pertenecientes a la Unidad Académica de Matemáticas de la Universidad Autónoma de Guerrero como evidencia de su razonamiento Covariacional esto alrededor de la función seno y de su entrelace con el uso de radianes. El análisis se sustenta en la reconstrucción de las estructuras argumentativas con base en el modelo argumentativo de Toulmin y de su relación con las acciones mentales presentes en el razonamiento Covariacional. La investigación evidencia que la combinación de las dos perspectivas teóricas permite la identificación más coaccionada de lo que se conoce como Razonamiento Covariacional

Palabras clave: Razonamiento Covariacional, Modelo argumentativo de Toulmin; enseñanza de la trigonometría

La enseñanza-aprendizaje de la trigonometría ha sido tema de investigación de varios expertos en el campo de la matemática educativa (Fi, 2013; Yiggit, 2016; Moore 2013, 2014). Asimismo los investigadores reconocen el campo de la argumentación en matemáticas como uno de los enfoques importantes que tratan de darle respuesta a la diversidad de problemáticas que se pueden ver y estudiar para el desarrollo favorecedor de la educación específicamente la ligada a las matemáticas.

En el presente escrito se desarrolla una propuesta donde se evidenciarán los argumentos expuestos por dos estudiantes de la Licenciatura en Matemáticas pertenecientes a la Unidad Académica de la Universidad Autónoma de Guerrero, como resultado de su razonamiento covariacional (Carlson, Jacobs, Coe, Larsen & Hsu, 2002); su relación con el modelo argumentativo propuesto por Toulmin & Reik (1984) y la coherencia de los dos modelos para captar y moldear lo expuesto por las estudiantes en correspondencia con una tarea que constata la función trigonométrica seno.

La pregunta de investigación gira en torno a los argumentos que presentas las estudiantes como consecuencia de su razonamiento covariacional esto alrededor de la función seno y su entrelace con el uso de radianes; en consecuencia la pregunta de investigación será si es posible sintetizar los argumentos que generan los estudiantes como evidencia de su razonamiento Covariacional a través del esquema de argumentación de Toulmin.

Para esto se relacionará lo propuesto por Carlson et al (2002) y que tiene el nombre de Razonamiento Covariacional definido como “las actividades cognitivas implicadas en la coordinación de dos cantidades que varían mientras se atiende a las formas en que cada una de ellas cambia con respecto a la otra” (pág. 124), del mismo modo se vincula lo propuesto por Toulmin y Rieke (1984) y su esquema argumentativo, donde teóricamente este propone seis elementos los cuales se conocen como:

Aserción: Es la declaración de la cual el argumentador desea convencer a su audiencia. *Garantía*: es la que justifica la conexión entre los datos y la aserción, este es apoyada por el *Respaldo* que presenta fuerza a esta. *Dato*: Son los fundamentos sobre los cuales se basan los argumentos; las pruebas pertinentes de la aserción. *Refutador Modal*: es el que califica la conclusión expresando los grados de confianza *y la Refutación*: es la que rebate potencialmente la aserción, indicando las condiciones en las que no se mantendrían, en el trabajo se utilizara el núcleo de este que se observa en la Figura 1.

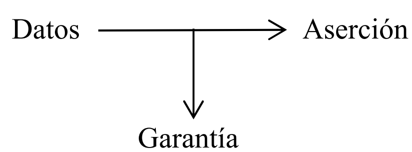


Figura 1. Núcleo del esquema de Toulmin.

En correspondencia con el objetivo de la propuesta se adoptó un método utilizado constantemente en estudios cualitativos, el estudio de casos Stake (1998). Además se plantea la investigación de diseño (Molina M; Castro E; Molina J y Castro E., 2011). Esto a través del experimento de enseñanza al que se alude referente a la función seno y desarrollado con el software educativo Geogebra.

Por investigación de diseño se entiende al paradigma de investigación de naturaleza principalmente cualitativa desarrollado dentro de las ciencias de aprendizaje, cuyo propósito es documentar que recursos y conocimientos previos ponen en juego los alumnos en las tareas, cómo interaccionan los alumnos y profesores, cómo son creadas las anotaciones y registros, cómo emergen y evolucionan las concepciones, qué recursos se usan, y cómo es llevada a cabo la enseñanza a lo largo del curso de la instrucción. Todo ello mediante el estudio del trabajo de los alumnos, grabaciones de vídeos y evaluaciones de la clases.

Los avances del trabajo muestran progresos acordes con lo planteado en la pregunta de investigación, puede verse como el esquema de argumentación presentado por Toulmin & Reik (1984) complementa lo planteado por Carlson et al (2002) en lo que denominó Razonamiento Covariacional. La esquematización presentada por Toulmin permite relacionar de una manera más completa las cinco acciones y niveles mentales presentes en el Razonamiento Covariacional esto a través de los argumentos expuestos por los estudiantes; también se expone como la garantía del esquema permite verifica lo expuesto por el estudiante, además de complementar y distinguir el tipo de razonamiento presente en la actividad y de naturaleza Covariacional. Igualmente el diseño arroja significados presentes en las estudiantes y que involucran hasta después de presentada la actividad. Estas relacionan la longitud del arco en radianes y la intersección con la abscisa en el eje *y* (altura); las estudiantes determinan el cambio de cada una de estas ocurriendo de manera simultánea.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Carlson, M., Jacobs, S., Coe, E., Larsen, S., & Hsu, E. (2002). Applying covariational reasoning while modeling dynamic events: A framework and a study. Journal for Research in Mathematics Education, 352-378.

Confrey, J. (2006). The evolution of design studies as methodology. A aparecer en RK Sawyer. *The Cambridge Handbook of the Learning Sciences* (135-152). Cambridge University Press: Cambridge.

Fi, C. D. (2003). Preservice secondary school mathematics teachers' knowledge of trigonometry: Subject matter content knowledge, pedagogical content knowledge and envisioned pedagogy

Molina, M., Castro, E., Molina, J. L., y Castro, E. (2011). Un acercamiento a la investigación de diseño a través de los experimentos de enseñanza. *Enseñanza de las ciencias: revista de investigación y experiencias didácticas*,*29*(1), 75-88

Moore, K. C. (2013). Making sense by measuring arcs: A teaching experiment in angle measure. *Educational Studies in Mathematics*, 83(2), 225-245.

Moore, K. C. (2014). Quantitative reasoning and the sine function: The case of Zac. *Journal for Research in Mathematics Education*, 45(1), 102-138.

Moore, K. C., LaForest, K. R., & Kim, H. J. (2015). Putting the unit in pre-service secondary teachers’ unit circle. *Educational Studies in Mathematics*, 1-21.

Stake, R. E. (1998). *Investigación con estudio de casos*. Ediciones Morata.

Toulmin, S. E., & Rieke, R. D. J. (1984). *An introduction to reasoning* (No. Sirsi) i9780024211606).

Yiğit Koyunkaya, M. (2016). Mathematics education graduate students’ understanding of trigonometric ratios. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 1-21.

Investigación e Innovación en Matemática Educativa

ISSN: 2594-1046

¿Cómo han Incidido los Programas de Postgrado de Matemática Educativa en la Conformación de Redes Sociales de Colaboración Científica?

Olga Lidia Pérez González
Universidad de Camagüey Ignacio Agramonte Loynaz, olguitapg@gmail.com

Bartolo Triana Hernández
Universidad de Camagüey Ignacio Agramonte Loynaz, bartolotriana@gmail.com

Ognara García García
Universidad de Camagüey Ignacio Agramonte Loynaz, ognara.garcia@reduc.edu.cu

Resumen

El objetivo es valorar la influencia de los programas de postgrado de Matemática Educativa en la conformación de redes sociales de colaboración científica. Es un estudio cuantitativo-cualitativo, que realiza la evaluación de la actividad científica a través de indicadores bibliométricos y el análisis de los programas de postgrado que inciden en dichas redes. Se identifican las redes de colaboración científica, los países con mayor centralidad y cercanía y se argumenta cómo los programas de postgrados, a partir del análisis de las condiciones sociales-económicas en la que los mismos se desenvuelven, inciden en la promoción de dichas redes.

1. INTRODUCCIÓN

En los últimos años se han identificado estudios en los que se reflexionan sobre el desarrollo de la Comunidad Latinoamericana de Matemática Educativa, resultan significativos los estudios sobre el quehacer del matemático educativo (Cantoral, 2013), sobre las tendencias en los métodos de investigación para profesionalización docente en matemáticas (Cantoral, 2013), el estudio sobre la Matemática Educativa, identidad y Latinoamérica (Cordero, 2008) y el de la profesionalización de la comunidad latinoamericana de matemática educativa (Pérez, Triana y García, 2015), entre otros.

Todos ellos en su conjunto hacen ver el crecimiento y profesionalización que ha tenido esta comunidad y que el Comité Latinoamericano de Matemática Educativa; la Reunión Latinoamericana de Matemática Educativa, la Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa y el Acta Latinoamericana de Matemática Educativa desempeñan un rol muy importante en la difusión de la Matemática Educativa, nucleando investigadores y profesores de Latinoamérica, a partir de los cual ha sido posible promover acciones que fomentan la investigación incidiendo notablemente en la profesionalización para el desarrollo científico y social de la región. (Cordero, 2008).

ISSN: 2594-1046

Sin embargo, aunque es perceptible la influencia que han tenido los programas de postgrado en la profesionalización de esta comunidad, se hace necesario un estudio cuantitativo que evidencie cómo ellos han influido en la conformación de redes sociales de colaboración científica en Latinoamérica.

El objetivo del trabajo es valorar la influencia que han tenido los programas de postgrado de Matemática Educativa en la conformación de redes sociales de colaboración científica.

2. METODOLOGÍA

La metodología seguida es cuantitativa-cualitativa, de corte empírico, para realizar un estudio exploratorio, transversal y descriptivo que consta de dos fases:

2. Evaluación de la actividad científica a través de indicadores bibliométricos (Granda-Orive, Alonso-Arroyo, García-Río, Solano-Reina, Jiménez-Ruiz, & Aleixandre-Benavent, 2013), utilizando como unidad de análisis el Acta Latinoamericana de Matemática Educativa en el período del año 2002 al 2015. Los indicadores bibliométricos estudiados son (Pérez, Triana & García, 2015):
    a. Análisis de redes sociales en la comunidad latinoamericana de Matemática Educativa
    b. Cercanía (Closeness): enfatiza la distancia de un actor a otros en la red al concentrarse en la distancia geodésica de cada actor con todos los demás.
    c. Cliques: subconjunto de una red en el cual los actores están más cercana y fuertemente conectados mutuamente, que lo que lo están respecto al resto de los integrantes de la red.
    d. Grado (Degree): número de enlaces directos que tiene un actor..
10. Identificación y análisis de los programas de postgrado que inciden en las redes de colaboración científica identificadas en la fase 1.

3. FUNDAMENTOS TEÓRICOS

Para realizar el estudio se toma como presupuesto teórico que el proceso de investigación científica no es solo una cuestión epistemológica, sino también de sociológica, en estrecha relación con las sociedades histórico concretas en las que se insertan y de pertinencia y difusión de su producción intelectual (Bordons y Zulueta, 1999) Este presupuesto será el sustento para el análisis de los programas de postgrados que se identifiquen en las redes de colaboración científica, desde el punto de vista del

ISSN: 2594-1046

contexto histórico que se insertan, para poder determinar las condiciones sociales-económicas en la que los mismos se desenvuelven y su capacidad de promover dichas redes de colaboración.

4. RESULTADOS

Como resultado del trabajo se pudo obtener:

- Las redes de colaboración científica en el período del 2012 al 2015.
- El país con mayor colaboración nacional es México.
- Los cuatro países con mayor grado de centralidad (España, México, Venezuela, Cuba y Brasil) y los cuatro países con mayor grado de cercanía (España, México, Argentina y Brasil) en las redes de colaboración científica identificadas.
- El análisis de cómo los programas de postgrados incidieron en este resultado, a partir del análisis de las condiciones sociales-económicas en la que los mismos se desenvuelven y su capacidad de promover dichas redes de colaboración.

5. CONCLUSIONES

Se demuestra cuantitativamente la relación directa entre los programas de postgrado de Matemática Educativa y la conformación de redes de colaboración científica, y a partir de esto se argumenta que cuando estos programas de postgrado cuentan con un reconocimiento social, acreditado a nivel nacional y/o internacional, entonces se incide en la conformación y consolidación de estas redes, por lo que se recomienda la necesidad del fortalecimiento y acreditación de otros programas para incidir en la profesionalización de la comunidad latinoamericana de Matemática Educativa.

6. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Bordons, M., y Zulueta, M. (1999). Evaluación de la actividad científica a través de indicadores bibliométricos. *Revista Española de Cardiología, 52*(10), 790-800.

Cantoral, R. (2013). Tendencias: los métodos de investigación para profesionalización docente en matemáticas. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa, 16*(1), 5-12.

Cordero, F. (2008). La Matemática Educativa y su incidencia en Latinoamérica. En H. Hernández, & G. Buendía, *Matemática Educativa en Chiapas* (págs. 24-45). México.

Granda-Orive, J. I., Alonso-Arroyo, A., García-Río, F., Solano-Reina, S., Jiménez-Ruiz, ..., y Aleixandre-Benavent, R. (2013). Ciertas ventajas de Scopus sobre Web of Science en un análisis bibliométrico sobre tabaquismo. *Revista Española de Documentación Científica, 36*(2), :e011. doi: http://dx.doi.org/10.3989/redc.2013.2.941.

Pérez, O., Triana, B., y García, O. (2015). *Estudio Bibliométrico del Acta Latinoamericana de Matemática Educativa.* Informe Anual del Grupo de Investigaciones de Matemática Educativa de la Universidad de Camagüey, Universidad de Camagüey Ignacio Agramonte Loynaz, Departamento de Matemática, Camagüey

Investigación e Innovación en Matemática Educativa

ISSN: 2594-1046

PROPUESTA DIDÁCTICA PARA EL PROCESO DE ENSEÑANZA Y APRENDIZAJE DEL PRODUCTO DE MATRICES

Bartolo Triana Hernández
Universidad de Camagüey Ignacio Agramonte Loynaz, bartolotriana@gmail.com

Olga Lidia Pérez González
Universidad de Camagüey Ignacio Agramonte Loynaz, Cuba. olguitapg@gmail.com

Resumen

Es un objetivo de la educación superior propiciar la comprensión de los contenidos a partir de su formación procedimental-conceptual, de forma tal que se favorezca el desempeño de los estudiantes en la solución de problemas matemáticos. En este sentido se hace una propuesta didáctica para la enseñanza aprendizaje del producto de matrices, a partir del tránsito por la formación de nociones sobre el producto de matrices, la formación procedimental, hasta la formación conceptual.

1. INTRODUCCIÓN

En el proceso de enseñanza aprendizaje del Álgebra Lineal tradicionalmente sucede que el docente brinde a los estudiantes la base orientadora de la acción para el desarrollo de procesos, lo que conlleva a un aprendizaje reproductivo, mediante la enseñanza de reglas, limitándose el desempeño de los estudiantes en la solución de problemas (Vargas, Pérez, Blanco, & Rodríguez, 2012), pues se hace mucho énfasis en el desarrollo de técnicas relacionadas con la utilización de algoritmos.

Estudios actuales (Martín, Pérez, Blanco, & Casas, 2014) evidencian que en la práctica educativa de esta asignatura se resuelven los ejercicios resueltos de forma tal que los estudiantes no aprecian la necesidad de comprender los conceptos utilizados (Socas, 2011)

Este trabajo tiene el objetivo de hacer una propuesta didáctica para la enseñanza aprendizaje del producto de matrices, a partir del tránsito por la formación de nociones sobre el producto de matrices, la formación procedimental, hasta la formación conceptual, destacándose en la procedimental el vínculo entre la orientación inductiva y deductiva

2. MARCO TEÓRICO

Para la investigación se asume una propuesta teórica en la que se argumenta un modelo teórico para la formación conceptual-procedimental de los contenidos matemáticos. La dualidad conceptual-

ISSN: 2594-1046

procedimental es un proceso en espiral que integra coherentemente los procesos de comprensión de patrones de producto de vectores, de formación procedimental, de formación conceptual y la resignificación de los saberes matemáticos integrados a prácticas sociales, en contextos determinados, propiciando la creación de espacios de orientación, interacción, comunicación y de movilización de los sujetos implicados en el proceso de enseñanza aprendizaje.

3. METODOLOGÍA PARA LA PROPUESTA DIDÁCTICA

Se hace un esbozo de una cuadrícula de referencia dividida en cuadrantes (Fígura 1), ubicando la numeración de los cuadrantes de forma similar al sistema de coordenados en el plano, de la siguiente forma:

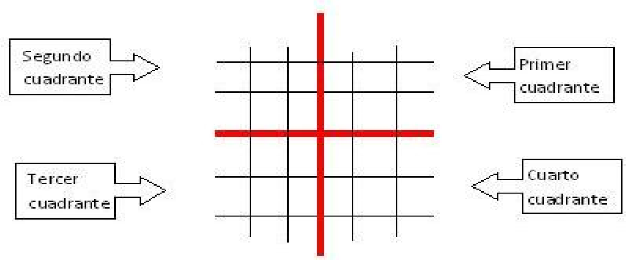


Figura 2

Solicitar el producto de las matrices H*P, imponiendo como única condición de trabajo, que ubiquen la Matriz H en el tercer cuadrante y la Matriz P en el primer cuadrante, hacer notar que H es la primera matriz del producto y P la segunda (Figura 2).

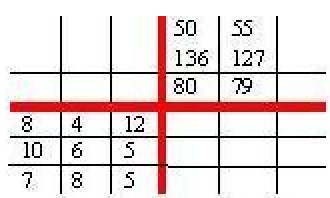


Figura 3

Posteriormente, solicitarles que marquen en el cuarto cuadrante la intercepción de las filas de H con las columnas de P y explorar todas las posibilidades obtenidas, denotando dicha intercepción con el símbolo c_{ij}, donde i es el número de la fila y las columnas que se interceptan (ilustración 3):

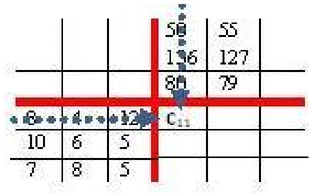


Figura 4

De forma análoga se deben obtener todas las posibles intercepciones.

Le siguen a esto actividades matemáticas, donde se les ofrezcan a los estudiantes matrices que siempre puedan multiplicarse, hasta que se les sugiera lo contrario.

A través del trabajo grupal en el aula, la idea es llegar a la conclusión de que para poder multiplicar matrices se debe tener la condición de que el número de filas de la primera matriz sea igual al número de filas de la segunda matriz. Lo importante es lograr un equilibrio entre los significados personales e institucionales para lograr una óptima comprensión del producto de matrices.

Después se impone llegar a la definición del producto de matrices, para lo cual, se les pediría a los estudiantes, a través de discusión grupal: “Si tuviera que decir, en breves palabras, lo que es el producto de matrices y bajo qué condiciones es posible obtenerlo, ¿qué dirían?”

Ante esta interrogante, el docente puede ir introduciendo impulsos heurísticos retomando todo lo visto, en base al producto escalar de los vectores filas y vectores columnas, para lo que se pueden hacer anotaciones y dirigir la discusión hasta que los propios estudiantes lleguen a la definición, esta tarea puede indicarse como estudio independiente para la próxima clase.

Se sugirió trabajar con la orientación inductiva y deductiva para incidir en la apropiación del concepto de producto de matrices.

4. RESULTADOS

A partir de la propuesta de desarrolló un libro de ejercicios donde los estudiantes pudieran realizar su estudio independiente utilizando como técnica la rejilla anteriormente explicada. En este mismo libro se plantean ejercicios donde el estudiante debe dominar la definición de producto matriz para poderlo responder.

ISSN: 2594-1046

La propuesta se aplica en la carrera de Ingeniería Informática desde el año 2001 y los resultados porcentuales de las evaluaciones realizadas sobre producto de matrices y su definición evidencian la efectividad de la propuesta. Además, se hizo un estudio con estudiantes, después de dos semestres de haber recibido este contenido y se obtuvo un 96.3% de resultados excelentes.

5. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Martín, A., Pérez, O., Blanco, R., & Casas, L. (2014). Los Espacios Vectoriales, como estructuras algebraicas, en el proceso de enseñanza aprendizaje del Álgebra Lineal: una propuesta de investigación. En P. Lestón (Ed.), *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa* 28. México: Comité Latinoamericano de Matemática Educativa.

Socas, Martín (2011). La enseñanza del álgebra en la educación obligatoria. Aportaciones de la investigación. *Números. Revista de Didáctica de las Matemáticas*, 77, pp. 5-34.

Vargas, A., Pérez, O., Blanco, R., & Rodríguez, E. (2012). Desarrollo de la habilidad algoritmizar en el Álgebra Lineal. Anais do *XXVI Reunião Latinoamericana de Matemática Educativa* (págs. 418-419). Ouro Preto. Brasil: UFOP.

Investigación e Innovación en Matemática Educativa

ISSN: 2594-1046

ANÁLISIS DE LAS PROPIEDADES DEL ELIPSOIDE A PARTIR DEL EMPLEO DE MATERIALES DIDÁCTICOS CONCRETOS

Perla del Jesús Martín Montero
Universidad Autónoma de Yucatán, heenimmontero@hotmail.com

Jesús Ricardo Canul Uc
Universidad Autónoma de Yucatán . halorc@hotmail.com

Resumen

Se pretende diseñar un material didáctico concreto inclusivo que permita que el estudiante comprenda las propiedades del elipsoide esto a partir de contemplar la importancia de las habilidades que el estudiante desarrolla mediante la manipulación del mismo. Contemplamos así al material didáctico concreto elaborado como complemento al software educativo capaz de crear espacios tridimensionales para el alumno. Se pretende llevar a la práctica por lo que posteriormente se evaluarán análisis de casos.

Palabras clave: Material didáctico concreto, educación inclusiva, elipsoide, software educativo, sólidos de revolución.

1. INTRODUCCIÓN

La percepción espacial es una habilidad que requiere un desarrollo, debido a que no es intuitiva, este se favorece mediante el uso de materiales didácticos concretos (MDC). Además, propicia una coordinación mano-ojo mediante el empleo de los MDC, debido a la interacción directa que existe con la representación matemática. Muchas veces ocurre que el objeto de enseñanza no puede ser palpado, entonces se crea la necesidad de tener algún instrumento que permita manipularlo. En esta propuesta se ha diseñado un MDC que permita la comprensión de la generación de un espacio tridimensional a partir de trazas en el plano, tal que le propicie oportunidad al estudiante de descomponer manualmente el sólido para poder realizar un análisis de sus propiedades.

Objetivo: lograr que el alumno visualice la formación de la representación tridimensional correspondiente a una elipse. Se entiende al sólido como la suma infinita de curvas con propiedades específicas que son parte de su representación algebraica.

2. REVISIÓN BIBLIOGRÁFICA

En un primer acercamiento a la geometría tridimensional frecuentemente se generan obstáculos debido a la limitante de los dibujos debido a que estos no permiten representar adecuadamente los sólidos en el espacio. En una investigación realizada por Montecino y Andrade (2013) evidenciaron que los estudiantes tienen dificultades en el trabajo y representación de lo tridimensional, además no se formaliza la tridimensionalidad durante la enseñanza escolar, lo que obstaculiza su comprensión, por lo tanto "es indispensable un desarrollo de la visualización espacial y su uso como recurso pedagógico, el cual propicie y dé herramientas para entender lo tridimensional" (Andrade y Montecino, 2009,2011, citado en Andrade y Montecino, 2013, pp. 486-487).

3. METODOLOGÍA

Se pretende que el alumno comprenda al elipsoide como la suma de elipses infinitas generadas en el espacio tridimensional y visualice las propiedades que poseen en común estas elipses.

El MDC permitirá que el estudiante compare las distintas representaciones de elipses que generan al sólido, con ello podrá comparar sus características y en conjunto con el software educativo se pretende que reconozca la ubicación de los ejes en un fragmento del espacio representado, lo cual le permitirá analizar las diferentes perspectivas del sólido de revolución, así como su relación con cada uno de estos ejes en correspondencia con su expresión algebraica.

Se realizará un prototipo del MDC que estará acompañado de hojas de trabajo que guiarán al estudiante en un proceso de aprendizaje por descubrimiento que permita la visualización de propiedades importantes para la comprensión de la representación del sólido. Se pondrá en práctica el material con dos estudiantes (al menos), utilizando el método intuitivo en la clase, se pretende que el uso del MDC motive al estudiante para el cumplimiento del objetivo propuesto. También tendrá un diseño inclusivo con la finalidad de que sea de utilidad para personas con discapacidad.

4. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Montecino, A., y Andrade, M. (2013). La visualización espacial como herramienta en el entendimiento de lo tridimensional. *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa*, (pp. 418-488). Recuperado de http://funes.uniandes.edu.co/4051/1/MontecinoLavisualizacionALME2013.pdf

Investigación e Innovación en Matemática Educativa

ISSN: 2594-1046

La Función Formativa de la Matemática Escolar en la Práctica Docente

Luis Cabrera-Chim

Instituto Nacional para la Evaluación de la Educación, lmcabrerach@gmail.com

Resumen

El conocimiento profesional del profesor no puede estudiarse desligado de su práctica. Pero su práctica no puede estudiarse considerando únicamente cómo promueve la construcción del conocimiento matemático *per se*. Es necesario comprender cómo los factores contextuales influyen en la Función Formativa que el profesor otorga a la Matemática Escolar, pues ésta función norma su práctica. Además, incide sobre el conocimiento profesional requerido para alcanzar los objetivos que se plantea. Para evidenciar esto, se analizó la práctica del profesor de cálculo diferencial con la finalidad de identificar las razones de incluir en su práctica al estudio de la variación.

Palabras clave: Práctica docente, perspectiva de la práctica, matemática escolar.

El conocimiento profesional del profesor tiene este estatus siempre que el profesor sea capaz de aplicarlo en el desarrollo de su práctica (Llinares, 2012). De este modo, interesó analizar la práctica de un profesor que refiere que toma al estudio de la variación como un eje para el desarrollo de sus clases de cálculo diferencial. Esto resulta de interés debido a que el estudio de la variación, como mecanismos para la construcción de saberes matemáticos, no es un aspecto privilegiado en el discurso Matemático Escolar. Más aún, los profesores evidencian problemas al enfrentar situaciones variacionales (Caballero, 2012). Con este trabajo, se buscan sentar bases para comprender cómo los profesores van enriqueciendo su práctica profesional y, por tanto, sus conocimientos profesionales.

Así, interesó responder: ¿cuál es la perspectiva de la práctica que el profesor de cálculo diferencial evidencia al potenciar la construcción de los saberes matemáticos a través del estudio del cambio y la variación? Se entenderá la perspectiva de la práctica (Gavilán, 2005) como aquel conglomerado de ideas que sustentan el desarrollo de la práctica del profesor, las cuales están agrupadas en dos dimensiones: cómo se concibe el aprendizaje de las ideas matemáticas y la visión de la Matemática desde su perspectiva de objeto de enseñanza y aprendizaje.

Se realizó un estudio de caso único de tipo instrumental (2005). Para la recolección de los datos se procedió a realizar una entrevista inicial general (sobre formación, la enseñanza del cálculo y la matemática y el contexto escolar), observaciones de las clases y entrevistas al término de cada unidad curricular (funciones, límites y derivadas). Con estos datos se buscó identificar las características de cómo se emplea el estudio de variación en las clases y si el profesor era consciente de estas características.

ISSN: 2594-1046

Por su parte, para el análisis de la información recabada se plantearon tres niveles de análisis. En el nivel descriptivo se realizó una inmersión a los datos para reducir el nivel de volumen de los mismos. En el nivel de inferencia se identificó aquellos aspectos que subyacen a la epistemología que guía la práctica del profesor y que pueden asociar a la perspectiva de la práctica. En el nivel de correlación se buscó establecer aquellos elementos que configuran la práctica desarrollada por el profesor para la construcción de los saberes del Cálculo.

I: ¿Qué me podría decir del modelo formativo de esta escuela? ¿Qué busca?

P: Busca que los alumnos se lleven una educación integral: la parte de valores, de conocimientos, de formación, de desempeño e inclusive cómo se puede proyectar hacia la comunidad, hacia su familia, hacia muchas cosas. Que los alumnos, por no tener la posibilidad de hacer una carrera universitaria, pues por lo menos se puedan desempeñar laboralmente. Pero, que puedan llevar a la práctica sus conocimientos. Y yo creo que es la parte fundamental. Son muy pocos los (alumnos) que van a las universidades. La mayoría se dedica a trabajar. Entonces se pretende que esa formación sea hacía una parte del trabajo, una parte laboral.

I: ¿Cómo contribuye el cálculo a ese modelo formativo?

P: Pues yo creo que lo tenemos que llevar hacia la parte del cambio: Cómo relacionar que una cosa cambia con respecto a otra. Yo siempre hago mucho hincapié en esa parte cuando enseño Cálculo. Les digo – ¿Saben qué? Es que este es un cambio, es una variación. Esto me indica que hay una comparación de una cosa con respecto a otra… A veces resulta difícil hacer que los alumnos se lleven esa idea ¿no? Muchos nos enfocamos a la parte algebraica, algorítmica… pero hasta ahí, cuando hay muchas situaciones prácticas que pueden enriquecer o fortalecer el trabajo.

Figura 1: Entrevista inicial.

A partir del trabajo desarrollado, pudimos identificar que el profesor se plantea como objetivo de su práctica, el potenciar la construcción de conocimientos matemáticos desde un carácter herramental. Estos deben permitir a los jóvenes enfrentar y comprender diversas situaciones o fenómenos fuera del ambiente escolar (ver Figuras 1 y 2). Esta perspectiva se presenta como una respuesta ante factores contextuales. Por ejemplo, la deficiencia en conocimientos previos de los estudiantes (en particular del álgebra), a la deserción escolar y el bajo ingreso al nivel superior (ver Figura 1). Esto lleva al profesor a cuestionarse qué enseñar de los conocimientos matemáticos escolares y a partir de esto se plantea un cómo (ver Figuras 1 y 2). En el caso de la asignatura de Cálculo Diferencial, establece que es el estudio del cambio y la variación aquel aspecto que significa y da razón de ser al estudio de sus conocimientos matemático. De este modo, postula como eje para el desarrollo de sus clases al estudio del

ISSN: 2594-1046

comportamiento de los fenómenos de cambio a partir del análisis gráfico (ver extractos). Este estudio se plantea con el objetivo de realizar estimaciones y predicciones sobre los fenómenos de las situaciones prácticas que se plantean en la clase (ver Figuras 1 y 2).

El profesor no sólo busca que los estudiantes aprendan Matemáticas, sino que aprendan bajo un cierto objetivo. A esto le denominaremos Función Formativa de la Matemática Escolar y, consideramos, puede explicar las diferencias en la práctica de diferentes profesores. Esta función llama la atención sobre la importancia de comprender los objetivos que el profesor persigue con la transformación de la Matemática en objeto de enseñanza y aprendizaje. Es decir, no únicamente lo establecido en el currículo, sino aquello que el profesor, como profesional de la educación y con base en su contexto social y educativo, puede conferir a la Matemática dentro de la formación de los estudiantes. Por tanto, esta función tiene una incidencia e implicaciones sobre el propio conocimiento matemático del profesor y sobre el conocimiento profesional que requiere para el desarrollo de su práctica.

> P: El conocimiento que se les está dando [debe convertirse en una herramienta]. Que le encuentren una utilidad. Y yo creo que la utilidad no la encuentran (sino) hasta que ellos lo hacen (…). Y hasta que te lo pueden explicar y te lo pueden plantear. […] La idea siempre fue que ellos percibieran que en todo esto está el cambio y que ellos me dijeran – Maestro. Bueno, pero ¿cómo voy a determinar ese cambio? ¿Con qué?

Figura 2: Entrevista de la unidad curricular de funciones

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Caballero, M. (2012). *Un estudio de las dificultades en el desarrollo del pensamiento y lenguaje variacional en profesores de bachillerato*. Tesis de maestría. Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del IPN. México

Gavilán, J. M. (2009). *El papel del profesor en la enseñanza de la derivada. Análisis desde una perspectiva cognitiva*. Tesis Doctoral. Universidad de Sevilla. Sevilla, España.

Llinares, S. (2012). Del análisis de la práctica al diseño de tareas matemáticas para la formación de maestros. En Planas, N. (Ed.). *Teoría, crítica y práctica de la educación matemática. Colección Crítica y Fundamentos, 41* (pp. 99-115). España: Graó.

Investigación e Innovación en Matemática Educativa
ISSN: 2594-1046

El Trabajo con Números Naturales en Primer Grado de Primaria

Lizzet Morales Garcia
Universidad Autónoma de Guerrero, Lizzetmrls7@hotmail.com

Catalina Navarro Sandoval
Universidad Autónoma de Guerrero, asacamx@yahoo.com.mx

Resumen

Se muestran algunas ideas y/o procedimientos que niños de primer grado de primaria ponen en juego al abordar la expresión escrito-verbal de los números naturales hasta el 100. Lo anterior con base en las respuestas dadas a un instrumento exploratorio, diseñado y aplicado en una escuela rural perteneciente a la costa chica del estado de Guerrero.

Palabras clave: Número natural, expresión escrito-verbal

1. REVISIÓN BIBLIOGRÁFICA Y METODOLOGÍA

La problemática asociada con el tratamiento del concepto de número natural en la educación primaria es diversa y está relacionada con errores y/o dificultades en la expresión escrito-verbal por parte de los alumnos (Otálora y Orozco, 2006). Por otra parte también interesa el tratamiento de este concepto en los documentos oficiales dado que este ha estado sujeto a diverso cambios como se menciona en Block y Álvarez (1999). El objetivo de la investigación estuvo enfocado a determinar la relación existente entre lo declarado en documentos oficiales (plan de estudio 2011, programa de estudio 2011 y libros de texto para el alumno y para el maestro *edición 2014-2015, SEP*) de la escuela primaria, con las producciones de estudiantes de primer grado de primaria, el caso del aprendizaje de la expresión escrito-verbal de los números naturales hasta el 100, específicamente interesó reportar las ideas y/o procedimientos que éstos ponen en juego al resolver actividades relacionadas con la expresión escrito-verbal.

Para lograrlo se optó por efectuar una revisión de lo declarado en documentos oficiales. En particular se realizó la clasificación cognitiva del contenido matemático con base en lo reportado por Lupiáñez (2009). El análisis de contenido aplicado a los libros de texto fue con el objetivo de identificar como se presentan los contenidos referidos a la expresión escrito-verbal de los números naturales. Una vez reunida y analizada la información se da paso a estructurar el instrumento exploratorio, el cual constó de seis actividades, pero en esta ocasión solo nos centraremos en la actividad VI, dado que esta nos da información relacionada con ideas y/o procedimientos utilizados en el tratamiento del aspecto escrito-verbal de los números naturales hasta el 100, por parte de los alumnos. El instrumento exploratorio se aplicó a 18 niños de primer grado de primaria. En el momento de la aplicación ellos ya habían culminado el trabajo con las lecciones en el libro de texto correspondiente. Entre las consideraciones que se hicieron durante la aplicación del mismo, es que se optó por explicar pasó a paso en qué consistía la actividad, dado que, algunos alumnos tenían problemas para leer.

2. RESULTADOS

Un aspecto interesante resaltado tras la revisión de los libros de texto para primer grado de primaria es que se enfatiza en la escritura de los números naturales hasta el 100, pero no así para la expresión verbal, puesto que esto solo se menciona en las consideraciones previas establecidas en el libro del maestro y se muestra como una actividad previa a la escritura de estos números, mostrando así en el libro del alumno únicamente los nombres para los números hasta el 10. Por tal motivo en esta ocasión el interés se centró en dar a conocer las ideas y/o procedimientos que los estudiantes ponen en juego al trabajar con la expresión escrito-verbal de los números naturales hasta el 100. Para el caso de la escritura de números naturales en el procedimiento identificado se presentaron dos variantes: algunos niños cambian la cifra de las unidades, así por ejemplo, el "noventa" es escrito como "99". Mientras que otros cambian la cifra de las decenas, así por ejemplo, el "cuarenta y cinco" es escrito como "25". En el caso de la lectura de números naturales, en la actividad propuesta en el instrumento exploratorio se les pidió a los niños mencionar el nombre de los números mostrados en unas tarjetas. Las ideas identificadas al respecto fueron las siguientes: los niños conocían los nombres de los números de una cifra como son el uno, dos, tres, cuatro, cinco, seis, siete, ocho, nueve, pero cuando se le presentaban números de dos cifras, algunos tenían la tendencia a mencionar solo una de las cifras que lo compone ya sea la cifra correspondiente a las unidades o decenas, por ejemplo: 66 es leído como "seis", el 96 "seis", 69 "seis", 81 "ocho", 77 "siete", 64 "seis",46 "seis". En los casos más extremos está el hecho de que uno de los alumnos leyó el 77 como la "te" y el 9 como la "a". Mientras que para el caso del "100" algunos lo leyeron como "diez".

3. CONCLUSIÓN

Es importante destacar que algunas ideas y/o procedimientos que se identificaron en las producciones sirvieron para conocer aspectos sobre los que se deben prestar atención durante la

ISSN: 2594-1046

enseñanza-aprendizaje de la expresión escrito-verbal de los números naturales hasta 100, aunque es cierto que el planteamiento desde los libros de texto no es totalmente responsable de la problemática evidenciada con la investigación dado que existen otros factores, como por ejemplo, el trabajo del profesor en el aula. La investigación reportada permite dar a conocer la mirada al problema desde la perspectiva de los libros de texto.

4. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Block D. y Álvarez A.M (1999) los números en primer grado: cuatro generaciones de situaciones didáctica. *Educación matemática* 11 (1), 57-76.

Lupiáñez, J. L. (2009). *Expectativas de aprendizaje y planificación curricular en un programa de formación inicial de profesores de matemáticas de secundaria*, Tesis doctoral, Universidad de Granada.

Secretaria de Educación Pública (SEP). *Desafíos matemáticos: primer grado libro para el alumno (edición 2014-2015),* México D.F.

Secretaria de Educación Pública (SEP). *Desafíos matemáticos: primer grado libro para el maestro (edición 2014-2015),* México D.F.

Secretaria de Educación Pública (2011). *Plan de estudios para la educación básica.*

Secretaria de Educación Pública (2011). *Programa de estudios para la educación básica, primer grado*, México D.F.

Otálora Y. y Orozco M. (2006), ¿Por qué 7545 se lee como "setenta y cinco cuarenta y cinco"?*, Relime, Vol. 9,* Núm.3, 407-433.

Investigación e Innovación en Matemática Educativa
ISSN: 2594-1046

La División Sintética Vinculada al Algoritmo de la División de Polinomios una Propuesta para Bachillerato

Ángel Jiménez-Marín
Universidad Autónoma de Guerrero, angel_zumjm@hotmail.com
Viana García-Salmerón
Universidad Autónoma de Guerrero, viana_nallely@hotmail.com

Resumen

Este trabajo surge por nuestra inquietud acerca de las dificultades que tienen estudiantes de bachillerato en la división polinómica. Queremos proponer el algoritmo de división sintética como una forma más fácil para llevar a cabo la división, además, vamos a enfatizar en las características esenciales del algoritmo de la división de polinomios para dar sentido a ambas junto con la relación que hay entre ellas.

1. INTRODUCCIÓN

Basados en nuestra experiencia como profesores en servicio de nivel bachillerato y a pesar de que el tema referente a polinomios es tradicional en los programas de estudio de nivel básico, hemos observado que persisten dificultades entre los alumnos de bachillerato en relación a este contenido, lo cual afecta al abordar la división convencional entre dos polinomios. Notamos también, que a pesar de que la división sintética es más práctica que la división convencional para dividir polinomios, no existe un apoyo teórico para vincular ambas. Otras dificultades que hemos observado son las operaciones con los signos, exponentes y cálculos aritméticos con fracciones. Así pues, en esta investigación vamos a proponer algunas actividades didácticas para la enseñanza del algoritmo de división sintética utilizando la Metodología de la Enseñanza de las Matemáticas (Ballester, Almeida, Álvarez, Cruz, García, y Machado, 1992).

2. FUNDAMENTOS TEÓRICOS

El diseño y desarrollo en condiciones de enseñanza de la propuesta toma como base aspectos teóricos y metodológicos planteados en Ballester et al (1992) sobre la formación de conceptos matemáticos, quienes definen un concepto como el reflejo mental de una clase de individuos, procesos, relaciones de la realidad objetiva o de la conciencia, sobre la base de sus características invariantes. Para efectos de la investigación tomamos la clasificación de los conceptos que se propone en la Metodología

ISSN: 2594-1046

de la Enseñanza de la Matemática (Jungk, 1982), son tres clases de conceptos: *de objetos, de operaciones y de relaciones.*

En particular debido a la naturaleza de la investigación trabajaremos con los conceptos de operaciones los cuales designan las acciones que se efectúan con los objetos. Ejemplos, adición, biseca a, divide a.

3. ASPECTOS METODOLÓGICOS

La estructura metodológica de la formación de un concepto se lleva a cabo por dos vías: *la vía inductiva y la vía deductiva.* Para fines de este trabajo se ha de utilizar la vía deductiva en la que se parte de la definición del concepto y mediante el análisis de ejemplos se descubre el contenido y la extensión del concepto. Esta vía conduce, por tanto, de lo general a lo particular. (Ballester et al, 1992). Las etapas que se van a seguir para la formación del concepto por la vía deductiva son las siguientes: Aseguramiento del nivel de partida, motivación y orientación hacia el objetivo, partir de la definición y analizar el significado de cada una de las partes, poner a disposición de los estudiantes ejemplos y contraejemplos del concepto que deben ser examinados uno a uno de acuerdo a sus características invariantes, y por último analizar con los estudiantes cuál sería la consecuencia si se omitiese algunas de estas características.

La propuesta de diseño se constituye de 5 actividades, de las cuales las actividades 1 y 2 están diseñadas para que el estudiante identifique algunas de las dificultades que se pueden presentar durante el procedimiento dela división de polinomios, y las actividades 3, 4 y 5 están diseñadas para que el alumno conozca otra alternativa de solución a la división convencional de polinomios, en las cuales reconocerá las características invariantes de la división sintética, así como la relación que hay entre esta última y la división convencional de polinomios. Las actividades se plantean en un ambiente de lápiz y papel, a desarrollarse durante tres sesiones de 90 minutos cada una con estudiantes de cuarto semestre de nivel medio superior (Colegio de Bachilleres). A modo de ejemplo, se muestra la actividad 4 (Figura 1).

4. REFLEXIONES

Se espera que después de aplicar la propuesta de diseño al grupo de alumnos, estos puedan vincular el algoritmo de la división sintética con la división convencional, a través de la identificación

ISSN: 2594-1046

de sus características invariantes del objeto de estudio (división sintética): a) El divisor debe ser un polinomio de la forma $x - a$, b) El dividendo debe ser un polinomio no nulo, c) Forma de representación de la división sintética, d) Ubicación y construcción de los elementos que conforman a la división sintética.

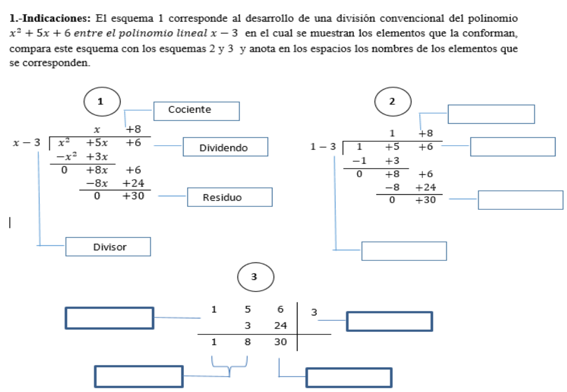
Actividad 4	Objetivo	Características invariantes a reconocer
	Identificación de los elementos de la división sintética con respecto a la convencional, así como la construcción polinómica del resultado a partir de sus elementos.	* Forma de representación de la división sintética. * Ubicación del divisor, dividendo, cociente y residuo de la división sintética.

Figura 1. Actividad 4

5. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Ballester, S., Almeida, B., Álvarez, A., Arango, C., Cruz, I., García, M., y Machado, A. (1992). *Metodología de la enseñanza de la matemática II.* Cuba: Pueblo y Educación.

Jungk, W. (1982). *Conferencias sobre metodología de enseñanza de la Matemática 2*. Playa, Ciudad de la Habana: Pueblo y Educación.

Investigación e Innovación en Matemática Educativa

ISSN: 2594-1046

LA PRÁCTICA DOCENTE DE LA ENSEÑANZA DE LA MULTIPLICACIÓN EN SEGUNDO CICLO DE EDUCACIÓN PRIMARIA

Roberto Guadalupe Perales Arjona
Centro Regional de Formación Docente e Investigación Educativa del Estado de Tamaulipas,
rperalesa_mie2015@cretam.edu.mx

Resumen

Una vertiente dentro de la didáctica de las matemáticas, son los estudios enfocados en el profesor y las prácticas que desarrolla en el aula de matemáticas. Situando como objeto de estudio al profesor de Educación Primaria, el objetivo de esta investigación es caracterizar su práctica cuando lleva a cabo el proceso de enseñanza de la multiplicación. El estado actual de la investigación se ubica en la parte metodológica, y se iniciará con la observación no participante; esta temática de estudio es pertinente en la Educación Básica pues los profesores deben generar los aprendizajes esperados del Plan 2011 en los alumnos.

Palabras clave: Práctica docente, didáctica, multiplicación, aprendizajes esperados.

1. INTRODUCCIÓN

Una vertiente dentro de la didáctica de las matemáticas, son los estudios enfocados en el profesor y las prácticas que desarrolla en el aula de matemáticas. De acuerdo con Ponte y Chapman (2006), desde 1980 se comenzó a dar mayor importancia a la intervención del docente en el aprendizaje de los alumnos, y se incrementó el número de investigaciones sobre prácticas docentes.

Situando como objeto de estudio al profesor de Educación Primaria, el objetivo de esta investigación es caracterizar su práctica cuando lleva a cabo el proceso de enseñanza de la multiplicación en alumnos de segundo ciclo de educación primaria. Específicamente se realizará un diagnóstico de los problemas que se presentan en la enseñanza de la multiplicación y su repercusión en la solución de actividades matemáticas. Por lo tanto, el estudio se enfocará en la enseñanza de la multiplicación a través del estudio de la práctica docente.

2. DESARROLLO

Una investigación que centró su atención en la práctica del docente al enseñar la multiplicación, es la que realizaron Tirosh, Graeber y Glover (1986), quienes exploraron en maestros de primaria las operaciones que utilizaban para resolver problemas de multiplicación y división, basados en la noción de modelos primitivos. En dichos modelos la multiplicación se consideraba como adición repetida (con un número entero operador) y la división como partitiva (con el divisor más pequeño que el dividendo). Los resultados indicaron que los maestros se vieron influidos por estos modelos y cometían errores cuando se enfrentaban a situaciones que no satisfacían los modelos. Por otra parte Greer y Mangan (1986) utilizaron una noción similar de los modelos primitivos. En su estudio participaron maestros en formación y los resultados se centraron en problemas verbales de una sola operación que implicaba multiplicación y división. También encontraron que las operaciones primitivas afectaron a la interpretación de los participantes de situaciones multiplicativas.

En este contexto, es de interés para la investigación identificar si las prácticas docentes de profesores de Educación Primaria siguen estos mismos modelos u otros más, que se relacionen con la manera en que enseñan la multiplicación. Así, nos interesa responder: ¿cuáles son los componentes de la multiplicación?¿Cuáles son los problemas que se presentan en la enseñanza de la multiplicación en el segundo ciclo de educación primaria?

Esta investigación está situada en el Estado de Tamaulipas con docentes de Ciudad Victoria, de la zona escolar 181 del sector 22 la cual abarca escuelas de la periferia y el área rural de la misma ciudad. Debido a las necesidades de las escuelas y a los resultados obtenidos se puede observar las deficiencias que presentan los alumnos en los contenidos de la multiplicación que se encuentran en los grados del segundo ciclo (tercero y cuarto de primaria).

Para el estudio se pretende hacer la observación de un profesor a manera de estudio de caso, para que por medio de la observación participante y las entrevistas a profundidad se caracterice la práctica en torno a la multiplicación.

El estado actual de la investigación se ubica en la parte metodológica, y se iniciará con la observación no participante. Se espera tener una caracterización inicial una vez concluida la observacióny se procederá a una análisis con base en elementos teóricos de la didáctica de las matemáticas.

3. CONCLUSIONES PRELIMINARES

Esta temática de estudio es pertinente en la Educación Básica pues los profesores de primaria deben generar los aprendizajes esperados en los alumnos plasmados en los Planes de Estudio 2011 de

ISSN: 2594-1046

Educación Básica y los programas de cada grado escolar, que sitúan a la aritmética y sus operaciones como indispensable para desarrollar el pensamiento matemático de los alumnos. El conocimiento de reglas, algoritmos, fórmulas y definiciones sólo es importante en la medida en que los alumnos lo puedan usar hábilmente para solucionar problemas y lo puedan reconstruir en caso de olvido; de ahí que su construcción amerite procesos de estudio más o menos largos, que van de lo informal a lo convencional, tanto en relación con el lenguaje como con las representaciones y los procedimientos. Por tanto, la práctica del profesor es una actividad imprescindible para este fin.

4. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Greer, B., &Mangan, C. (1986). Choice of operations: From 10-year-olds to student teachers. In Univ. of London Inst. of Educ. (Eds.), *Proceedings of the 10th PME International Conference*, *1*, 25-30.

Ponte, J. P. y Chapman, O. (2006). Mathematics teachers' knowledge and practice.In A. Gutierrez y P. Boero (Eds.). *Handbook of Research of the Psychology of Mathematics Education: Past, Present and Future.* (pp. 461-494). Rotterdam: Sense Publishing.

Tirosh, D., Graeber A., & Glover R. (1986).Pre-service teachers' choice of operation for multiplication and division word problems.In Univ. of London Inst. of Educ. (Eds.), *Proceedings of the 10th PME International Conference*, 1, 57-62.

SEP. (2011). *Plan de estudios 2011 Educación Básica*. México: CONALITEG.

Investigación e Innovación en Matemática Educativa

ISSN: 2594-1046

Resolución de Ecuaciones de Primer Grado por los Métodos Intuitivos, Tanteo Razonado, Despeje y Tanteo Formalizado

Isaac León Bautista
Universidad Autónoma de Guerrero, U, ileon8903b@gmail.com

Ulises Godoy Zeferino.
Universidad Autónoma de Guerrero, uligodoyz@gmail.com

Resumen

Resolver una ecuación implica hallar el valor numérico de la incógnita, el número escondido tras el símbolo que hace verificable la igualdad aritmética inicial; sin embargo, uno de los errores comunes de enseñanza es buscar la solución de una ecuación a través de una serie de pasos mecanizados, que aparentemente resuelven el problema "Lo que está sumando, pasa restando", etc., pero que a la larga genera más confusión y no estimula a la construcción del pensamiento. Con este trabajo basado en las ideas de Andonegui, presentamos una metodología para contrarrestar este problema de enseñanza-aprendizaje en el Nivel Medio Superior.

Palabras clave: Ecuación, Igualdad aritmética, Resolver, Métodos y Metodología.

1. INTRODUCCIÓN

Para resolver una ecuación es necesario conocer y dominar un procedimiento que permita encontrar la solución; sin embargo, aprender dicho procedimiento representa también una de las mayores dificultades de enseñanza-aprendizaje en el Nivel Medio Superior, a tal grado que en algunos casos llega a ser alarmante.

Como profesores de este nivel, estamos obligados a encontrar una metodología que facilite el aprendizaje de las matemáticas y la presente como agradable para aprender y útil en la vida diaria, el grado de dificultad y complejidad con las que se presente a nuestros alumnos, puede crear en ellos sentimientos de frustración, desánimo, desinterés o en su defecto interés, entusiasmo y buena disposición. Si la educación no es pertinente habrán de generarse problemas diversos; uno de ellos es una mayor proclividad de los estudiantes a abandonar estudios que representan un beneficio insuficiente frente a la inversión de esfuerzo (RIEMS, 2008).

Lo que pretendemos con el cartel es desarrollar la estrategia didáctica, para contrarrestar este problema, de manera sencilla, entendible y guiada para que se genere en los estudiantes la comprensión del aprendizaje sostenido y perdurable que los ayude en lo académico, así como también en la vida futura. La relevancia de la oferta educativa se refiere a asegurar que los jóvenes aprenden aquello que conviene a sus personas, pero también a la sociedad que les rodea. Los programas académicos tienen que permitir a los estudiantes comprender la sociedad en la que viven y participar ética y productivamente al desarrollo de su región y país (RIEMS, 2008).

2. REVISIÓN BIBLIOGRÁFICA Y METODOLOGÍA.

La importancia de saber que es una ecuación, para que sirven y como se desarrollan es fundamental en el alumno para que pueda llegar a la comprensión de ellas, conociendo cada uno de sus elementos que la integran y los pasos a seguir para poder despejar cualquiera de las variables que la componen. Una fórmula es la expresión de una ley o de un principio general por medio de símbolos o letras (Baldor, 2007).

La metodología que se propone se sustenta en las ideas de Andonegui (2007) quien propone que los estudiantes comprendan primero los siguientes conceptos:

- Igualdad aritmética
- Ecuación y Ecuación equivalente
- Término (sus diferentes tipos) y variable
- Ley de signos

Posteriormente se estudian los diferentes métodos para resolver una ecuación

3. Métodos Intuitivos.

11. Método de tanteo razonado.
12. Método de despeje.
    a. La técnica de la balanza.
    b. La técnica del gráfico transformacional.
    c. La técnica simbólica habitual.
13. Método del tanteo formalizado.

Al finalizar se podrá combinar los diferentes métodos que existen para resolver una ecuación como una metodología para comprender el procedimiento correcto que se sigue al momento de despejar o resolver una ecuación. Por ejemplo, la secuencia de aprendizaje de la resolución de una ecuación de primer grado por el método de despeje, podría pasar primero por alguna de las dos técnicas previas (representación en la balanza o gráfico transformacional) antes de llegar al modo habitual de sólo presentar la cadena de ecuaciones equivalentes (mal acompañada, a veces, por las reglas mecánicas al uso).

Esta propuesta está dirigida a estudiantes del Nivel Medio Superior, así como también a profesores que imparten matemáticas en este mismo nivel.

3. RESULTADOS/AVANCES.

De forma paulatina los alumnos empiezan a desarrollar un aprendizaje sostenido con el procedimiento arriba descrito, mostrando interés y sorpresa por lo que pueden lograr. Incursionándose en el saber ser y saber hacer, construyendo su propio conocimiento. Se trata de activar eficazmente distintos dominios del aprendizaje; en la categorización más conocida, diríamos que se involucran las dimensiones cognitiva, afectiva y psicomotora (SEP, 2008).

4. CONCLUSIONES

La experiencia enseña que proceder de la representación gráfica a lo simbólico estimula de forma considerable y positiva el aprendizaje de los alumnos; ya que resulta mucho más sencillo comprender y relacionar los diferentes conceptos.

5. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Andonegui, M. (2007), *Introducción al Algebra*. Serie desarrollo del pensamiento Matemático, Cuaderno N° 19, Caracas, Venezuela Baldor. A. (2007). *Álgebra*. Publicaciones Culturales, México.

RIEMS(2008). *La creación de un sistema nacional de bachillerato en un marco de diversidad*. Documento integrado por la SEP, incluye aportaciones de autoridades educativas, red de bachilleratos ANUIES, UNAM, IPN, y diversos especialistas en temas educativos.

SEP (2008). Competencias genéricas que expresan el perfil del egresado de la Educación Media Superior. Secretaría de Educación Pública

Investigación e Innovación en Matemática Educativa

ISSN: 2594-1046

Dificultades y Concepciones Alternativas de los Estudiantes sobre el Concepto Variación Proporcional

Nayeli Huerta Moyado
Universidad Autónoma de Guerrero, Nayehuerta@hotmail.com

Resumen

El tema de variación proporcional es de suma importancia para generar conocimientos posteriores en diferentes áreas de la matemática. Además, teniendo en cuenta que aunque existen propuestas didácticas que tratan el concepto como tal, estas no han impactado de manera significativa en la solución del problema, es decir, se dejan de lado las ideas sustanciales (reconocimiento del concepto en sus diferentes registros de representación). Por ello se identifica como problema de investigación: la necesidad de estudios que informen acerca de las dificultades y concepciones alternativas que presentan los estudiantes cuando se enfrentan a situaciones que involucran el concepto variación proporcional.

Palabras clave: Variación proporcional, dificultades, concepciones alternativas

El presente trabajo de investigación tiene como objeto de estudio al concepto de variación proporcional (directa e inversa), en cual se interesa por explorar las dificultades y concepciones alternativas que exhiben los estudiantes de nivel superior cuando se enfrentan a problemas que involucran el concepto de variación proporcional en diferentes registros de representación como son: tabular, algebraico, gráfico y lenguaje común.

Dado que la mayoría de los estudios recolectados para nuestro trabajo de investigación coinciden en que el tema de variación proporcional (directa e inversa) es uno de los menos estudiados en la enseñanza y aprendizaje de la matemática. Obando, Vasco y Arboleda (2014) indican la persistencia de las dificultades relativas a los procesos de enseñanza y aprendizaje, debilidades de la organización matemática que tienen las propuestas curriculares actuales y un sin fin de problemas didácticos abiertos a la investigación. Díaz Cárdenas, Tagle y Navarro (2013) mencionan que los estudiantes no pueden diferenciar las condiciones necesarias de la variación proporcional directa de la inversa y viceversa. Así como también Ledesma (2004), Reyes, Montiel y Cantoral (2014) reportan que los estudiantes no son capaces de reconocer las condiciones necesarias tanto de la proporcionalidad directa como de la inversa. En cuanto a los maestros Block (2006) cita que sus conocimientos acerca de una relación de proporcionalidad son precarios, también presentan cierta dificultad para anticipar el efecto que puede tener la manipulación de las determinadas variables didácticas de los problemas sobre la dificultad que estos pueden tener para los estudiantes, así como sobre los procedimientos de resolución y que esto puede estar ligado con la exclusión de dicho concepto, desde los programas de todos los niveles de primaria hasta la formación profesional. Y por último, Montiel (2007) muestra la falta de significados proporcionales que el estudiante encuentra en la razón trigonométrica.

En términos generales, la investigación se llevó a cabo en tres momentos:

I) *Revisión de Planes y Programas de Estudio*.

II) *Revisión de Libros de Texto sugeridos*. En estos apartados se revisó el plan y programa de estudios 2010 de la Universidad Autónoma de Guerrero (UAGro),el Programa de estudios del CBTIS 2013 y el Programa de Estudios 2010 del Colegio de Bachilleres del Estado de Guerrero (COBACH) específicamente lo relativo al contenido matemático, así como los libros de texto recomendados oficialmente por tales Instituciones. Los propósitos de tal revisión fueron los siguientes: a) Saber si en estos documentos se contempla como necesario e importante el conocimiento sobre "proporcionalidad directa e inversa". b) En caso afirmativo, conocer las indicaciones sugeridas para su tratamiento didáctico. Además, conocer algunas posibles fuentes de obstáculos didácticos causados por el plan o programa de estudios. c) Conocer que registros de representación se sugieren para su tratamiento didáctico.

III) *Diseño y Aplicación del Instrumento Exploratorio*. Se diseñó un instrumento de exploración que permitiera identificar las dificultades que manifiestan los estudiantes en cada registro, así mismo mostrar sus concepciones alternativas. El instrumento de exploración consta de ocho actividades y tienen como finalidad identificar las tres actividades cognitivas (la formación de una representación identificable, el tratamiento de una representación en el mismo registro, la conversión de una representación, Duval 1998) en cada una de ellas. Este se aplicó a cinco estudiantes que cursan el segundo semestre de la Licenciatura en Matemáticas, ya que de acuerdo a los planes y programas de estudios revisados, ellos tienen los conocimientos necesarios para realizar dichas actividades. Esta aplicación consistió en dos fases: Primera fase: se les entregó el instrumento exploratorio y de manera individual se les pidió leer cuidadosamente las instrucciones en cada una de las actividades, así como también analizar cada situación planteada y finalmente contestar de manera escrita lo que se le pedía. Esta fase duró aproximadamente noventa minutos. Segunda fase: de manera individual se les cuestionó verbalmente acerca de las respuestas dadas en el instrumento exploratorio, así como también interrogantes que el investigador consideró acerca de las concepciones que ellos mostraban, esta fase duró aproximadamente treinta minutos.

Los resultados de esta investigación son importantes y alentadores pues al vislumbrar estas dificultades y concepciones alternativas que estudiantes de nivel superior presentan cuando se enfrentan a problemas que involucran el concepto de variación proporcional en diferentes registros de representación (Tabular, algebraico, gráfico y lenguaje común). Consideramos que pueden ser de utilidad tanto a profesores de secundaria como de bachillerato para atender al problema como tal y a partir de ello buscar soluciones alternativas para una enseñanza-aprendizaje significativa, futuras investigaciones acerca de la mejora en la enseñanza-aprendizaje de este objeto de estudio, así como también poner más atención a los planes y programas de estudios de Nivel Bachillerato en donde se excluye de manera tangencial el tema variación proporcional (directa e inversa). Asimismo se nota la poca importancia en los libros de textos, pues no se involucran todos los registros de una variación proporcional en las actividades propuestas, ni a las condiciones necesarias en cada una de ellas.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Block, D. (2006). Conocimientos de maestros de primaria sobre la proporcionalidad. Martínez, Gustavo (Ed.), *Acta latinoamericana de matemática educativa* Vol. 19, (pp. 675-680).

Díaz Cárdenas, M., Tagle, L. J., y Navarro, C. (2013). *Visualización y Generalizaciones. El concepto: Variación Proporcional Inversa.* España: Académica Española.

Duval, R. (1993). Registres de représentations sémiotique et fonctionnement cognitif de la pensée, *Annales de Didactique et de Sciences Cognitives, IREM de Strasbourg*, Francia, 5, 37-65. Recuperado de: https://mathinfo.unistra.fr/fileadmin/upload/IREM/Publications/Annales_didactique/vol_05/adsc5_1993-003.pdf.

Ledesma, F. (2004). Significatividad para la proporcionalidad inversa en estudiantes del décimo año de escolaridad. En Díaz, Leonora (Ed.), *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa*, Vol. 17 (pp. 334-340).

Montiel, G. (2007). Proporcionalidad y anticipación, un nuevo enfoque para la didáctica de la trigonometría. Crespo, Cecilia R. *Acta latinoamericana de matemática educativa*, Vol. 20, (pp. 590-595).

Obando, G., Vasco, C. E., y Arboleda, L. C. (2014). Enseñanza y aprendizaje de la razón, la proporción y la proporcionalidad: un estado de arte. En Díaz, Leonora(Ed.), *Acta Latinoamericana de investigación en matemática educativa*, vol. 17, (pp. 59-81).

Reyes, D., Montiel, G., & Cantoral, R. (2014). "Cuando una crece la otra decrece"… ¿proporcionalidad inversa o directa? *Premisa*, 1-13.

Investigación e Innovación en Matemática Educativa

ISSN: 2594-1046

USO DE CALCULADORAS TI-84 PLUS PARA EL PROBLEMA DE LA GOTA DE ACEITE DE MILLIKAN EN EL AULA DE MATEMATICAS I

María del Pilar Beltrán Soria
Instituto de Educación Media Superior del Distrito Federal, pilysoria@gmail.com

René Gerardo Rodríguez Avendaño
Instituto de Educación Media Superior del Distrito Federal, a_rgra@yahoo.com.mx

Resumen

El presente trabajo muestra una actividad con el uso de calculadoras científicas en la que se buscó una participación activa y el desarrollo del pensamiento numérico. Como parte de la actividad, el estudiante obtuvo una serie de datos, haciendo uso de herramientas tecnológicas. La integración tecnológica favoreció la práctica docente, así como las actividades de los estudiantes. Fue posible identificar la magnitud unidad y la magnitud máximo común divisor, el cual varió de acuerdo a las cantidades comparadas.

Palabras clave: Millikan, calculadoras, máximo común múltiplo, electrón.

1. INTRODUCCIÓN.

En 1990, Millikan consiguió demostrar la cuantificación de la carga eléctrica perfeccionando un complejo montaje experimental, conocido actualmente como el método de la gota de aceite, La carga eléctrica del electrón es un concepto fundamental que debería adquirirse en el nivel Medio Superior. Sin embargo, los estudiantes en el Instituto de Educación Media Superior del Distrito Federal (IEMS) tienen dificultad en conceptualizar que la carga eléctrica esta “cuantizada”. Esto significa que cualquier valor de carga es múltiplo entero de una carga elemental, la del electrón. Actualmente, el valor admitido de esta carga es igual a $1.60210x10^{-19}$ C. En este trabajo, se presenta una actividad en la cual se analizó la experiencia que tuvieron los estudiantes de la preparatoria Iztapalapa 1 del IEMS-DF con el experimento de la gota de aceite de Millikan para la determinación de la carga eléctrica del electrón que puede proporcionar una manera completamente diferente de cómo entender el concepto de lo discreto y lo numérico. Se buscó que los estudiantes adquirieran un saber significativo en forma divertida, utilizando como herramienta tecnológica la calculadora TI-84 Plus Silver Edition y la vez identificar los elementos del experimento de Millikan y sus características, para hacer exploraciones, manipular objetos y dar sentido al uso de la tecnología en el aprendizaje de la matemática.

ISSN: 2594-1046

2. REVISIÓN BIBLIOGRÁFICA Y METODOLOGÍA

Este trabajo fue implementado en el nivel medio superior teniendo su origen en el interés por diseñar una práctica experimental con la premisa, de adquirir competencias en el área de las matemáticas por parte de los estudiantes, a lo largo de su proceso formativo y en particular, con el acercamiento a la ciencia, buscando que descubra, invente y discuta. La preocupación que dio origen a la situación problema aquí presentada es que los estudiantes razonen, conjeturen, discutan y defiendan sus ideas, para lo cual es necesario profesores comprometidos que renuncien a dar las clases de forma tradicional. Para efectos de esta propuesta se busca identificar las acciones que logren hacer emerger el sentido numérico, como parte de esta propuesta se retoma la metodología del problema de la determinación del número de canicas que hay en un saco en donde se desconoce el número de canicas y la masa individual de cada una de ellas (Beltrán y Rodríguez, 2009 y 2010).

3. RESULTADOS

Los estudiantes integraron conocimientos de diferentes asignaturas que en ocasiones ven como aisladas, además la actividad favoreció el trabajo colaborativo, incentivando el desarrollo de estrategias para la resolución de problemas y a la vez se estimuló la iniciativa y con esto la motivación. Se desarrollo un aprendizaje que favoreció el "saber hacer" a través de un procedimiento activo. Se integraron las nuevas tecnologías de información y de la comunicación en el aula para complementar el aprendizaje. Los estudiantes asumieron roles de protagonismo en el momento de desarrollar por ellos mismos la actividad.

4. CONCLUSIONES

Al final de la actividad los estudiantes lograron identificar la magnitud unidad y la magnitud máximo común divisor el cual depende del número de eventos suscitados en cada uno de las gotas analizadas en las calculadoras. Además de que se logró establecer una actividad que integró a varias de las asignaturas propias del nivel medio superior. En conclusión, este tipo de actividades coadyuvan a que los estudiantes se involucren de manera participativa en el proceso de enseñanza aprendizaje.

ISSN: 2594-1046

5. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Beltrán, P y Rodríguez, R. (2009). ¡A cuenta gotas! Parte 1. *Contactos. Revista de Ciencias e Ingeniería,* 74, pp. 43-49.

Beltrán, P y Rodríguez, R., (2010). ¡A cuenta gotas! Parte 2 Contactos. *Revista de Ciencias e Ingeniería*, 75, pp.53-63.

Investigación e Innovación en Matemática Educativa

ISSN: 2594-1046

HERRAMIENTAS WEB DE GOOGLE PARA ORGANIZAR LA LOGÍSTICA DEL PROGRAMA DE TUTORÍAS MASIVAS UNIVERSITARIAS EN MATEMÁTICAS

Jhoana Katheryne Sandoval Serna
Universidad del Cauca, jksandoval@unicauca.edu.co

Yilton Ovirné Riascos Forero
Universidad del Cauca, yirifo@unicauca.edu.co

Resumen

Las universidades, dentro de sus procesos de formación, ofrecen programas de acompañamiento denominados *tutorías académicas*; éstas son un componente dentro de sus procesos académicos. La mayoría de estos programas están enfocados hacia las áreas donde hay bajo rendimiento académico, como por ejemplo los cursos de matemáticas. Por tal razón, un programa de tutorías debe contemplar la realidad académica y social de los estudiantes, la planeación de una tutoría, un plan de capacitación de los tutores, y una herramienta que permita gestionar la logística de solicitud y asignación de tutorías. Este trabajo muestra cómo usando Google se pueden satisfacer estas condiciones.

Palabras clave: Tutorías en matemáticas, enseñanza, aprendizaje, herramientas web, Google.

Tradicionalmente las instituciones de educación superior, dentro de sus procesos de formación, ofrecen programas de acompañamiento estudiantil denominados *tutorías académicas universitarias o monitorias académicas*; éstas son un componente dentro de sus procesos académicos, que intentan facilitar la adaptación universitaria, brindar apoyo académico, y contribuir a la orientación profesional y personal de los estudiantes.

La mayoría de estos programas de tutorías académicas están enfocados hacia las áreas donde el bajo rendimiento académico de los estudiantes son puntos cruciales para la deserción estudiantil. Dichos acompañamientos, los realizan profesionales y estudiantes de últimos semestres denominados *tutores* o *monitores* de la universidad, mediante la atención personalizada o a un grupo reducido de estudiantes.

Las tutorías en las cuales los estudiantes de niveles superiores resuelven dudas de otros estudiantes se conocen como *tutorías entre pares* (peer tutoring) (Goodlad & Hirst, 1989); por un lado, el tutor refuerza los conocimientos de la asignatura que asesora y, por otro, el estudiante se beneficia del asesoramiento académico y de las recomendaciones que hace su tutor en el proceso de aprendizaje (Botello & Parada, 2013). Así, los tutores se sienten en un espacio con oportunidad para desarrollarse profesionalmente y como una experiencia en que pone a prueba lo aprendido en su educación inicial.

ISSN: 2594-1046

La tutoría universitaria, poco a poco, se ha venido convirtiendo en un tema de interés para las universidades, dada la necesidad de brindar a los estudiantes nuevas oportunidades de aprendizaje, en las cuales ellos sean los principales actores. Sin embargo, no se debe olvidar el importante papel que tiene el profesor como guía en la estrategia tutorial, pues el estudiante tutor necesita afianzar y fortalecer su rol, acompañado y guiado por una persona que le ayude y le permita, en diferentes momentos del proceso, adquirir las bases y herramientas tutoriales requeridas para esta labor pedagógica (Cardozo, 2011).

Por tal sentido, dentro del marco del proyecto CLAVEMAT (www.clavemat.org) y el desarrollo de una tesis de maestría en Educación, en la Universidad del Cauca (Colombia); se diseñó un programa de tutorías académicas en matemáticas, que tuviera en cuenta las situaciones antes expuestas. Para el diseño de este programa de tutorías, se tuvo en cuenta:

la importancia de conocer de ante mano por parte de los estudiantes: sus necesidades académicas, las condiciones sociales (estrato socioeconómico, vulnerabilidad, raza, etnia, entre otros), y los horarios disponibles para recibir una tutoría.

Lo fundamental que un tutor conozca con antelación el tema y subtemas en los que el estudiante requiere tutoría, el motivo, y la condición social (estrato socioeconómico, raza, etnia, entre otros). Ya que con éstas informaciones, el tutor puede preparar la tutoría; tanto en los temas de matemáticas, como en la labor pedagógica a realizar.

El salón, materiales y, estudiantes de Matemáticas y Licenciatura en Matemáticas de la universidad que estén interesados en realizar funciones en tutorías académicas.

Tener una herramienta tecnológica que permita recibir la información de los estudiantes que están interesados en recibir las tutorías; administrar la asignación de los espacios físicos (salones, salas de estudio y oficinas); y organizar en grupos de no más de cinco estudiantes con condiciones similares y que hayan solicitado la tutoría.

Para satisfacer estas condiciones, se evaluaron diversas formas y se decidió que el "sitio" propicio para hacer estas tareas es la Internet. Y después de una exhaustiva búsqueda, se encontró que Google cuenta con un conjunto de herramientas integradas e interoperables que permiten satisfacer todas estas necesidades, es así que se acude a "Google Sites" y "Google Drive" como principales herramientas para esta labor.

ISSN: 2594-1046

De esta manera, se emplea Google Sites como una plataforma donde se logra visualizar los contenidos en Internet referentes a las tutorías, con secciones públicas y privadas. En la parte pública se encuentran "incrustados" formularios para el registro de estudiantes y solicitud de tutorías, asignación del horario y sitio de atención, e información general. En la parte privada de los tutores, hay un espacio para la lectura de los estudiantes que van a tutoriar, el tema y subtemas, los motivo, el espacio físico y horario asignado.

Para administrar estos contenidos, se acude a Google Drive. A través de las hojas de cálculo generadas a partir de los formularios de solicitud de tutoría, google drive los toma como base principal para la exportación de éstos datos a otras hojas de cálculo para realizar programación de las tutorías acorde con los horarios de disponibilidad de los tutores y de los beneficiarios, y la prioridad según la pertenencia a un grupo vulnerable. Después los muestra en dos grupos, uno para los estudiantes con los datos básicos y otro para los tutores con datos adicionales necesarios para la planeación de las tutorías que debe realizar.

Es así como durante tres semestres consecutivos, se diseñó y ejecutó este programa, atendiendo a 641 estudiantes y brindando 1644 tutorías divididas en 12 cursos de matemáticas, mediante la página web https://sites.google.com/site/unicaucaclavemat/home. Al finalizar cada tutoría, se le solicitaba al tutor que realizara un informe escrito sobre los errores y dificultades de comprensión matemática de los estudiantes tutoriados. A partir de esta información se realizaban la capacitación y retroalimentación a los tutores sobre enseñanza y aprendizaje de las matemáticas.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Botello, I., & Parada, S. (2013). Tutorías entre pares: un camino potencial para la formación de profesores de matemáticas. *Uni-pluri/versidad Vol.13. N°. 3*, 29-42.

Cardozo, C. (2011). Tutoría entre pares como una estrategia pedagógica univeritaria. *Universidad de la Sabana Facultad de Educación*, 309-325.

Goodlad, S., & Hirst, B. (1989). *Peer tutoring: A guide to leaming by teaching.* (N. P. Co, Ed.) Engalnd: Kogan Page Ltd

ISSN: 2594-1046

DIFICULTADES EN EL PROCESO DE ENSEÑANZA-APRENDIZAJE DE LOS NÚMEROS COMPLEJOS EN EL NIVEL UNIVERSITARIO

Greysi Crystabel Gutiérrez Vázquez
Universidad Autónoma de Chiapas, greysi_0226@hotmail.com

Hipólito Hernández Pérez
Universidad Autónoma de Chiapas, polito_hernandez@hotmail.com

Resumen

El presente avance de investigación partimos de la problemática que presentan los estudiantes de la carrera de Ingeniería Electrónica del Instituto Tecnológico de Tuxtla Gutiérrez en las dificultades procedimentales y conceptuales que tienen al operar con los números complejos. Investigar esta problemática que se da en los números complejos nos permitirá, mediante un análisis histórico-epistemológico abordar dichas dificultades y mejorar el aprendizaje de dicho objeto didáctico en los estudiantes.

1. INTRODUCCIÓN

El presente avance de investigación partimos de la problemática que presentan los estudiantes de la carrera de Ingeniería Electrónica del Instituto Tecnológico de Tuxtla Gutiérrez en las dificultades procedimentales y conceptuales que tienen al operar con los números complejos. Investigar esta problemática que se da en los números complejos nos permitirá, mediante un análisis histórico-epistemológico abordar dichas dificultades y mejorar el aprendizaje de dicho objeto didáctico en los estudiantes.

La enseñanza actual no está teniendo en cuenta estas dificultades, y deben hacerse emerger para poder marcar pautas en el proceso de aprendizaje.

2. FUNDAMENTACIÓN/ MÉTODO

Uno de los principales enfoques de la matemática educativa es analizar cómo se construye el conocimiento y la transmisión de ese conocimiento matemático. Nuestro interés surge de analizar la construcción de los números complejos para detectar dificultades que hoy en día se pueden estar reproduciendo de generación en generación con los estudiantes. Para ello en esta investigación tenemos como marco teórico a la Socioepistemología.

La Teoría Socioepistemológica de la Matemática Educativa se ocupa del estudio de fenómenos didácticos ligados al saber matemático asumiendo la legitimidad de toda forma de saber, sea este popular, técnico o culto, pues considera que ellas, en su conjunto, constituyen la sabiduría humana. Así el programa socioepistemológico se caracteriza por explicar la construcción social del conocimiento matemático y la difusión institucional (Cantoral, Montiel y Reyes-Gasperini 2014).

La Socioepistemología se ha propuesto como tarea fundamental estudiar la construcción del conocimiento situado, aquel que atiende a las circunstancias y a los escenarios socioculturales particulares, caracterizándolo como el fruto de las interacciones entre epistemología y factores sociales (Cantoral 2002).

La metodología que vamos a emplear en la presente investigación será la Ingeniería Didáctica, esta metodología surge en los años setenta en el seno de la Didáctica de las Matemáticas francesa, surge como una metodología para las realizaciones tecnológicas de los hallazgos de la teoría de Situaciones Didácticas de Brousseau y de la Transposición Didáctica de Chevallard.

Una Ingeniería Didáctica es un conjunto de secuencias de clases concebidas, organizadas y articuladas coherentemente por un profesor-ingeniero, para realizar un proyecto de aprendizaje de cierto conocimiento en un grupo específico de alumnos.

3. AVANCES

Como hemos mencionado antes pretendemos hacer emerger las dificultades de aprendizaje presentes en el concepto de número complejo en estudiantes del nivel universitario, partimos del supuesto que algunas de estas dificultades están presentes en la construcción de los mismos, para ello realizamos un análisis histórico-epistemológico de los números complejos en sus diferentes representaciones:

- Algebraica.
- Analítica.
- Geométrica.

En consecuencia de la descripción de las dificultades que presentan los estudiantes con respecto al aprendizaje de los números complejos, nos planteamos las siguientes preguntas de investigación.

- ¿Cuáles son las principales dificultades de aprendizaje del concepto de número complejo?

ISSN: 2594-1046

- ¿Cómo estas dificultades están favorecidas por la consecuencia directa de la complejidad propia de los números complejos?

Trataremos de responder a estas preguntas usando el marco teórico de la Socioepistemología y aspectos metodológicos de la investigación a la Ingeniería Didáctica, donde trataremos de hacer emerger las dificultades e inconsistencias conceptuales y algorítmicas de los números complejos, para que el docente el docente a través de esta investigación pueda tener mayores recursos para evitar repetir dicha problemática y así marque pautas en el proceso de aprendizaje de los números complejos.

4. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Cantoral, R. (2002). La sensibilidad a la contradicción: Un estudio sobre la noción de logaritmo de números negativos y el origen de la variable compleja. En C. Crespo (Ed.), *Acta Latinoamérica de matemática educativa* (15(1), pp 35-42). México: Grupo Editorial Iberoamérica.

Cantoral, R. Reyes-Gasperini, D. Montiel, G. (2014). Socioepistemología, Matemáticas y Realidad. *Revista Latinoamericana de Etnomatemáticas*, 7(3): 91-116. Recuperado el 12 de Mayo de 2016 de http://www.revista.etnomatematica.org/index.php/RLE/article/view/149

Investigación e Innovación en Matemática Educativa

ISSN: 2594-1046

La División Sintética Vinculada al Algoritmo de la División de Polinomios una Propuesta para Secundaria

Viana García-Salmerón
Universidad Autónoma de Guerrero, viana_nallely@hotmail.com

Ángel Jiménez-Marín
Universidad Autónoma de Guerrero, chelitozumjm@gmail.com

Resumen

Este trabajo surge por nuestra inquietud acerca de las dificultades que presentan los estudiantes de secundaria al desarrollar la división polinómica. Queremos proponer el algoritmo de división sintética como una forma más fácil, rápida y compacta para llevar a cabo la división de polinomios, además, enfatizamos en las características esenciales del algoritmo de la división de polinomios para dar sentido a ambas junto con la relación que hay entre ellas.

Palabras clave: polinomio, coeficiente de un término, divisor, dividendo, residuo, cociente división sintética.

1. INTRODUCCIÓN

Basados en nuestra experiencia como profesores en servicio de nivel secundaria y bachillerato, y a pesar de que el tema referente a polinomios es tradicional en los programas de estudio de nivel básico, hemos observado que existen dificultades en los estudiantes en relación a este contenido, lo cual afecta al abordar la división convencional entre dos polinomios.

Notamos también que a pesar de que la división sintética es más práctica que la división convencional para dividir polinomios, no existe un apoyo teórico para vincular ambas. Otras dificultades que hemos observado son las operaciones con los signos, exponentes y cálculos aritméticos con fracciones.

Así pues, en esta investigación vamos a proponer algunas actividades didácticas para la enseñanza del algoritmo de división sintética utilizando la Metodología de la Enseñanza de las Matemáticas (Ballester, Almeida, Álvarez, Arango, Cruz,, García, González, Hernández, Santana, Torres, Villegas y Machado, 1992).

Esperamos que los estudiantes logren entender el algoritmo de división sintética y su relación con la siguiente proposición: Sea (x) cualquier polinomio y sea g (x) un polinomio no nulo. Sólo hay dos polinomios, $q\ (x)$ y $r\ (x)$, de tal manera que: a) $f\ (x) = g\ (x)\ q\ (x) + r\ (x)$; b) r grado $(x) < g$ grado (x). Los polinomios (x) y $r\ (x)$ son el cociente y el resto de la división de $f\ (x)$ entre $g\ (x)$.

2. REVISIÓN BIBLIOGRÁFICA Y METODOLOGÍA

Este trabajo está enmarcado dentro de la Metodología de la Enseñanza de la Matemática, la cual se ocupa de los procesos pedagógicos que transcurren en la adquisición de conocimientos y el desarrollo de habilidades y capacidades necesarias para dirigir el proceso de enseñanza-aprendizaje en la matemática. Este apartado tiene como propósito presentar los elementos teóricos-metodológicos del trabajo; en particular la formación de un concepto (Ballester et al, 1992). Para efectos de la investigación tomamos la clasificación de los conceptos que se propone en la Metodología de la Enseñanza de la Matemática (Jungk, 1985), son tres clases de conceptos: de objetos, de operaciones y de relaciones.

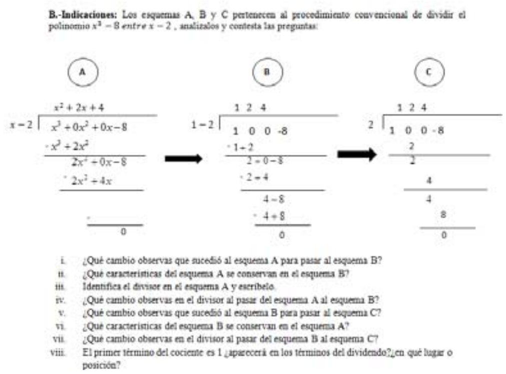
En particular debido a la naturaleza de la investigación trabajaremos con los conceptos de operaciones los cuales designan las acciones que se efectúan con los objetos. Ejemplos, adición, biseca a, divide a. La estructura metodológica de la formación de un concepto se lleva a cabo por dos vías: la vía inductiva y la vía deductiva. Para fines de este trabajo se ha de utilizar la vía deductiva en la que se parte de la definición del concepto y mediante el análisis de ejemplos se descubre el contenido y la extensión del concepto. Esta vía conduce, por tanto, de lo general a lo particular. (Ballester et al, 1992).

Las etapas que se van a seguir para la formación del concepto por la vía deductiva son las siguientes: aseguramiento del nivel de partida, motivación y orientación hacia el objetivo, partir de la definición y analizar el significado de cada una de las partes (definiendum y definiens), poner a disposición de los estudiantes ejemplos y contraejemplos del concepto (objetos de investigación) que deben ser examinados uno a uno de acuerdo a las características (contenido) del concepto, expresadas en el definiens, analizar con los estudiantes cuál sería la consecuencia si se omitiese alguna de estas características.

3. RESULTADOS/AVANCES

La propuesta del diseño se constituye de cinco actividades, de las cuales las actividades uno y dos están diseñadas para que el alumno identifique algunas de las dificultades que se pueden presentar durante el procedimiento de la división de polinomios, y las actividades tres, cuatro y cinco están diseñadas para que el alumno conozca otra alternativa de solución a la división convencional de polinomios, en las cuales reconocerá las características invariantes de la división sintética, así como la relación que hay entre ésta última y la división convencional de polinomios.

A continuación se presentan a modo de ejemplo una de las actividades que constituyen la propuesta:


B.-Indicaciones: Los esquemas A, B y C pertenecen al procedimiento convencional de dividir el polinomio $x^3 - 8$ *entre* $x - 2$, analízalos y contesta las preguntas:

i. ¿Qué cambio observas que sucedió al esquema A para pasar al esquema B?
ii. ¿Qué características del esquema A se conservan en el esquema B?
iii. Identifica el divisor en el esquema A y escríbelo.
iv. ¿Qué cambio observas en el divisor al pasar del esquema A al esquema B?
v. ¿Qué cambio observas que sucedió al esquema B para pasar al esquema C?
vi. ¿Qué características del esquema B se conservan en el esquema A?
vii. ¿Qué cambio observas en el divisor al pasar del esquema B al esquema C?
viii. El primer término del cociente es 1 ¿aparecerá en los términos del dividendo?¿en qué lugar o posición?

Figura 1. Ejemplo de una actividad

4. COMENTARIOS FINALES

Se espera que después de aplicar la propuesta de diseño al grupo de alumnos que se mencionó anteriormente, estos puedan identificar las características invariantes del objeto de estudio (división sintética), que les servirán para llevar a cabo el algoritmo de división sintética, lo que a su vez les facilitará la división de polinomios en aquellos casos en que la división sintética sea aplicable.

5. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Ballester, S., Almeida, B., Álvarez, A., Arango, C., Cruz I., García, M., González, J., Hernández, S., Santana, H., Torres, P., Villegas, E. y Machado A. (1992). *Metodología de la enseñanza de la Matemática Tomo I.* Cuba: Pueblo y Educación.

Jungk, W. (1982). *Conferencias sobre metodología de enseñanza de la Matemática 2.* Playa, Ciudad de la Habana: Pueblo y Educación.

Investigación e Innovación en Matemática Educativa

ISSN: 2594-1046

La Resolución Heurística de Problemas con Números Fraccionarios Sustentado en la Metodología de Polya y el Método Gráfico de Singapur

Alicia Nájera Leyva
Universidad Autónoma de Guerrero, alicianajera77@hotmail.com

Inoel Carmen González
Universidad Autónoma de Guerrero, inoel86@hotmail.com

Resumen

Para incidir de manera favorable en la dificultad con el trabajo de números fraccionarios, que presentan la mayoría de estudiantes, en Educación Primaria podemos hacer uso del enfoque metodológico de Polya y la metodología gráfico de Singapur, lo que presupone un tratamiento heurístico de la resolución del problema. Se prepondera la comprensión textual de los datos del problema que faciliten encontrar un plan de solución y comprobando cada uno de los pasos pero siempre identificando al todo como unidad, representando gráficamente cada uno de los datos y pasos de solución. Todo ello nos permite ligarlo con su contexto significativo.

Palabras claves: Barra de Unidad. Comprensión textual. Heurístico. Representación Gráfica.

1. INTRODUCCIÓN

Quienes estamos involucrados en la enseñanza de las matemáticas en la Educación Básica hemos identificado que existen serias dificultades de aprendizaje en los estudiantes; una de las más recurrentes es el trabajo con números fraccionarios. Esta hipótesis coincide con los resultados de los estudiantes en evaluaciones nacionales e internacionales, pruebas PLANEA y PISA. Dicha dificultad se agudiza por la enseñanza-aprendizaje memorística y mecanizada que se promueve en las aulas, sin permitirle al estudiante transitar del tratamiento concreto al abstracto.

En el presente escrito planteamos una propuesta metodológica para el tratamiento de los números fraccionarios sustentado en la metodología de planteamiento y resolución de problemas de Polya (2001) y el método gráfico de Singapur en Zúñiga (2013). Se prioriza que el estudiante identifique los rasgos esenciales de una fracción (el todo como unidad) en el proceso de resolución de un problema con el objetivo de favorecer la enseñanza-aprendizaje en la resolución de problemas con números fraccionarios de manera creativa y heurística.

Como es sabido, la metodología de resolución de problemas de G. Polya es una excelente herramienta que flexibiliza y amplia las estrategias de solución en las diferentes problemáticas. Si ya de por sí el empleo de pasos sistematizados y ordenados representa un actuar más próximo a lograr el éxito,

ISSN: 2594-1046

con la metodología de Polya se interioriza cada paso que se va dando. Sin embargo, muestra claramente un trato un tanto abstracto y para acceder a ello es necesario que sea precedida de un trance que lo conduzca de la concreto a lo abstracto. Es aquí donde podemos unirlo con el método grafico de Singapur, a través de la representación gráfica (barra de unidad) y sin desligarlo de su contexto significativo.

2. PROPUESTA METODOLÓGICA

1. Comprender el problema.
    - Leer detenidamente cada frase.
    - Identificar los datos y la incógnita.
    - Establecer la condición de la incógnita.
    - Representar los datos en la barra de unidad.
2. Elaborar un plan.
    - Escribir los datos en la barra de unidad.
    - Establecer si el problema se relaciona con otro conocido.
    - Encontrar una o varias operaciones que se apeguen a la condición.
3. Ejecutar el plan.
    - Realizar las operaciones correspondientes representándolas en la barra de unidad.
    - Comprobar cada una de las operaciones realizadas.
    - Escribir la respuesta en una oración completa.
4. Visión retrospectiva.
    - Identificar el procedimiento de solución en la representación gráfica.
    - Verificar el resultado.

3. UN EJEMPLO

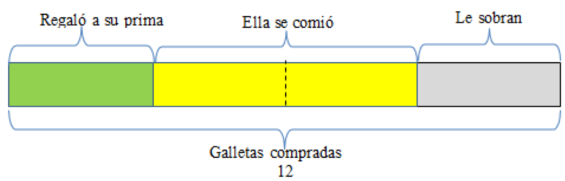
1) El primer paso en la metodología de Polya es *comprender el problema*, coincidentemente con el primer paso del método grafico; buscan la lectura comprensiva del problema, la identificación de los datos, la condición y el problema como un todo.

ISSN: 2594-1046

María fue a la tienda y compro 12 galletas. Le regalo 1/4 de las galletas a su prima y ella se comió 2/4 de las galletas. ¿Cuántas galletas le quedaron a María?

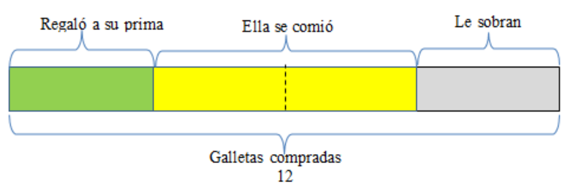
- ¿De qué habla? De galletas. ¿De quién habla? De María.
- ¿Conoces una operación que pueda resolverlo?
- ¿Puedes enunciar de otro modo el problema?
- ¿Cuáles son los datos?

  a) compró 12 galletas b) regaló 1/4 a su prima c) ella se comió 2/4.
- ¿Cuál es la incógnita? Las galletas que le quedaron a María.
- Representar los datos en una barra tomada como la unidad:



2) El siguiente paso es **concebir un plan**, se plantean las siguientes interrogantes:

- ¿Conoces algún problema semejante?
- ¿Conoces una operación que pueda resolverlo?
- ¿Puedes enunciar de otro modo el problema?
- Ilustrar las cantidades las cantidades del problema:

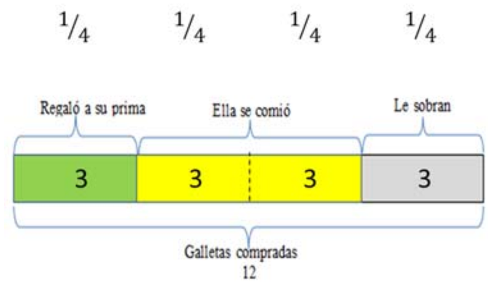


3) Continuamos **ejecutando el plan**, aplicando la operación deducida a partir del análisis de los datos y su condición, comprobando cado uno de los pasos del plan:

- ¿Puedes ver que el paso es correcto?
- ¿Puedes demostrarlo?
- Hacer las operaciones matemáticas:

$$\frac{1}{4}+\frac{2}{4}=\frac{3}{4}$$

$$\frac{4}{4}-\frac{3}{4}=\frac{1}{4}$$



Según el método grafico de Singapur lo siguiente es contestar el problema con una oración completa:

A María le quedó ¼ de las galletas que compró, y representan 3 galletas del total.

4) Por último, según G. Polya debemos realizar una **visión retrospectiva** y el método grafico de Singapur propone explicar el procedimiento a partir de la representación gráfica.

Operación:

3+6+3=12

4. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Polya. G. (2001). *Cómo plantear y resolver problemas.* México: Editorial Trillas.

Zuñiga, G. (2013). *Metodología Singapur: el caso del Método del Modelo de Barras. Una mirada Socioepistemológica*. Pontificia Universidad Católica de Valparaíso. Facultad de Ciencias. Instituto de Matemáticas. Chile.

Investigación e Innovación en Matemática Educativa

ISSN: 2594-1046

COMPETENCIA MATEMÁTICA Y COMPETENCIA DE COMPRENSIÓN LECTORA EN ENUNCIADOS MATEMÁTICOS

Karina Flores-Medrano
Cinvestav-IPN, karina.flores@cinvestav.mx

Ricardo Cantoral Uriza
Cinvestav-IPN, rcantor@cinvestav.mx

Resumen

En el presente trabajo se describe el avance del proyecto de investigación que se está conformando, cuyo interés está centrado en la interpretación que los estudiantes hacen a enunciados matemáticos, entendiendo por estos a problemas, ejercicios e indicaciones en una evaluación sobre competencia matemática. Se considera que en dicha interpretación no sólo están involucrados los conceptos, habilidades y pensamiento matemáticos, sino que además, conlleva una comprensión lectora del enunciado mismo. Pretendemos construir una estratificación clasificando ciertos enunciados matemáticos en nivel de complejidad, y analizar qué inferencias pueden hacer los alumnos en cada uno.

Palabras clave: Interpretación de enunciados matemáticos, Comprensión lectora.

Seguramente hay una amplia gama de ejercicios y problemas en matemáticas, a los que un estudiante se enfrenta durante su trayectoria escolar, resolver por ejemplo la suma de 234 y 86.2, hallar el mínimo común múltiplo de dos números, identificar a partir de la lectura en un enunciado que se requiere calcular el máximo común divisor de los datos dados, escribir en lenguaje algebraico un enunciado en lenguaje común (o lingüístico), graficar, derivar, obtener el volumen de un cuerpo geométrico, involucrar la perspectiva en la solución de cierto problema geométrico que lo requiere. Y es posible que algunos representen mayor dificultad para el alumno, que otros. Hacemos la diferencia entre *problema* y *ejercicio* en tanto que consideramos que un problema requiere de una reflexión más profunda sobre el enunciado, la situación contextual, los datos, los gráficos, etc. comparado con un ejercicio.

Pero además de estos ejercicios y problemas propuestos en el aula, reconocemos aquellas situaciones que viven los estudiantes, fuera del aula escolar, en las que hay matemática. Sin embargo, en lo que se presenta a continuación sólo nos enfocaremos a la matemática escolar, aunque esto no implica que deje de considerarse el entorno social y cultural complementario. Más aún, reconocemos que el aula es parte de ese entorno al que pertenece el alumno, y a su vez, el aula está contenida dentro de una institución, misma que tiene sus normas estipuladas (Cantoral, 2013).

ISSN: 2594-1046

Un momento en el que evidentemente el estudiante se enfrenta a una diversidad de problemas es cuando resuelven pruebas estandarizadas, las cuales tienen objetivos definidos y una escala de calificación que les permite a los evaluadores obtener información, por ejemplo, sobre el desempeño de los alumnos en ciertas áreas de conocimiento. En México hay una prueba nombrada Plan Nacional para la Evaluación de los Aprendizajes (PLANEA), en la que se evalúan los Niveles de Dominio en Lenguaje y Comunicación (comprensión de lectura) y los Niveles de Dominio en Matemáticas. En el año 2015 se realizó la primer aplicación de PLANEA, participando 14 548 instituciones educativas de todo el país en el Nivel Medio Superior, perteneciendo éstas a algún sector privado, público ó autónomo; y la población de estudiantes que resolvieron dicha prueba se conformó de 1 037 775 personas.

Los resultados dan evidencia del nivel en que se encuentran los estudiantes en estas dos áreas, y con base en la escala de calificación establecida en dicho proyecto, la mayor parte de la población se encuentra en los dos niveles más básicos de los cuatro niveles de dominio, tanto en Lenguaje y Comunicación como en Matemáticas, más aún, aproximadamente la mitad de los estudiantes que resolvieron la prueba yacen en el nivel más básico. (http://planea.sep.gob.mx/content/ms/docs/2015/manuales/Manual_para_usuarios_2015_Ago.pdf)

Quizá podemos cuestionarnos: ¿por qué estas dos áreas son las que se consideran para realizar una evaluación nacional? ¿Hay alguna relación entre ellas?, y en caso de que sí, ¿qué tipo de relación? Por el momento no contamos con elementos para dar respuesta a estas preguntas, sin embargo, hemos reflexionado que es a través del discurso la manera en que son evaluados los alumnos en asignaturas de Matemáticas. Si nos enfocamos en el escenario de un aula escolar, vemos que cada cierto periodo de tiempo se les aplica una evaluación escrita; y durante el intervalo entre un examen y otro, el alumnado se enfrenta a situaciones, ejercicios, problemas de los temas previstos curricularmente. Es decir, en una asignatura de Matemáticas, los estudiantes no sólo se enfrentan a una construcción y comprensión de conocimientos matemáticos, sino además, requiere de cierta comprensión lectora para enfrentar dichas pruebas.

Dado lo anterior, hemos decidido realizar un análisis relacionado con la comprensión lectora y las dificultades que en esta se presenta, gracias al cual notamos que, contemplar el contexto extralingüístico que tiene el texto es tomar en cuenta aspectos sociales tanto del escritor como del lector,

ISSN: 2594-1046

así como lo que implícitamente permite el intercambio dialéctico entre estos dos (Pellicer y Vernon, 1993; Thorndike, 1917; Goodman 1982).

Sin duda, la lectura comprensiva es una dificultad y se muestra en los resultados de Lenguaje y Comunicación pero a la vez esto tiene un impacto sobre la matemática en tanto que es a través del discurso en donde el estudiante es evaluado, por lo tanto, quizá no se está midiendo solamente su logro en matemáticas al analizar sus respuestas a problemas y ejercicios, y así mismo su competencia matemática, sino también se está implícitamente midiendo la competencia lectora.

Estamos en la etapa de definición del proyecto de investigación, el cual esperamos que tenga resultados parciales para diciembre del año en curso. Por el momento sólo podemos dar ejemplos, aunque no lo suficientemente validados.

Nuestro interés se está enfocando a entender cuáles son las formas en las que un estudiante interpreta un texto cuando éste tiene niveles diversos de complejidad conceptual en matemáticas, en otras palabras, pretendemos analizar qué efectos se reflejan en lo que expresan los estudiantes como comprensión del enunciado al mostrar variantes lingüísticos en enunciados matemáticos, y de este modo, reflexionar en si las dificultades son sólo atribuidas al problema matemático en sí, o si provienen además de una carente comprensión lectora.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Cantoral, R. (2013). *Teoría Socioepistemológica de la Matemática Educativa.* Estudios sobre construcción social del conocimiento (1a ed.). Editorial Gedisa SA, Barcelona.

Goodman, K. (1982*). El proceso de lectura: consideraciones a través de las lenguas y del desarrollo.*Nuevas perspectivas sobre los procesos de lectura y escritura, 13-28.

Pellicer, A., y Vernon, S. (1993). Entre el texto y el lector: la creación de mundos posibles.Lectura y Vida,14, 2.

Thorndike, E. L. (1917). *Reading as reasoning: A study of mistakes in paragraph reading.*Journal of Educational psychology,8(6), 323.

Investigación e Innovación en Matemática Educativa

ISSN: 2594-1046

El Álgebra como Reto para los Jóvenes de Bachillerato: Encontrar a la Famosa X.

Beatriz Elena Martínez Díaz
Universidad Autónoma de Baja California, elena.martinez99@uabc.edu.mx

Resumen

El presente trabajo hace referencia a un avance de investigación en el que se pretenden identificar los errores más comunes con los que se enfrentan los alumnos de educación media superior al comenzar a trabajar en la transición del lenguaje aritmético al lenguaje algebraico, en el que se implementará el contrato didáctico y una serie de instrumentos para adaptar una estrategia donde se vean beneficiados tanto alumnos como maestros al mejorar la forma de impartir la clase de álgebra, generando con esto alumnos más involucrados en su proceso de aprendizaje.

Palabras clave: lenguaje algebraico, error, proceso enseñanza-aprendizaje.

El presente trabajo es un avance de investigación en el que se pretende identificar los errores más comunes con los que se enfrentan los alumnos de educación media superior (EMS) al comenzar a trabajar en la transición del lenguaje aritmético al lenguaje algebraico, en el que se implementara el contrato didáctico y una serie de instrumentos para adaptar una estrategia donde se vean beneficiados tanto alumnos como maestros al mejorar la forma de impartir la clase de álgebra, generando con esto alumnos más involucrados en su proceso de aprendizaje.

No hace falta recordar que existe ya, un extenso número de investigaciones relacionadas al manejo del lenguaje algebraico, entre los que se encuentran Paralea (1999), Ruano, Socas y Paralea (2008), Marquina, Moreno y Acevedo (2013) pero, aun así, es necesario señalar que a pesar de todo eso sigue habiendo problemas en la clase al abordar este tema. Con el paso del tiempo, se entendió que el error no podía ser excluido del proceso de enseñanza-aprendizaje, así pues, comenzaron a planearse nuevos métodos que se adaptaran de una mejor manera a los estilos de aprendizaje de los alumnos y que los docentes tuvieran un mejor sistema para guiar a sus estudiantes en la construcción de sus conocimientos (Martínez y Arellano, 2011). Sin embargo, pese a todos los esfuerzos por mejorar, los problemas siguen siendo demasiados, lo que ocasiona que los alumnos sigan reprobando sus cursos de matemáticas, inclusive en ocasiones abandonando la escuela por el hecho de que sienten que no son buenos en esa materia.

ISSN: 2594-1046

Marquina, Moreno y Acevedo (2014) describen al error como “intentos razonables pero no exitosos de adaptar un conocimiento adquirido a una situación” (p. 123). También Huitrado y Climent (2014) señalan que el equivocarse es más que nada “un indicador del proceso de comprensión del alumno” (p. 62), lo que da a entender que esto no es del todo malo, sino que señala que el alumno está tratando de entender lo que ve en clase, sin tener el éxito que debería. El verdadero problema comienza cuando estos intentos por comprender el tema, siguen presentándose sin tener mejoría.

Algunos de los errores más frecuentes que impiden que los alumnos encuentren la variable X en problemas donde es necesaria la transformación del lenguaje verbal al algebraico son los mencionados por Ruano, Socas y Paralea (2008) y Paralea (1999), los cuales son el mal uso de los paréntesis y los signos, debido a que no logran adaptar sus nuevos conocimientos algebraicos con sus antiguos aritméticos, lo que ocasiona que no apliquen como es debido las reglas de jerarquía de operaciones y la propiedad de igualdad.

La metodología que se utiliza es de tipo mixta, en la cual se desarrollarán una serie de instrumentos, entre los que se encuentra: un cuestionario con una serie de ejercicios, un test de inteligencia de percepción predominante y entrevistas individuales. Estos permitirán realizar un diagnóstico sobre los errores más frecuentes en los alumnos al trabajar con el lenguaje algebraico y los estilos de aprendizaje más predominantes en el aula de clase, así como descubrir cuáles son las actitudes de los estudiantes hacia su clase de matemáticas y las estrategias que el docente utiliza para abordar los temas en clase. Posteriormente se diseñara, aplicara y evaluará un plan de intervención educativa con el fin de desarrollar una estrategia que fomente en los estudiantes el deseo de aprender, que pierdan esa creencia de que las matemáticas son difíciles y lograr disminuir en su mayoría las dificultades y errores con los que estos se enfrentan día a día en el salón de clase.

Es importante destacar que existen estrategias que el docente puede utilizar para disminuir en su mayoría la incidencia de los diversos errores en el manejo del lenguaje algebraico, teniendo en consideración la adopción de diversas mecánicas al impartir la clase, ya que, ningún alumno aprende de la misma manera; por este motivo se debe investigar cual es la estrategia más adecuada para desarrollar un conocimiento en los estudiantes de EMS. Es aquí donde el contrato didáctico entra en juego, debido a que el trato entre docente y alumno influye en que tanto les agrada o no la materia de álgebra a los jóvenes bachilleres.

ISSN: 2594-1046

Por lo tanto, es necesario generar estrategias que ayuden tanto a los alumnos como al maestro, en la transición del lenguaje aritmético al algebraico, generando con esto que los alumnos se sientan más atraídos hacía su clase de álgebra y, por ende, que comience a existir una disminución en las dificultades y errores con las que los estudiantes de EMS se enfrentan al entrar al salón de clase.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Huitrado, J. y Climent, N. (2014). Conocimientos del profesor en la interpretación de errores de los alumnos en álgebra. *PNA,* 8(2), 75-86.

Marquina, J., Moreno, G., y Acevedo, A. (2014). Transformación del lenguaje natural al lenguaje algebraico en educación media general. *EDUCERE,* 18(59), 119-132.

Martínez, G. y Arellano, Y. (2011). Representaciones sociales que del aprendizaje de las matemáticas tienen estudiantes de nivel medio superior. *Sinéctica*, 36, 1-14.

Paralea, M. (1999). La adquisición del lenguaje algebraico: reflexiones de una investigación. *Números*, 40, 3-28.

Ruano, R., Socas, M., y Paralea, M. (2008). Análisis y clasificación de errores cometidos por alumnos de secundaria en los procesos de sustitución formal, generalización y modelización en álgebra. *PNA*, 2(2), 61-74.

Investigación e Innovación en Matemática Educativa

ISSN: 2594-1046

MATEMÁTICAS Y EMOCIONES; CONSTRUCCIÓN DE UNA OBRA DE TEATRO GUIÑOL

José Antonio Bonilla Solano
Universidad Autónoma Guerrero, jbonillasolano@gmail.com

Arelis Vargas Luciano
Universidad Autónoma Guerrero, arelisvargasl@gmail.com

Magdalena Rivera Abrajan
Universidad Autónoma Guerrero, mrivera@uagrovirtual.mx

Resumen

Los aspectos afectivos en el aula de matemática son aspectos poco considerados por el profesor como primordial en la construcción de conocimiento matemático, en este cartel mostramos el proceso de construcción de una obra de teatro guiñol por estudiantes para profesor de matemáticas, esta obra tiene el objetivo de que el profesor de matemáticas en servicio reflexione sobre los aspectos afectivos, particularmente las emociones, después de ver la obra. Se muestra como durante la creación de la misma los estudiantes no solo tienen que buscar los elementos matemáticos que estarán en juego, sino los aspectos teóricos que puedan soportar el aspecto emocional que se muestra, llevándolos al desarrollo de habilidades que los fortalece en su formación.

Palabras clave: Teatro Guiñol, Emociones, clase de matemáticas, profesor de matemáticas

1. INTRODUCCIÓN

Desde el 2003 que el Group for the Psychology of Mathematics Education (PME), estableció dentro del área de conocimiento de educación matemática, a la formación de profesores y su desarrollo profesional como uno de los dominios de investigación, han surgido distintas propuestas de modelos de formación activa para la formación de los profesores de Matemáticas, tanto didáctica como disciplinar, modelos como: el aprendizaje cooperativo, el colaborativo, el basado en la resolución de problemas, el basado en proyectos, el heurístico, el holístico o el aprendizaje reflexivo, entre otros. Pero no solo se reconoce el papel de la formación del profesor, sino que se cuestionan aspectos formativos el que enseñar y como enseñar, así las grandes reformas educativas en los distintos niveles en México ya integran aspectos de actitudes y valores en la clase de Matemáticas, sin embargo aún los aspectos emocionales en el aula de matemática son temas de poca reflexión por parte del docente de matemáticas.

Que siente un alumno antes, durante y después de la clase de matemáticas, en la evaluación, durante la resolución de un problema, etc. , son aspectos que como institución preocupada por el desarrollo profesional de docente de y formadora en etapa inicial, nos preocupa.

ISSN: 2594-1046

Este resumen se narra la experiencia de estudiantes para profesor de matemáticas, pertenecientes al grupo Mate-títeres de la facultad de Matemáticas de la Universidad Autónoma de Guerro, durante la construcción de una obra de teatro guiñol cuyo objetivo era que el profesor de matemáticas reflexionara sobre el aspecto emocional durante la clase de matemáticas.

La obra aún esta en construcción por lo que se muestra un avance de investigación, no solo se presenta los aspectos que se involucran en la construcción de la obra como contenido, matemático, teoría de emociones, etc., sino aquellos aspectos que dentro de la formación de los futuros profesores de matemáticas están involucrados.

2. ALGUNOS ESTUDIOS SOBRE EL AFECTO

El afecto, o dominio afectivo, es el campo de investigación en Matemática Educativa es referido al estudio de aspectos inherentes a lo humano, entre ellos, actitudes, emociones, motivación, creencias, etcétera, que influyen y van formando la vida escolar y social tanto de estudiantes como de profesores. El afecto tiene una alta influencia en la motivación académica y en las estrategias cognitivas (adquisición, almacenamiento, recuperación de la información, etcétera) y, por ende, en el aprendizaje escolar (Pekrun, 1992).

A través de una investigación han sido evidenciados el estrés, la desmotivación, el abandono de la profesión y el síndrome de Burnout que experimentan los docentes (Schutz y Zembylas, 2009). La realidad de los estudiantes no dista mucho y si hablamos de matemáticas las emociones negativas son las más abundantes. Entre ellas, el aburrimiento de quienes no tienen interés en la clase, la decepción de los que no son capaces de resolver un problema o la congoja ante los exámenes son algunas de las realidades que a diario viven estudiantes de todos los niveles educativos (Martínez-Sierra y García-González, 2014, 2015, 2016; Larkin y Jorgensen, 2015).

Esto son los aspectos que tratamos de evidenciar en el guión de la obra de teatro tomando como contexto el aula de una escuela primaria en una clase de matemáticas ordinaria en la cual decidimos introducir como contenido la resolución de problemas de lógica. Todo inicia con la siguiente escena:

> "**Profesora Miranda**: Apunten niños: En una isla hay 100 habitantes. Todos ellos tienen o bien ojos Azules o bien ojos Cafés. Todos ven el color de los otros, pero no el color propio. Está prohibido hablar entre ellos de ese tema. No hay espejos ni trampas posibles.

ISSN: 2594-1046

Eso sí: hay una ley en la isla que establece que si alguien "descubre" que tiene ojos Azules, tiene que abandonar la isla inexorablemente a las 8 de la mañana del día siguiente (Todos los pobladores tienen la misma capacidad para razonar y todos son capaces de usar una lógica impecable)…

El argumento de la obra se desarrolla alrededor de las emociones de los niños al enfrentarse a la resolución del problema y de la profesora al notar que los alumnos no responden al mismo.

3. CONCLUSIONES HASTA EL MOMENTO

A pesar de que la obra ya esta escrita, aun no se ha puesto en escena, por lo que aun carecemos de evidencias acerca de cómo esta provoca la reflexión en profesores de matemáticas en servicio. Sien embargo, como parte de la formación de estudiantes para profesor podemos argumentar sobre la construcción de las ideas que dan vida al guión, la búsqueda de los problemas que pudieran ser utilizados de formas visual en la obra, el estudio del aspecto afectivo en la clase así como la integración de todos estos elementos en una obra que no solo le debe permitir reflexionar al profesor de matemáticas sobre su labor, sino que les permitan darle vida a cada uno de los personajes y elementos matemáticos y emocionales en el teatro.

4. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Larkin, K. y Jorgensen, R. (2015). ´I hate Maths:Why do we need to do Maths?' Using iPad video diaries to investigate attitudes and emotions towards mathematics in year 3 and year 6 students. En *International Journal of Science and Mathematics Education* .

Martínez-Sierra, G. y García-González M.S. (2014) .High school students› emotional experiences in mathematics classes. En *Research in Mathematics Education* 16.

Martínez-Sierra, G. y García-González, M.S. (2015). Students' emotions in the high school mathematics classroom: The appraisals in terms of a structure of goals. En *International Journal of Science and Mathematics Education* .

Martínez-Sierra, G. y García-González, M.S. (2016). UndergraduateMathematics Students' Emotional Experiences in Linear Algebra. En *Educational Studies in Mathematics* 91.

Pekrun, R. (1992). The Impact of Emotions on Learning and Achievement: Towards a Theory of Cognitive/Motivational Mediators. En *Applied Psychology: An International Review* 41.

Schutz, P., y Zembylas, M. (2009). Introduction to advances in teacher emotion research: The impact on teachers lives. En P. Schutz, y M. Zembylas (Eds.), *Advances in teacher emotion research: The impact on teachers lives.* New York: Springer

Investigación e Innovación en Matemática Educativa

ISSN: 2594-1046

CONCEPTO-IMAGEN ACERCA DE LA PENDIENTE EN ESTUDIANTES DE BACHILLERATO

Martha Iris Rivera López
Universidad Autónoma de Guerrero. caneiris_037@hotmail.com

Crisólogo Dolores Flores
Universidad Autónoma de Guerrero. cdolores2@gmail.com

Resumen

Este cartel presenta el concepto-imagen que tienen estudiantes egresados del bachillerato acerca de la Pendiente. Los resultados mostrados devienen de una investigación en proceso, más amplia, cuyo objetivo es conocer la relación existente de las concepciones que tienen profesores de matemáticas y estudiantes con respecto a la Pendiente. La metodología empleada para la recolección de datos fue Task-Based Interviews. Las tareas planteadas involucraron once concepciones de la pendiente. Nuestros hallazgos indican que los estudiantes se formaron el concepto-imagen de la pendiente como: la recta, la hipotenusa del triángulo rectángulo, el ángulo de inclinación, entre otros.

Palabras clave: Pendiente, Concepto-Imagen, Bachillerato.

1. INTRODUCCIÓN

Este cartel presenta el concepto-imagen que se han formado los estudiantes de bachillerato acerca de la pendiente. Estos resultados son parte de una investigación en proceso, cuyo objetivo es conocer la relación que hay entre las concepciones que tienen los profesores y las concepciones de sus estudiantes con respecto a la pendiente. Las investigaciones han evidenciado que los estudiantes son capaces de utilizar la fórmula de la pendiente e incluso la usan para encontrar la razón de cambio; pero no así para interpretarla en una situación contextual, con un gráfico dado, o en situaciones no lineales, problemática que conlleva a la desconexión de este concepto con sus diversas concepciones (Nájera, 2015). Al respecto, Walter y Gerson (2007) atribuyen esta desconexión a los diversos significados que los profesores asocian con la palabra pendiente (inclinación, desnivel, empinada, etc.).

2. LA PENDIENTE EN LA LITERATURA

La razón de cambio y la pendiente son conceptos equivalentes. El primero es utilizado para modelar procesos de variación y cambio, y el otro es un concepto geométrico que describe la inclinación de las rectas o curvas. Sin embargo, en ambos conceptos se trata de un cociente de diferencias. No obstante, Nájera (2015) y Teuscher y Reys (2010) encuentran que para los estudiantes son conceptos independientes. Stump (1999) y Hoffman (2015) encuentran que las concepciones de pendiente en

ISSN: 2594-1046

profesores y estudiantes de secundaria son limitadas, así como en los universitarios según Stump (2001) y Nagle, Moore-Russo, Viglietti y Martin (2013), vislumbrando la concepción algebraica y geométrica. Para Stump (2001) y Stanton y Moore-Russo (2012) la comprensión de la pendiente se logrará si se relacionan todas las concepciones que se tengan de esta. Asimismo, Díaz (2013) revela que este concepto es poco significativo para profesores mexicanos y existe una nula comprensión en los profesores de educación preescolar y primaria. Pero ¿Qué pasa con los profesores de Bachillerato? ¿Cómo influyen estas concepciones en sus estudiantes? fueron algunas interrogantes que motivaron a centrarse en el Bachillerato.

3. CONCEPTO-IMAGEN Y TASK-BASED INTERWIEWS

De acuerdo a Tall y Vinner (1981), el concepto-imagen es la estructura cognitiva asociada a un concepto matemático, incluyendo las imágenes mentales, representaciones visuales, experiencias e impresiones, así como propiedades y procesos asociados. Se utilizó la metodología de Task-Based Interwiews, ya que esta permite observar el comportamiento matemático de las ideas que ponen en juego los participantes (Goldin, 1997). Se entrevistaron a 28 estudiantes recién egresados del Bachillerato (18-20 años) provenientes de diversas instituciones del Estado de Guerrero. Se diseñaron tareas que evocaron las conceptualizaciones de pendiente ya detectadas por Stump (1999) y Moore-Russo, Conner & Rugg (2010). Entre las tareas se pedía calcular la pendiente de una escalera o de una recta dada algebraicamente o geométricamente, interpretación de la pendiente referente a la colocación de una tubería para el desagüe de un baño, entre otras.

4. AVANCES Y CONCLUSIÓN

Cada entrevista en promedio tuvo una duración de 1 hora, estas fueron transcritas y analizadas para la identificación del concepto-imagen que evocan los estudiantes al resolver las tareas planteadas. Del análisis se encontró que el concepto-imagen que ha florecido en los estudiantes es relacionar la pendiente con la hipotenusa, la recta o un segmento de recta, un intervalo, un ángulo de inclinación, las cuáles no les permitieron identificar a la pendiente en una situación funcional o cómo parámetro, entre otras. Al finalizar la entrevista se les preguntó qué era la pendiente para ellos, la mayoría hizo referencia a la pendiente como el *ángulo de inclinación*, mientras que al relacionarlo con la vida cotidiana sólo es vista como *subida* o *bajada*. De los primeros resultados, se entrevé que las imágenes que tienen los estudiantes del tratamiento de la pendiente sólo son algunos elementos, más no la relación entre estos, es decir, recuerdan el triángulo rectángulo, el ángulo, la recta, todo aquello que fue previo para la obtención de la fórmula. Lo anterior emanó de una tarea cuyo planteamiento es tratado en el aula es decir, dada una recta se pedía la pendiente. Aún queda pendiente la identificación de las concepciones a las que recurren los estudiantes cuando se realizan las tareas, así como el concepto-imagen de sus profesores y sus respectivas concepciones.

5. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Díaz, M. (2013). La Razón de Cambio. Niveles de Comprensión del Profesor de Educación Básica en México. En A. Ramírez e Y. Morales (Eds.), *Memorias del I Congreso de Educación Matemática de América Central y el Caribe* (961-982).

Goldin, G. (1997). Chapter 4: Observing Mathematical Problem Solving through Task-Based Interviews. *Journal for Research in Mathematics Education. Monograph*, *9*, 40–177.

Hoffman, W. (2015). *Concept image of slope: Understanding middle school mathematics teachers' perspective through task-based interviews* (Doctoral dissertation). The University Of North Carolina At Charlotte.

Moore-Russo, D., Conner, A., & Rugg, K. (2010). Can slope be negative in 3-space? Studying concept image of slope through collective definition construction. *Educational Studies in Mathematics*, *76*(1), 3–21

Nagle, C., Moore-Russo, D., Viglietti, J., y Martin, K. (2013). Calculus students'and instructors'conceptualizations of slope: a comparison across academic levels. *International Journal of Science and Mathematics Education*, *11*(6), 1491-1515.

Nájera, J. (2015). *Conexiones que establecen los estudiantes de bachillerato al resolver Problemas de razones de cambio*. (Tesis de maestría). Universidad Autónoma de Guerrero, México.

Stanton, M., y Moore-Russo, D. (2012). Conceptualizations of slope: A review of state standards. *School Science and Mathematics*, *112*(5), 270-277.

Stump, S. (1999). Secondary mathematics teachers' knowledge of slope. *Mathematics Education Research Journal*, *11*(2), 124–144.

Stump, S. (2001). High school precalculus students' understanding of slope as measure. *School Science and Mathematics*, *101*(2), 81-89.

Tall, D., y Vinner, S. (1981). Concept image and concept definition in mathematics with particular reference to limits and continuity.*Educational studies in mathematics*,*12*(2), 151-169.

Teuscher, D., y Reys, R. (2010). Slope, rate of change, and Steepness: Do students understand the concepts? *Mathematics Teacher, 3*(7), 519–524.

Walter, J. G., y Gerson, H. (2007). Teachers' personal agency: Making sense of slope through additive structures. *Educational Studies in Mathematics*, *65*(2), 203-233.

Investigación e Innovación en Matemática Educativa

ISSN: 2594-1046

COMPORTAMIENTO RACIONAL Y ARGUMENTAL EN ESCOLARES DE PRIMARIA, MÉXICO

Antonia Hernández Moreno
Universidad Autónoma de Guerrero, antonia.inves@gmail.com

Guadalupe Cabañas-Sánchez
Universidad Autónoma de Guerrero, gcabanas.sanchez@gmail.com

Resumen

La argumentación ha atraído la mirada de muchos investigadores de matemática educativa. Pero poco se ha investigado en México en torno a la argumentación con escolares de nivel primaria. El presente trabajo reporta avances de una investigación en curso, enfocada en analizar y describir el comportamiento racional y argumental en escolares de nivel primaria. El estudio toma como base la propuesta de Boero y colaboradores, en la que se integra el modelo de Toulmin con el comportamiento racional de Habermas. Resultados preliminares revelan que los tres aspectos del comportamiento racional son identificados en una clase donde se fomenta la argumentación.

Palabras clave: Comportamiento racional, argumentación.

El estudio de los argumentos producidos por estudiantes y matemáticos es un tema de interés en la agenda de investigación en Matemática Educativa (Inglis, Mejia y Simpson, 2007; Knipping, 2008). Su análisis se sustenta de las prácticas discursivas. En ese contexto, Boero y colaboradores (Boero et al., 2010) proponen una perspectiva teórica para analizar y describir la estructura argumentativa y el comportamiento racional, tomando como base el modelo de Habermas, sobre el comportamiento racional. Este modelo cobra importancia cuando se pretende analizar no solo la estructura argumentativa, sino además, las razones e intenciones del sujeto del porqué de sus decisiones por optar por una y no otra forma de solución. Las investigaciones realizadas en el marco del comportamiento racional de Habermas, se han enfocado principalmente en estudiantes de 14 años nivel secundaria o de medio superior (e.gr., Lara y Samper, 2014; Cramer, 2014).

El presente trabajo reporta avances de una investigación, cuyo objetivo es analizar y describir el comportamiento racional y argumental en escolares de cuarto grado de primaria mediante la propuesta que de Boero y colaboradores (2010), el cual integra el modelo de Toulmin con el comportamiento racional de Habermas. Entendiendo como comportamiento racional el pensar, evaluar, entender y actuar de acuerdo con ciertos principios, en este caso matemáticos, para lograr un objetivo particular. Por cuanto al comportamiento argumental, se alude al uso de argumentos para defender o rechazar ideas o acciones.

ISSN: 2594-1046

Los tres aspectos que caracterizan el comportamiento racional son tres:

- *Aspecto epistémico*: tiene que ver con la validación consciente de las afirmaciones y el control de los requerimientos establecidos por la comunidad del discurso matemático de acuerdo con premisas compartidas y formas legitimas de razonamiento.
- *Aspecto teleológico*: relacionado con la solución de problemas y las elecciones conscientes que deben considerarse a fin de obtener el producto deseado. En otras palabras, se refiere a enfocarse en una meta, formular un plan o desarrollar uno (no necesariamente formulado) para lograr la meta, proponer estrategias que puedan contribuir a llevar a cabo el plan y tener la meta bajo control.
- *Aspecto comunicativo*: consiste en la adherencia consciente de reglas que garanticen tanto la posibilidad de comunicar los pasos de razonamiento como los productos (justificaciones) que se ajusten a las normas de una determinada cultura matemática. Tiene que ver con la preocupación de formular clara y concisamente las ideas desde el punto de vista matemático.

Resultados preliminares del estudio, evidencian que los tres aspectos del comportamiento racional son identificados en una clase donde se fomenta la argumentación.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Boero, P., Douek, N., Morselli, F. & Pedemonte, B. (2010). Argumentation and proof: A contribution to theoretical perspectives and their classroom implementation. In M.M.F. Pinto and T.F. Kawasaki (Eds), *Proceedings of the 34th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 1, pp. 345-352). Belo Horizonte, Brazil: PME.

Cramer, J. (2014). Using Habermas to explain why logical games foster argumentation. In Liljedahl, P., Nicol, C., Oesterle, S., & Allan, D. (Eds.). *Proceedings of the Joint Meeting of PME 38 and PME-NA 36* (Vol. 2, pp. 345-352). Vancouver, Canada: PME.

Inglis, M., Mejia, J.; Simpson, A. (2007). Modelling Mathematical Argumentation: The Importance of Qualification. *Educational Studies in Mathematics,* 66(1), 3-21.

Knipping, C. (2008). A method for revealing structures of argumentations in classroom proving processes. *ZDM Mathematics Education*, 40(3), 427–441.

Lara, L., y Samper, C. (2014). Un aporte a la caracterización del comportamiento argumental y racional cuando se aprende a demostrar. *Educación Matemática*, 26 (1), 6-40.

Investigación e Innovación en Matemática Educativa

ISSN: 2594-1046

El Uso de la Calculadora Graficadora Casio Fx - Cg10 en el Desarrollo del Pensamiento Matemático de Estudiantes de Nivel Medio Superior.

Susana Pacheco Campos
Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del IPN, susana.pacheco@cinvestav.mx

Ricardo Arnoldo Cantoral Uriza
Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del IPN, rcantor@cinvestav.mx

Resumen

Con el avance de las tecnologías educativas en la actualidad y su uso en los centros escolares a través de computadoras, se ha desplazado el papel de la calculadora, a ser utilizada como "prótesis" ante la necesidad de realizar alguna operación por sencilla que sea, contribuyendo a la pérdida del interés por parte del estudiante al no asignarle un significado al resultado que obtiene. En el presente trabajo, mostramos diversas situaciones de aprendizaje que demuestran las potencialidades del uso de las calculadoras graficadoras, específicamente, la Casio fx – CG10 para lograr un mayor desarrollo del pensamiento matemático en los estudiantes.

Palabras clave: Tecnología educativa, calculadoras graficadoras, situaciones de aprendizaje, pensamiento variacional

En la actualidad, la tecnología no solo ha ayudado para la transmisión de información por las redes, sino también para utilizarlas en el desarrollo de actividades educativas en los centros escolares, en los cuales, se ha implementado la utilización de la misma como una competencia a desarrollar por parte de los estudiantes y profesores. Estudios demuestran que el alumno que utiliza tecnología en su proceso de enseñanza aprendizaje tiene más tiempo para explorar, descubrir, entender, aplicar conceptos y llegar a la resolución de problemas y toma de decisiones, elevando así el desarrollo de su pensamiento matemático (De Faria y Castro, 2003).

Algo que se debe considerar también es la importancia de la incorporación de la tecnología, pues les permite a los estudiantes construir sus propios conocimientos y asignarles un significado al mismo que le permita asumir la responsabilidad de su aprendizaje, ya que la tecnología no es un fin en sí mismo sino un medio (De Faria y Castro, 2003). Dicha incorporación debe estar mediada con el objetivo de utilizarla como una herramienta y no como una "prótesis" para realizar operaciones sin grado de complejidad que no permiten desarrollar un pensamiento matemático. Esto implica poder desarrollar actividades que motiven al estudiante a través del uso de tecnologías educativas, específicamente las calculadoras graficadoras.

ISSN: 2594-1046

Para esto, podemos realizar situaciones de aprendizaje de diferentes temas de las matemáticas, donde utilicemos a las calculadoras graficadoras como herramientas que le permitan a quien la use, asignar significados a los resultados que obtiene, lo que le permitirá construir sus propios conceptos y motivarán en temas matemáticos que provocan demasiado trabajo engorroso.

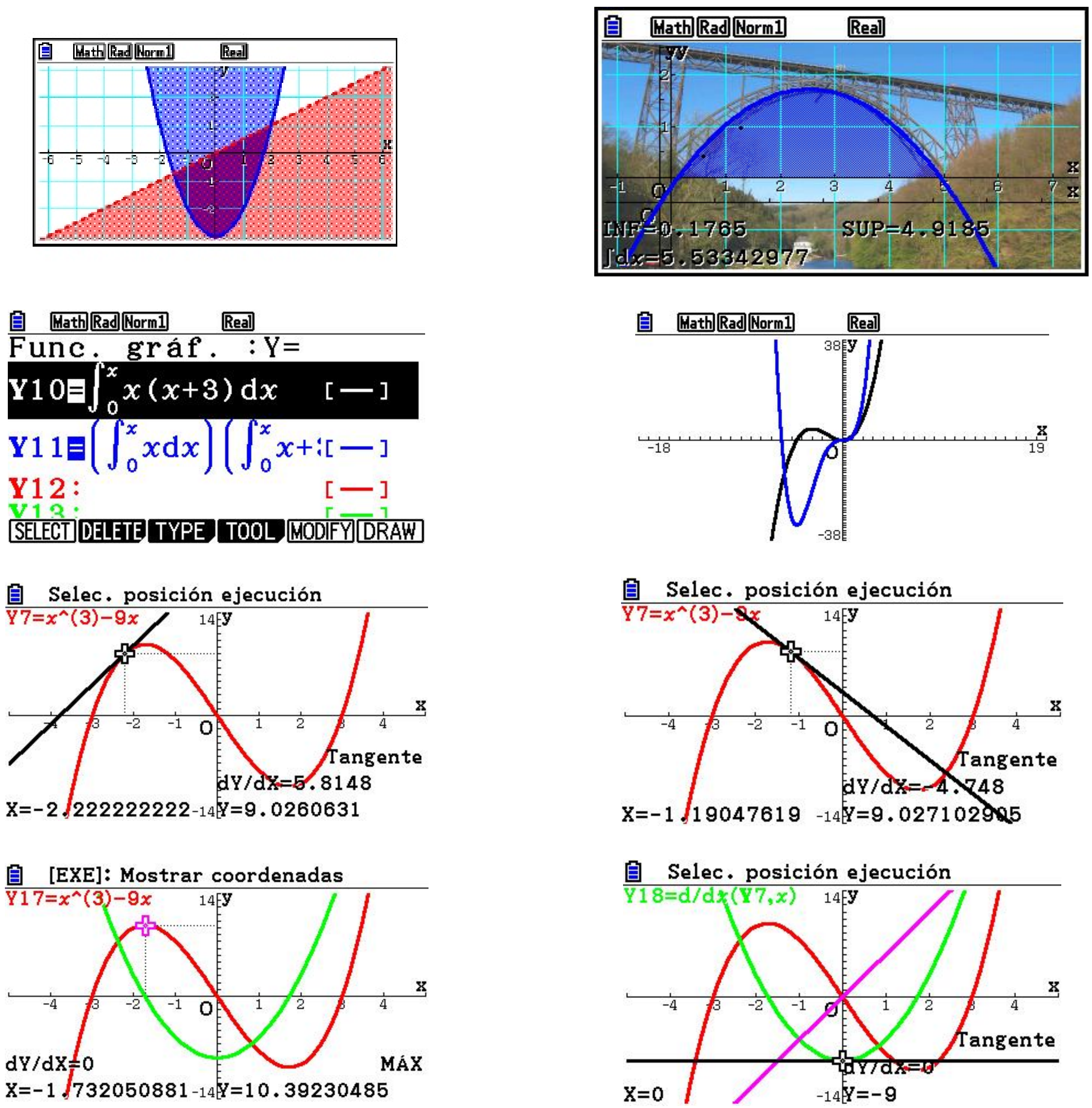


Figura 1. Ejemplo de algunas actividades

Con el objetivo de desarrollar actividades con calculadoras graficadoras, en colaboración el Departamento de Matemática Educativa del CINVESTAV – IPN y Casio Académico, se han desarrollado varias situaciones de aprendizaje con la calculadora fx – CG10, que demuestran cómo, con

ISSN: 2594-1046

el uso de la misma, el estudiante logra motivarse con los distintos contenidos matemáticos, ya sea pensamiento variacional, estocásticos, etc. , así como asignarle significados a temas que solo veía en la pizarra.

En el presente cartel mostraremos algunas de las situaciones de aprendizaje elaboradas con la calculadora graficadora Casio fx – CG10, para demostrar que, con un buen diseño y la utilización correcta de dicha calculadora como herramienta, podemos lograr la motivación de los estudiantes, así como que logren ellos mismos construir sus conceptos. Algunas de las situaciones se ilustran en la Figura 1.

Estas actividades se desarrollaron y debatieron en talleres con profesores con el objetivo de que identificaran las características de la calculadora graficadora Casio fx – CG10 y sus potencialidades para desarrollar situaciones de aprendizajes, que bien elaboradas, lograrían la motivación de sus estudiantes y a la vez que identificaran la necesidad y el valor de la misma como herramienta para la construcción de conceptos y asignación de significados.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

De Faria, E., y Castro, A. (2003). Algunas experiencias en el uso de las calculadoras en la enseñanza y aprendizaje de la matemática en Costa Rica. *Uniciencia, 20*(2), 213-222. Recuperado el 17 de 04 de 2016, de http://www.revistas.una.ac.cr/index.php/uniciencia/article/view/5741/5612

Investigación e Innovación en Matemática Educativa

ISSN: 2594-1046

FACTORES QUE MOTIVAN A LAS MUJERES A ESTUDIAR MATEMÁTICAS: UN ESTUDIO DE CASO.

Rosa Iris Monico Manzano
Universidad Autónoma de Guerrero, rosairism8@gmail.com

Carolina Dorantes Velasco
Universidad Autónoma de Guerrero, cdorantesv@gmail.com

Resumen

Esta investigación tuvo como objetivo identificar los factores que han motivado a las estudiantes universitarias a elegir una licenciatura en matemáticas. Los datos reportados fueron generados por 15 entrevistas semiestructuradas aplicadas a estudiantes de la licenciatura en Matemáticas de la Universidad Autónoma de Guerrero, analizados a través de un método cualitativo. Algunos factores identificados: gusto por las matemáticas, que se sientan buenas en matemáticas. Apoyándonos en el concepto teórico identidad para argumentar que los factores que hemos identificado son elementos constituyentes de una identidad positiva como estudiantes de matemáticas, esto entonces favorece la elección de las matemáticas como carrera universitaria.

Palabras clave: Mujeres Matemáticas. Elección de Carrera. Identidad. Mujeres.

En distintos países alrededor del mundo existe un bajo interés entre los jóvenes por estudiar una carrera universitaria relacionada con ciencia, tecnología, ingeniería y matemáticas, en particular en mujeres (Pedersen, 2013). Al graduarse pocas mujeres en estas áreas, se encuentran poco representadas. Las mujeres, pueden enriquecer la creatividad y agudeza de las investigaciones científicas mediante sus conocimientos, puntos de vista y formas de apreciación, que pueden ser distintas a las de sus colegas hombres (Del Giudice, 2014).

México es un país que no escapa de la situación antes descrita, pues son pocas las mujeres que se matriculan en carreras de ciencia, tecnología, ingeniería y matemáticas. Los datos de la ANUIES correspondiente al ciclo escolar 2013-2014 tomando en cuenta sólo la matrícula de las licenciaturas en matemáticas tenemos que las mujeres representan un 38% de estudiantes de matemáticas. A pesar de esto existen muy pocas investigaciones que busquen conocer los factores que atraen o repelen a las mujeres de este país para estudiar matemáticas. Por eso, esta investigación presenta un estudio de caso, que se enfoca en identificar los factores que han motivado a estudiantes mexicanas a elegir una carrera en matemáticas, tiene como objetivo ampliar el conocimiento que se tiene acerca de los factores que atraen a las mujeres a estudiar una carrera en matemáticas.

El proceso de elección de carreras relacionadas con la ciencia y la tecnología entre los jóvenes ha sido estudiado a través del concepto teórico de identidad (ver Piatek-Jimenez, 2008). Apoyándonos en dicho concepto para argumentar que los factores identificados son elementos constituyentes de una identidad positiva como estudiantes de matemáticas. Lo entendemos en el sentido de Anderson (2007), es decir, como la concepción que tiene un estudiante de sí mismo respecto a las matemáticas, nuestra identidad como estudiantes es el resultado de nuestra interacción con experiencias relacionadas con las matemáticas dentro y fuera de la escuela.

En la literatura especializada se identificaron factores que atraen o repelen a las mujeres a estudiar matemáticas, por ejemplo Buerk (1983), menciona que las mujeres pueden ser influenciadas por las competencias o concursos de matemáticas. Piatek-Jimenez (2008) señala que algunas mujeres tienen creencias estereotipadas sobre los matemáticos, también Mendick (2005) y Onion (2011) mencionan que las matemáticas suelen percibirse como algo masculino y esto entra en conflicto con la identidad femenina de algunas mujeres.

Los datos de nuestro estudio provienen de 15 entrevistas semiestructuradas realizadas en 2014 a estudiantes mujeres de la Licenciatura en Matemáticas, de la UAGro, de 21 a 22 años de edad, fueron audiograbadas con una duración de 9 min. y 32 seg. en promedio. Se utilizó un cuestionario como guía, tomado de una investigación relacionada y con un objetivo similar a la que se reporta en este manuscrito (ver Aguilar: Vázquez, Mendoza, Zavaleta y Alonso, 2013). Para analizar los datos se escuchaban las entrevistas repetidamente, de manera independiente por los dos autores de la investigación, posteriormente se discutían y consensuaron ciertos elementos en cada una de las entrevistas, concentrándolos en tablas y agrupándolos en categorías temáticas. Estas categorías se interpretan como los factores favorecedores para que las mujeres elijan la carrera de matemáticas, clasificados en cuatro categorías: *Gusto por las matemáticas*, *Buenas en matemáticas*, *Profesores de matemáticas* y *Los concursos de matemáticas*

Las estudiantes entrevistadas, han sido atraídas a estudiar una carrera de matemáticas por los factores antes mencionados. Al comparar los factores identificados en la literatura y los que mostramos en los resultados, notamos que no son muy diferentes. Todos los factores motivadores identificados, permiten ver que dichas estudiantes han estado expuestas a experiencias particulares en su vida con las matemáticas, experiencias proporcionadas por las personas que las rodean o por el contexto en el que se

ISSN: 2594-1046

han encontrado a lo largo de su educación matemática, esto les ha permitido construirse una identidad como buenas estudiantes de matemáticas. Esta construcción es un proceso que es resultado de saber lo que otros piensan de ellas y no cualquier "otros" sino personas significativas en su vida como sus profesores, sus compañeros, que son los más próximos en darles a conocer cómo es que ellas se desempeñan en la matemática escolar. Como lo menciona Anderson (2007) la identidad como estudiante de matemáticas se refiere a la forma en que nos vemos a nosotros mismos y cómo los demás nos ven. En suma, afirmamos que todas estas experiencias fueron moldeando una identidad como buena estudiante de matemáticas en las mujeres de nuestro estudio. Se puede afirmar, que cuando una estudiante llega a crear una identidad como buena estudiante en matemáticas, podría esperarse que ella elija una carrera o licenciatura en matemáticas o relacionada con las matemáticas.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Aguilar, M. S., Vázquez, A. R., Mendoza, A. R., Zavaleta, J. G. M. y Alonso, A. C. (2013). Factors motivating the choice of mathematics as a career among mexican female students. En B. Ubuz, C. Haser y Mariotti, M.A. (Eds.), *Proceedings of the Eighteenth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education* (1409-1418). Turquía: European Society for Research in Mathematics Education.

Anderson, R. (2007). Being a mathematics learner: four faces of identity. *The Mathematics Educator*, *17*(1), 7-14. Recuperado de http://files.eric.ed.gov/fulltext/EJ841557.pdf

Buerk, D. (1983). An experience with some able women who avoid mathematics. *For the Learning of Mathematics, 3*(2), 19-24.

Del Giudice, M.. (2014). *Why it's crucial to get more women into science*. Recuperado de National Geographic: http://news.nationalgeographic.com/news/2014/11/141107-gender-studies-women-scientific-research-feminist/

Mendick, H. (2005). Mathematical stories: why do more boys than girls choose to study mathematics at AS-level in England? *British Journal of Sociology of Education*, *26*(2), 235-251. doi: 10.1080/0142569042000294192

Onion, A. J. (2011). Women's stories of learning mathematics. *Research in Mathematics Education*, *13*(3), 307-308. doi: 10.1080/14794802.2011.624757

Pedersen, I. F. (2013). "I need advanced mathematics to pursue the career of my choice". Norwegian students' motivations for enrolling in mathematics and plans for postsecondary studies. *Nordic Studies in Mathematics Education*, *18*(1), 61-83.

Piatek-Jimenez, K. (2008). Images of mathematicians: a new perspective on the shortage of women in mathematical careers. *ZDM*, *40*(4), 633-646. doi: 10.1007/s11858-008-0126-8

Investigación e Innovación en Matemática Educativa

ISSN: 2594-1046

CONSTRUCCIÓN DE PROTOTIPOS: UNA ALTERNATIVA EN EDUCACIÓN SECUNDARIA

Yolanda Villanueva González
Universidad Autónoma de Chiapas, candelaria111@gmail.com

Resumen

La presente investigación plantea identificar, utilizando la construcción de diversos prototipos geométricos, conocimientos matemáticos inherentes al contexto del alumno, que permita relacionarlo con el impartido en la escuela, como alternativa para las matemáticas en secundaria. Conocer de qué manera se construye el conocimiento matemático en ámbitos no escolares y encontrar alternativas que permitan proporcionar herramientas, tanto a los alumnos como a los profesores en los espacios áulicos, donde se genere un clima dinámico de conocimientos matemáticos, sobre todo por tratarse de un medio indígena, donde por usos y costumbres, la población es poco participativa.

Palabras clave: construcción, conocimiento matemático, cultura, escuela

1. INTRODUCCIÓN

La línea de investigación se centra en la construcción de palapas y otros prototipos como alternativa para generar el conocimiento matemático en secundaria, desarrollando actividades que propicien aprendizajes dinámicos e interesantes en alumnos de secundaria y la formación docente que se requiere para ello. Lo anterior desde un enfoque socioespistemológico con la intención de producir una explicación del uso que se da al saber matemático que se ha construido socialmente en ámbitos no escolares, debido a que algunos de los alumnos, además de acudir a la escuela, tienen como oficio la carpintería para obtener recursos económicos, por lo cual construyen conocimiento matemático desde la práctica en su vida diaria.

Como lo considera Cantoral (2013), se trata de una nueva línea de investigación que toma como objeto de estudio, a la base Sociepistemológica de los saberes matemáticos que incluyen también las instituciones primarias del alumno y que tienen por objetivo último el rediseño del discurso matemático escolar" en una forma de rediseñar el discurso matemático escolar.

Se quiere encontrar la fundamentación requerida, para que por medio de la actividad de construcción de prototipos diversos, puedan utilizarse los conocimientos matemáticos adquiridos culturalmente por los alumnos de secundaria, relacionándolos con el conocimiento impartido en la escuela; propiciando la integración de alumnos y docente en la construcción del conocimiento matemático.

ISSN: 2594-1046

Por lo cual se plantean las siguientes preguntas de investigación:

¿Será la actividad de construcción de diversos prototipos una forma de que los alumnos experimenten el uso de conocimientos matemáticos desde su contexto?

¿Qué elementos del conocimiento matemático se propician al realizar actividades prácticas en el diseño y construcción de prototipos reales (palapas y otros)?

¿Cómo analizar a partir del diseño de construcción de prototipos basados en el conocimiento matemático escolar el generar una alternativa de rediseño al discurso matemático dominante de la escuela?

2. REVISIÓN BIBLIOGRÁFICA Y METODOLÓGICA

Para ello se utilizaran aspectos metodológicos usados en la tesis de Covián (2005), respecto al papel del conocimiento matemático en la construcción de la vivienda tradicional, retomando los planteamientos en los cuales demuestra el reconocimiento que la construcción de vivienda en esta cultura, requiere un conjunto de conocimientos científicos y técnicos. Al analizar todo lo cotidiano que está en torno a la construcción de la vivienda, el papel del conocimiento matemático se encuentra presente en forma funcional en las prácticas de la construcción, puesto que tiene su propia identidad, es dinámico, depende de la realidad y el contexto al que pertenece. Por lo tanto, el conocimiento matemático reconocido como funcional, se va transformando y transmitiendo por generaciones puesto que se reconoce su validez. El individuo o grupo humano siempre pone en funcionamiento sus prácticas y saberes, siendo el conocimiento matemático parte de esto, teniendo un origen y construcción en su entorno.

En el campo de la educación científica, Bishop (1999) considera que la matemática es un producto natural desde una idea sencilla y profunda; el sentido común dice que todo conocimiento tiene que ser un producto cultural. Plantea que todas las culturas desarrollan un lenguaje para comunicarse, siendo producto de la necesidad y la actividad de comunicación, se enfoca en encontrar o identificar actividades o procesos que desarrollan las matemáticas, es decir, identificar las actividades equivalentes a la comunicación que dieron lugar al desarrollo del lenguaje, explorando los aspectos significativos de ese desarrollo presentando una estructura curricular que genera nuevos procedimientos e ideas, respaldando otros ya existentes.

Se pretende realizar la investigación en la Secundaria Técnica 111 del Ejido Candelaria, grupo de 30 alumnos de las etnias tzotzil y tzeltal por lo que se considera de gran ayuda las aportaciones mencionadas por Bishop.

3. DESARROLLO

Actividades de terceros grados en el diseño y construcción del prototipo a escala de una palapa.

Diseño, construcción y aplicaciones de los criterios de semejanza y proporcionalidad matemática en un papalote.

Las actividades presentadas han sido posible gracias a una nueva mirada y que se ha ido consolidando y transformando al comprender que no solo se trata de transmitir conocimiento. Hay que rediseñar lo conocido de tal manera que tenga sentido con el contexto, considerado al alumno protagonista del proceso educativo, como un sujeto con características propias e individuales, que se puede fortalecer en base a las interacciones grupales en un clima agradable, acompañado por su maestro,

ISSN: 2594-1046

hasta lograr la autonomía, que redituará en mayor autoestima al considerarse capaz de enfrentar nuevos retos.

4. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Bishop, A. (1999). *Enculturación matemática. La educación matemática desde una perspectiva cultural. Ediciones.* Paidós. España.

Cantoral, R. (2013). *Teoría Sociepistemológica de la Matemática Educativa. Estudio sobre construcción social del conocimiento.* Ediciones Gedisa.

Covián, O. (2005) *El papel del conocimiento matemático en la construcción de la vivienda tradicional: el caso de la cultura Maya*. Tesis de maestría. Cinvestav-IPN: México.

Investigación e Innovación en Matemática Educativa

ISSN: 2594-1046

GRUPOS NUMEROSOS: UN RETO PARA LA ENSEÑANZA DE LAS MATEMÁTICAS

Jesús Enrique López Gutiérrez
Universidad Autónoma de Baja California, Enrique.lopez52@uabc.edu.mx

Resumen

El siguiente trabajo muestra el avance de una investigación que tiene la finalidad de llevar a cabo estrategias grupales para analizar el comportamiento de los alumnos al ser parte de la clase de matemáticas teniendo en cuenta sus estilos de aprendizaje para lograr una mejor asimilación de los contenidos. Su objetivo es generar estrategias didácticas (crear equipos, aplicación de material didáctico) para el docente de matemáticas que les permitan mejorar el rendimiento de los estudiantes en grupos numerosos en EMS aprovechando las habilidades de alumnos con facilidad para la materia permitiéndole ser un apoyo para el docente en la clase.

Palabras clave: Aprendizaje, Matemáticas, Enseñanza, Grupos.

El siguiente trabajo muestra el avance de una investigación que tiene la finalidad de llevar a cabo estrategias grupales para analizar el comportamiento de los alumnos al ser parte de la clase de matemáticas teniendo en cuenta sus estilos de aprendizaje para lograr una mejor asimilación de los contenidos. Su objetivo es generar estrategias didácticas para el docente de matemáticas que les permitan mejorar el rendimiento de los estudiantes en grupos numerosos en EMS, debido a que en la actualidad la cantidad de alumnos ha aumentado considerablemente haciendo que los grupos tengan de 45 a 60 alumnos, ya que en Baja California la EMS es obligatoria a diferencia de otros estados, lo que ocasiona que la demanda de cupos en los bachilleratos aumente y por consiguiente se tengan grupos numerosos, dificultando así el quehacer docente al no poder dedicarle mucho tiempo a cada estudiante.

Por lo tanto el no contar con estrategias didácticas a la hora de dar la clase de matemáticas afecta en que se pierde una gran parte del tiempo aclarando distintas dudas a los estudiantes, donde lo adecuado sería atender a cada uno para lograr una mejor comprensión de un tema pero que no es posible llevar a cabo porque es muy poco el tiempo que tienen por clase y es amplio el contenido curricular.

Algunas estrategias consideradas son: detectar a aquellos alumnos con habilidades matemáticas para que apoyen al docente explicándole a sus compañeros los temas cuando surjan dudas. Aplicar material didáctico alusivo a los temas para despertar interés en los alumnos así como actividades que involucren a la participación activa del alumnado en la salón de clase y en caso de que el tema lo permita, fuera del aula.

ISSN: 2594-1046

Esto afecta ocasionando un rezago en algunos estudiantes debido a que no se aclaró alguna duda cuando era el momento y en un futuro conlleve a no entender un tema más complejo

Se lleva a cabo una intervención educativa enfocada a la problemática la cual consiste en crear grupos dentro de la clase de matemáticas, conformados de acuerdo a la cantidad de alumnos que este tenga de una manera estratégica para amenizar la clase y agilizarla de tal modo que toda la clase o la gran mayoría lleve un mismo ritmo contemplando los estilos de aprendizaje definidos como “los rasgos cognitivos, afectivos y fisiológicos, sirven como indicadores relativamente estables de como los discentes perciben, interaccionan y responden a sus ambientes de aprendizaje” Yancel, Cabally, Gonzáles, Siado y Mass (2013, p. 406).. Dicho en otras palabras, es como un individuo aprende de manera más ágil o sencilla contenidos a lo largo de su vida, tanto en el ámbito escolar como en su desenvolvimiento en el contexto. Los estilos de aprendizaje son visual, auditivo y kinestésico.

Para esto cada grupo tendrá un líder que monitoree el avance de sus compañeros, de preferencia un alumno con facilidad en la materia para que juegue un rol de apoyo para profesor al aclarar dudas a sus equipos, para no atrasarse al abordar los temas.

Los conocimientos matemáticos se construyen poco a poco de acuerdo a las situaciones a las que una persona se tiene que enfrentar y hacen necesaria su adquisición y asimilación, por eso es que el verdadero conocimiento hacia las matemáticas se logra cuando hay un interés por parte del alumno, independientemente de la razón, puede ser por necesidad de pasar la materia o simplemente motivación propia.

Esto último conforma retos para los profesores de matemáticas que son todas esas dificultades a las que se tiene que enfrentar en su papel frente a grupo en su intento por motivar al alumnado a ser partícipes en su proceso de enseñanza aprendizaje. Aragón, Castro, Gómez y González (2009) mencionan retos que enfrenta el profesor de matemáticas. Toledo, Sabín, Herrera, Pino y Cordovés (2005) hablan sobre como los alumnos adquieren las matemáticas como propias a medida que las van necesitando mientras que Delgado (2015) dice que hay un gran número de variables que intervienen en el proceso de enseñanza aprendizaje.

El método que se utiliza en esta investigación es cualitativo porque se quiere observar cual es el comportamiento de los estudiantes al ser sometidos a distintas estrategias que cambian su quehacer cotidiano en el aula. De esta manera se podrá recabar información mientras las actividades son llevadas a cabo. Una gran ventaja es el poder estar en contacto con los participantes, hacerles preguntas abiertas que se consideren pertinentes y apoyen el trabajo de investigación. Los instrumentos serán anotaciones, bitácoras, registros, entrevistas a los alumnos, profesor y observación del desenvolvimiento en el aula que se espera arrojen datos favorables a lo que se planea con el trabajo.

Finalmente se requiere de una buena formación e iniciativa por parte de los docentes para lograr el manejo del aula cuando se trabaje con grupos numerosos ya que es una tarea difícil. Es fácil perder la atención del grupo, y con poco que lleguen a distraerse es motivo suficiente para crear confusión en el alumno, por consiguiente una mala comprensión del contenido.

Algunos docentes que fueron entrevistados externan algunas de sus inconformidades, como que al trabajar en grupos mayores de 40 alumnos es muy difícil el poder revisar ejercicios y poderle brindar una retroalimentación significativa al alumno porque debe de revisarle a todos, lo que también implica que la mayoría de las correcciones sean vistas de forma grupal para poder abordar las temáticas en tiempo y en forma. Otra es que las aulas no están debidamente condicionadas para albergar a todos los estudiantes.

Los alumnos necesitan motivación, atención e interés por parte del docente, esto para no sentirse agobiados por las temáticas que se abordan en la materia de matemáticas, y así evitar que la asignatura se vea como obligatoria y poco a poco surja ese rechazo que, por cuestiones tanto familiares como sociales, es común entre los estudiantes.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Aragón, E., Castro, C., Gómez, B. y González, R. (2009). Objetos de aprendizaje como recursos didácticos para la enseñanza de matemáticas. *Apertura: Revista de Innovación Educativa, 1 (11), 100-111.*

Delgado, S. (2015). El papel del lenguaje en el aprendizaje de las matemáticas. *Revista Panorama*, 9 (6), 35-36.

Toledo, V., Sabín, Y., Herrera, D., Pino, J. y Cordovés, M. (2005). Las Tecnologías de la Información y las Comunicaciones (TIC) y otras opciones en la clase de matemática. *Revista Ciencias Técnicas Agropecuarias,* 14 (4), 60-62.

Yancel, L., Cabally, D., Gonzáles, K., Siado, B. y Mass (2013). Estrategias educativas utilizadas por los docentes del Programa de Enfermería de una universidad de la ciudad de Barranquilla (Colombia) frente a los estilos de aprendizaje de los estudiantes de este Programa. *Salud Uninorte,* 29 (3), 405 – 416.

ISSN: 2594-1046

SOFIA XT. LA REVOLUCION DEL GUSTO POR LAS MATEMÁTICAS

Cynthia Yarely Navarro Delgado
Escuela Normal de Hermosillo Subsede Obregón, yarcinavarro@gmail.com

Mercedes Serna Félix
XT Autodidactas Inteligentes S.A. de C.V., mercedes.serna@sofiaxt.com

Resumen

SOFIA XT es una plataforma web que busca cambiar la aceptación que tienen los alumnos hacia las matemáticas. Cada una de las actividades propuestas en la plataforma está diseñada para que el alumno comprenda los contenidos de la mejor forma, apropiándose de ellos y erradicando la percepción de que las matemáticas es una materia que simplemente no se les da. El impacto que tiene la plataforma en los alumnos que la utilizan es significativo pues ha cambiado la forma en la que los alumnos hacen las matemáticas y como se sienten al desarrollar las actividades que realizan en la escuela.

Palabras clave: Plataforma educativa, matemáticas, primaria.

Este resume tiene como finalidad mostrar cómo las plataformas virtuales de enseñanza de matemáticas, en específico Sofía XT, han venido a revolucionar el gusto y la apreciación que tienen los estudiantes de educación básica hacia las matemáticas. La información recabada es el resultado de una serie de estudios a alumnos que comenzaron a utilizar la plataforma para reforzar sus conocimientos en matemáticas.

El propósito de presentar esta información es mostrar a los docentes y padres de familia el impacto que tiene la utilización de SOFIA XT como un apoyo para que los jóvenes nivelen sus conocimientos respecto a las matemáticas y cambie su percepción de las mismas. Al familiarizarse con esta herramienta, los estudiantes pierden el miedo a adquirir nuevos conocimientos y su autoestima con respecto al dominio de las matemáticas se ve favorecida.

Para sustentar el trabajo a realizar, se toman en cuenta trabajos académicos de universidades prestigiosas, que se refieren a la percepción que los alumnos tienen respecto a las matemáticas y cómo cambiar la misma a partir de distintas estrategias, un ejemplo de esto es el documento "¿Por qué se rechazan las matemáticas? Análisis evolutivo y multivariante de actitudes relevantes hacia las matemáticas"

ISSN: 2594-1046

El punto principal a abordad en estas investigaciones es la relación que existe entre la actitud que muestran los alumnos cuando se les cuestiona respecto a las matemáticas y el desempeño que tienen al momento de desarrollarlas.

SOFIA XT propone cambiar la aceptación que tienen los alumnos a las matemáticas, esto, a través de distintas dinámicas que incitan al juego, volviendo del estudiar una actividad amena. Cada una de las actividades propuestas por la plataforma está diseñadas para que el alumno comprenda los contenidos de la mejor forma, apropiándose de ellos y erradicando la percepción de que matemáticas es una materia que simplemente no se les da.

Desde espacios en los que los alumnos pueden practicar la suma y resta de números enteros, en forma de juego, respondiendo contra reloj, hasta apartados en los que se ponen a prueba sus conocimientos de geometría y mediciones, logrando que el alumno busque la medida de ángulos y áreas, entre otras cuestiones, son parte de lo que la plataforma ofrece para los alumnos. SOFIA XT es una forma de que los alumnos refuercen un conocimiento o lo adquieran, pues la organización, por rama de la matemática básica, permite que el alumno auto gestione su conocimiento.

Los resultados muestran que el 58.85% de los alumnos que comenzaron a utilizar la plataforma dice estar contento de usarla. Un 93.09% comentó que SOFIA XT ayudó a que comprendieran mejor las matemáticas, incluso más que el profesor que está frente a ellos. Uno de los datos que refleja mayormente cómo el utilizar la plataforma cambia la concepción de los alumnos hacia las matemáticas es que el 82.39% de los alumnos encuestados mencionó que obtuvo algún beneficio, desde ser más rápido y aumentar sus calificaciones, hasta lograr comprender mejor los contenidos.

El impacto que tiene la plataforma en los alumnos que la utilizan es bastante amplio, ha cambiado la forma en la que los alumnos hacen matemáticas y cómo se sienten al desarrollar las actividades que realizan en la escuela y en la plataforma. Al adquirir seguridad también se amplían los panoramas y las expectativas que cada estudiante tiene respecto a sí mismo y el estudio de las matemáticas.

ISSN: 2594-1046

Enseñanza de Suma y Resta de Números Naturales a Niños con Síndrome de Down

Yenny Liliana Hernández Martínez
Universidad Pedagógica y Tecnológica de Colombia, liliana.hdez.m@hotmail.com

Resumen

Este proyecto de investigación cualitativa tiene como objetivo diseñar, aplicar y evaluar una estrategia para estudiantes con Síndrome de Down (SD) de la Escuela Normal Superior Santiago de Tunja (Boyacá), que permita un aprendizaje significativo de los conceptos de suma y resta, facilitando la construcción del conocimiento matemático. El marco referencial comprende la inclusión educativa, las reformas curriculares y las características del SD, entre otros. Se desarrolló según el método investigación-acción y en sus etapas se utilizaron la observación y la entrevista como recolectores de información, determinando así una estrategia, adecuada a las capacidades, necesidades e intereses de los estudiantes.

Palabras clave: Síndrome de Down, adición, sustracción, números naturales, estrategia didáctica.

Actualmente, las políticas educativas se han referido al interés de que la educación atienda a la diversidad, trayendo consigo la desaparición de las escuelas especiales y la inclusión de niños con Necesidades Educativas Especiales (NEE) a las aulas de clase regulares, presentando algunos conflictos como el de encontrar la manera de desarrollar efectivamente los procesos cognitivos en estudiantes que presentan falencias en este campo. Entre estas políticas educativas se encuentra la certificación de la educación que en el año 2002, para el municipio de Tunja (Boyacá) "reorganizó los programas educativos en procura de ofrecer un mejor servicio público educativo en donde se aseguró la integración en condiciones de cobertura, equidad y calidad, para todos los estudiantes con necesidades educativas especiales" (Corredor y Mora, 2007, p. 14); es por eso que le asignan a la Escuela Normal Superior Santiago de Tunja (ENSST) la tarea de educar a personas con discapacidades cognitivas y autismo, entre las que se encuentran los niños con Síndrome de Down (SD).

Se observa que con esta nueva tendencia de la educación que atiende a la diversidad, los docentes se enfrentan a un reto: enseñar a personas que requieren más o diferentes recursos y metodologías que los usados a menudo en una sesión de clase común y corriente, ya que ahora tienen que responder a las necesidades que implican cada una de las falencias que presentan sus estudiantes que ahora son mucho más evidentes, contrastándolas con las dificultades de los alumnos que no tienen ninguna alteración cognitiva. Por otro lado, los profesores se enfrentan a la enseñanza de ciencias como la matemática, en

ISSN: 2594-1046

la que se contemplan capacidades y destrezas que los niños con deficiencias cognitivas, como las que manifiestan los niños con SD, no tienen desarrolladas; por ejemplo, dificultades en la percepción, en la atención y en la memoria entre otras, que complican aún más el aprender matemáticas (Ortega, 2008).

Siendo el área menos estudiada en referencia a los procesos de aprendizaje en personas con discapacidades, y dado que en su mayoría, las investigaciones sobre este tema corresponden a temáticas netamente numéricas, mas no operacionales (Bruno y Noda, 2010), surge el interés por investigar acerca de las características que debe tener una estrategia que facilite el aprendizaje de conceptos matemáticos de suma y resta de números naturales en niños con SD adecuadas a sus capacidades, necesidades e intereses. La suma y la resta, como operaciones básicas, constituyen ayuda importante en el quehacer diario de las personas con y sin deficiencias cognitivas, ya que, estas son destrezas necesarias para comprender y solucionar muchos problemas cotidianos y, en el caso de los niños con SD, que presentan dificultades en el aprendizaje en general, buscan que ellos consideren los saberes y conocimientos aprendidos en la escuela cómo una herramienta para su desenvolvimiento en la vida cotidiana.

El propósito de esta investigación es el de diseñar, aplicar y evaluar una estrategia para estudiantes con SD de la ENSST, que permita un aprendizaje significativo de los conceptos de suma y resta en ellos, facilitando la construcción del conocimiento matemático. Para lograr esto se analizaron las falencias que presentan estos educandos para realizar procesos operacionales, a partir de este análisis se proponen estrategias, acorde a los intereses, capacidades y necesidades de los niños con esta discapacidad, que ayude a que aprendan, desde lo conceptual, a sumar y restar; se adoptó la estrategia construida y se evaluaron sus implicaciones en la vida no solo escolar, sino cotidiana, de los niños con SD. Se determina así la viabilidad del empleo de esta herramienta en la enseñanza de los conceptos de las operaciones aritméticas indicadas.

El desarrollo de este trabajo de investigación se ajustó a un proceso inductivo, es decir, se describió la unidad de análisis, sus actitudes e intereses, sus estilos de comportamiento, sus capacidades y debilidades frente al desarrollo físico y cognitivo. Entre otras cuestiones, se partió de aspectos particulares que generaron perspectivas teóricas apoyadas en dicha observación (Niño, 2011). Es por ello que se utilizó el enfoque cualitativo de investigación mediante Método de Investigación-Acción, teniendo en cuenta que en los objetivos no solo se quiere conocer una determinada realidad o un problema específico y su solución teórica, sino que se desea también resolverlo en la práctica, en la vida real, como lo dice Martínez (2000). Los instrumentos de recolección de la información fueron la observación, la entrevista y las encuestas, utilizados en las etapas por medio de las cuales se desarrolló la investigación, basadas en la espiral introspectiva de Kemmis y Mctaggart (1988).

De este modo, se brindó a los niños con SD de esta institución un material didáctico que logró que ellos mejoraran los procesos de aprendizaje referente a los conceptos de suma y resta, pero más que el saber realizar una operación, que mostró no solo a ellos, sino a la comunidad a la que pertenecen, que son seres humanos que pueden aprender y usar lo aprendido, que son valiosos para su población y que dentro del respeto a la diferencia. Se han construido alternativas de vida digna, se han abierto caminos donde la diferencia no es vista como un problema sino como un reto a la educación, a la docencia y a la sociedad.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Bruno, A. y Noda, A. (2010). Operaciones básicas en alumnos con síndrome de Down. *Revista PNA*, *volumen* 4, 143-159. ISSN: 1887-3987

Corredor, M. y Mora, E. (2007). Necesidades Educativas Especiales: Hacia La Conquista de Escuelas Eficaces. En M. Rodríguez (Presidencia), *La educación especial actualidad, retos y perspectivas*. Conferencia llevada a cabo en el I Encuentro Internacional de Educación Especial, Chiapas, México, 14-19.

Kemmis, S. y Mctaggart, R. (1988). *Cómo planificar la investigación-acción*, Barcelona: Laertes.

Martínez, M. (2000). La investigación acción en el aula. *Agenda académica*, volumen 7, 27-39.

Niño, V. (2011). *Metodología de la investigación: diseño y ejecución*. Colombia: Ediciones de la U.

Ortega, M. (2008). Síndrome de Down: contenidos matemáticos mediados por ordenador. *Revista Iberoamericana de Educación Matemática UNION, Número* 16, 85 – 105. ISSN: 1815-0640

Investigación e Innovación en Matemática Educativa

ISSN: 2594-1046

La Historia de la Matemática como una Propuesta para Mejorar los Procesos de Abstracción en Conceptos del Álgebra

Adrian Muñoz Orozco
Universidad Autónoma de Guerrero, adrianmunoz1993@hotmail.com

Resumen

El objetivo de este cartel es mostrar una investigación en curso, cuyo propósito es diseñar una propuesta didáctica teniendo en cuenta el papel de la Historia de las Matemáticas en los procesos de enseñanza y aprendizaje del álgebra en estudiantes de secundaria, y así realizar un aporte en los procesos de abstracción por parte de estos estudiantes, al involucrar datos históricos en las clases de matemáticas que les permita un mejor análisis del objeto matemático. Para esto se tomarán como referentes los trabajos de expertos sobre la inclusión de la historia en el aula como el de Torres y Guacaneme.

Palabras clave: Historia de las Matemáticas, enseñanza y aprendizaje, abstracción.

1. INTRODUCCIÓN

Durante los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas en educación secundaria se abordan diferentes tipos de contenidos matemáticos según el currículo establecido; entre estos contenidos se destaca la enseñanza del álgebra, debido a, su gran influencia sobre otros objetos matemáticos como las funciones. Un problema al que se enfrentan los estudiantes de secundaria al aprender contenidos algebraicos son aquellos que se conocen como obstáculos epistemológicos, es decir, cuando los alumnos avanzan a un sistema de representación más abstracto, en el cual aumenta tanto el poder del lenguaje simbólico como el grado de generalización (Torres, 2010). Es por ello que esta investigación se enfoca en una propuesta alternativa en la enseñanza del álgebra concretamente en la enseñanza de las letras en una expresión algebraica como un representante de un infinitos números, utilizando la Historia de la Matemática (de aquí en adelante HM), que de acuerdo a Torres (2010) y Guacaneme (2008), este enfoque permite al estudiante una mejor compresión y por ende una mejor abstracción de los diferentes contenidos algebraicos y conceptos que rodean al álgebra.

2. MARCO TEÓRICO

Desde hace ya más de dos décadas se presentan investigaciones acerca de la utilidad de la HM en los procesos de la enseñanza de las matemáticas, tal como se evidencia en la ponencia de Guacaneme (2008), quien además presenta en esa ponencia algunos resultados de investigaciones de otros autores en las que reflejan la utilidad de involucrar la HM en la enseñanza de las Matemáticas. Así, y en este orden de ideas esta propuesta se enfoca en involucrar aspectos de la historia del álgebra, resaltando elementos que muestran que los primeros pensamientos algebraicos de la humanidad se debieron gracias a la necesidad de repartir terrenos y la solución de problemas prácticos, ligados a las necesidades del hombre, más concretamente de simplificar y sintetizar procesos aritméticos reiterativos para la solución de problemas similares utilizando las primeras letras como representantes de una cantidad numérica, tal como lo expresa Torres (2010) en el documento "*Fenomenología histórica del concepto de ecuación y potencialidades de su uso en la escuela*". Además en este documento se presenta una síntesis histórica de las primeras huellas de pensamiento algebraico tomando como eje principal la soluciones de ecuaciones de primero a cuarto grado, e iniciando con el estudio de los trabajos realizados por los babilonios, hasta el álgebra renacentista ya con resultados un poco más cercana a los pensamientos algebraicos que actualmente conocemos. En esta dirección se plantea el siguiente interrogante ¿cómo a través de la enseñanza de nociones históricas del álgebra se puede contribuir con los procesos de aprendizaje en los estudiantes de básica secundaria?

Es necesario mencionar que este trabajo se presenta en un enfoque metodológico histórico-epistemológico, lo cual nos permite interpretar cómo la HM se convierte en un recurso didáctico para la enseñanza de las Matemáticas y nos abre las puertas a situaciones novedosas, motivadoras, que contribuyen en el desarrollo de una clase de matemáticas y además se promueve la interpretación de conceptos matemáticos desde una forma diferente. Lo cual también le permitirá al estudiante reconocer que las Matemáticas son una ciencia en continua evolución producto de la invención del hombre a pesar de que "muchas veces se presenten en un aula de clases como algo ya terminado y netamente formal" (Anacona, 2003).

3. METODOLOGÍA.

Como se mencionó anteriormente en esta investigación en curso se considera como referente principal lo ya planteado por Torres (2010), la cual es una propuesta realizada en la ciudad de Cali (Colombia) enfocada en la utilidad de la HM en la enseñanza del álgebra. Así nuestro interés se fundamenta en aplicar esta investigación en las clases de matemáticas de estudiantes de secundaria de la ciudad de Chilpancingo de los Bravos, considerando los siguientes parámetros: un grupo de secundaria

ISSN: 2594-1046

que esté iniciando con los procesos de pensamiento algebraico, al cual se plantea que antes de iniciar con la enseñanza de alguna definición algebraica, se empiece con una secuencia didáctica utilizando las primeras nociones del álgebra realizadas por los babilonios sin profundizar demasiado en lo realizado por ellos, solo como un primer paso. Se presenta un video que muestre a los estudiantes como el álgebra es producto de las necesidades del hombre y las "letras" son representantes de procesos aritméticos y geométricos reiterativos.

4. RESULTADOS QUE SE ESPERAN

Dado que esta es una investigación en curso, se espera con la propuesta que: el docente de matemáticas sea más consciente de las dificultades que afrontan sus estudiantes al momento de aprender matemáticas; que el estudiante comprenda que sus antepasados tuvieron diversas dificultades al momento de abordar objetos matemáticos y por ello no es extraño que un estudiante también tenga dificultades en los procesos de aprendizaje de conceptos matemáticos como por ejemplo el álgebra; que el estudiante identifique que las matemáticas son una ciencia en continua evolución producto de las necesidades intelectuales y socioculturales del hombre; en las clases donde se involucren nociones históricas del álgebra, el estudiante se sienta más interesado de aprender nuevas nociones matemáticas; que el estudiante de básica secundaria reconozca que las letras presentadas en las expresiones algebraicas son representantes de infinitos números o de infinitos cálculos de procesos que son similares; que el estudiante reconozca que las expresiones algebraicas no solo se relacionan con cantidades numéricas sino además a cantidades geométricas;.

5. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Anacona, M. (2003). La historia de las Matemáticas en la educación matemática. *EMA*, 30-46.

Guacaneme, E. (2008). Una aproximación a la relación Historia de las Matemáticas-Conocimiento del profesor de Matemáticas . En *Una aproximación a la relación Historia de las Matemáticas-Conocimiento del profesor de Matemáticas*, (págs. 1-28). Bogotá.

Torres, L. (2010). *Fenomenología histórica del concepto de ecuación y potencialidades de su uso en la escuela*. Santiago de Cali: Universidad del Valle.

Investigación e Innovación en Matemática Educativa

ISSN: 2594-1046

Una Situación de Aprendizaje para Alumnos de Ingenieria. el Origen de la Variable Compleja

Francisco Javier Martínez Jiménez
Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del IPN, francisco.martinez@cinvestav.mx

Rosa María Farfán Márquez
Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del IPN, rfarfan@cinvestav.mx

Resumen

La enseñanza tradicional de la variable compleja omite aspectos epistemológicos de origen, que en su enseñanza se traducen en dificultades para la comprensión del estudiante en ingeniería en comunicaciones y electrónica. La variable compleja es una herramienta potencial e indispensable en el análisis de los problemas físicos asociados. El objetivo de la investigación es el de diseñar una situación de aprendizaje incluyendo dichos aspectos, caracterizando sus producciones a partir de la Socioepistemológia, a fin de favorecer el pensamiento matemático, sobre la variable compleja en ingeniería y haciendo al alumno participe, en su propio proceso de apropiación del conocimiento.

Palabras clave: Socioepistemología. Pensamiento matemático. Ingeniería.

El cartel pretende ilustrar una idea de investigación; caracterizar y observar qué aspectos sociales, culturales y epistemológicos presentan los alumnos al construir su conocimiento matemático respecto a la variable compleja, mediante la aplicación de una situación de aprendizaje en el sentido de Reyes (2016) "[…] como una herramienta didáctica que propicia aprendizajes cuya significación ha sido adquirida mediante el uso […] cuyo objetivo es la problematización de la matemática escolar".

Esta, deberá considerar aspectos epistemológicos omitidos en la enseñanza tradicional y derivados del análisis epistemológico de correspondencia entre Leibniz, J. Bernoullí y Euler entre los años 1712 y 1713, y después entre 1727 y 1729. Esto incluirá el contexto específico al cual se enfrentaron los productores originales de dicha teoría y qué aspectos se tuvieron que superar para la concepción de la misma, bajo la idea de ampliar el significado del logaritmo de un número negativo.

La población de estudiantes es de un campo particular, la ingeniería. Entender y caracterizar las producciones de los alumnos bajo el marco socioepistemológico dará cuenta del tipo de proceso mental del estudiante, permitiendo conocer su pensamiento matemático, a saber, qué conjeturas, procedimientos, exploraciones, intuiciones, argumentos en general que utiliza cuando se enfrenta a la situación de aprendizaje.

ISSN: 2594-1046

De acuerdo a Cantoral (2013), “será esta construcción […] la que dejará develar, más temprano que tarde, a las prácticas sociales que norma la construcción social del conocimiento matemático” (p. 87) . Para "darle al alumno un papel más activo en su propio proceso de apropiación de un concepto" (p. 82)

Este tipo de interacción con el alumno, pretende favorecer el pensamiento crítico y en particular el pensamiento matemático, mostrando la importancia de la teoría de variable compleja como una herramienta y una teoría más amplia, que la variable real. Con el objetivo que den cuenta que dicha teoría ofrece entonces, un mayor abanico de opciones de solución reales a problemas conocidos. Este punto es importante ya que la materia de variable compleja en la carrera de ingeniería en comunicaciones y electrónica del IPN unidad Zacatenco tiene como columna vertebral dicha materia.

Se pretende seguir un marco de análisis de las producciones de los alumnos, que considere aspectos relativos a la sensibilidad a la contradicción y la búsqueda interna del aparato matemático. Cantoral y Farfán (2008). Llevando al alumno a la confrontación de lo que cree conocido, “orillándolo” a vencer las posibles contradicciones que en su andar genere por resolver la situación de aprendizaje.

La metodología del trabajo se llevará a cabo en tres partes, el *análisis preliminar*, el *diseño de intervención* y la *aplicación de la situación de aprendizaje y análisis de resultados*. El primer punto comprende el estado del arte y un plus de experiencia propia siendo egresado de la escuela de donde será la población. Como hecho para conocer el estatus de la materia y el conocimiento previo de la población. El segundo punto comprende con base en el primero, el diseño específico de la situación de aprendizaje que cubra los objetivos para la cual fue diseñada, mientras que el último punto es la contrastación de resultados con objetivos del trabajo de acuerdo al análisis de las producciones de los alumnos. El estado del arte, hasta ahora lleva a reflexión que:

Los obstáculos epistemológicos a los cuales se enfrentaron los productores de conocimiento de la teoría de variable compleja bajo la extensión del logaritmo de un número negativo, no están presentes en la enseñanza tradicional de la teoría.

No se provee de algún tipo de herramienta o mecanismo de validación con la realidad para la variable compleja, pese a que esta es una noción puramente teórica, comprender las similitudes entre Variable Real – Realidad - Variable Compleja, ligaría de un ambiente más real a las ideas cotidianas del alumno, en consecuencia estas, evolucionarían a ideas más profundas. Ya que no pueden aplicar los conocimientos adquiridos en la resolución de ciertas tareas matemáticas o extra-matemáticas (Cantoral, 2013, p. 82).

Al significar la variable compleja, se debe favorecer las diversas miradas que puedan hacerse a este conocimiento, así como las múltiples opciones ligadas a los conocimientos previos, a fin de que los conocimientos adquiridos puedan formar una cierta estructura conceptual robusta y funcional (Cantoral, 2013, p. 82).

Al respecto de los puntos anteriores, sí la situación de aprendizaje liga a la variable real que conocen los alumnos con la variable compleja, las herramientas de validación de la primer teoría pasan a significar a la segunda. Formando la estructura más amplia, robusta y significativa para los alumnos, ilustrando también que si se es válido en el campo real, también lo es en el campo complejo. En este sentido el saber cultural es importante, se debe situar y contextualizar el conocimiento al campo ingenieril, por la diversidad de analogías que usa con el mundo real. Cabe mencionar que es objetivo de la investigación ilustrar que la variable compleja es una herramienta potencial e indispensable para los ingenieros simplicidad al resolver problemas asociados a la ingeniería.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Cantoral, R.y Farfán, R. (2008). Socioepistemología de la contradicción. Un estudio sobre la noción de logaritmo de números negativos y el origen de la variable compleja. En Cantoral, R.; Covián, O.; Farfán, R.; Lezama, J.; Romo, A. (2008) *Investigaciones sobre Enseñanza y Aprendizaje de las Matemáticas. Un Reporte Iberoamericano.* (pp. 243-284) México: Clame A.C.-Díaz de Santos.

Cantoral, R. (2013). *Teoría Socioepistemológica de la Matemática Educativa. Estudios sobre la construcción social del conocimiento*. España: Gedisa.

Reyes, D. (2016). *Empoderamiento docente desde una visión socioepistemológica: una alternativa de intervención para la transformación y la mejora educativa*. Tesis de doctorado. México: Cinvestav.

Investigación e Innovación en Matemática Educativa

ISSN: 2594-1046

Factores Asociados a Resultados de una Evaluación de Razonamiento Estadístico en Estudiantes de Nivel Superior de México

Abraham Flores
Facultad de Educación, Universidad Autónoma de Yucatán, abrahamifc@gmail.com

Jesús Pinto
Facultad de Educación, Universidad Autónoma de Yucatán, jesuspintososa@gmail.com

Resumen

Los estudiantes que ingresan al nivel superior no siempre han desarrollado el razonamiento estadístico necesario para comprender temas de esta materia. Se administró un cuestionario sobre razonamiento estadístico a estudiantes de licenciatura para determinar asociaciones con algunos factores. Se encontraron dificultades para comprender medidas de tendencia central, valores atípicos y representación gráfica y fortalezas en los conceptos de muestra y probabilidad. El 57.7% contestó correctamente menos de dos preguntas (siete en total). Ninguno de los factores estudiados tuvo asociación significativa con las respuestas de la prueba, se recomienda explorar otros factores como culturales o sociales.

Palabras clave: Razonamiento estadístico, evaluación, estadística, educación superior

1. INTRODUCCIÓN

Cuando los estudiantes egresan del nivel medio superior no siempre se encuentran preparados para comprender el contenido temático relacionado a Estadística de un plan de estudios de nivel superior, lo cual entorpece el desempeño estudiantil y la labor docente. Es importante identificar cuáles son los factores que están asociados al razonamiento estadístico de los estudiantes antes de iniciar un curso de estadística con temas más complejos característicos del nivel superior, de tal manera que se amplíe el panorama y el contexto de la situación en el que se encuentran los estudiantes y permita incidir de manera positiva en investigaciones posteriores.

2. ANTECEDENTES

Desde el nivel medio superior se esperaría que los estudiantes desarrollen el razonamiento estadístico, definido por Garfield (2002, citado en Juárez Duarte & Cazares, 2014) como: la manera en la cual las personas razonan con ideas estadísticas y el sentido que le dan a la información estadística, lo cual implica hacer interpretaciones basadas en conjuntos de datos y sus representaciones… además, puede implicar conectar un concepto con otro y combinar ideas sobre datos y azar.

Considerando las dificultades en el aprendizaje de la Estadística, las condiciones de su enseñanza en la actualidad y el desarrollo del razonamiento estadístico que se espera en los estudiantes (Garfield & Ben-Zvi, 2007), es necesario contar con herramientas que permitan evaluar el nivel de razonamiento estadístico. Se han planteado instrumentos como el denominado SRA ("Statistical Reasoning Assesment") que consta de un cuestionario de opción múltiple de 20 ítems desarrollado por Garfield (1998). Un análisis de confiablidad de test-retest tuvo un rendimiento de confiabilidad de .70 por el puntaje total de correcto y .75 para el puntaje de razonamiento incorrecto (Liu, 1998; citado en Garfield, 1998). La versión en español de este instrumento fue traducida a este idioma y probado en la Universidad de Granada (Batanero, Godina y Navas, 1997, citado en Estrada, Carmen, & Fortuny, 2004). Se compone de ítems que hacen referencia a la comprensión de promedios, probabilidad y frecuencia, dispersión, asociación, muestreo y simetría, interpretación de gráficos y posibilidad de existencia en la muestra de sesgo de equiprobabilidad, errores en el cálculo de promedios, efectos de valores típicos, tamaño de muestra y variabilidad (Estrada, 2011)

Una vez que ha establecido la prueba que permite evaluar el razonamiento estadístico, queda la tarea de conocer cuáles son los factores educativos y sociales que se asocian con los puntajes de dicha prueba. El objetivo de este trabajo fue determinar cuáles son algunos de los factores que están asociados con los puntajes de una prueba de razonamiento estadístico en estudiantes de Licenciatura que no han cursado la materia de Estadística.

3. MÉTODO

Se realizó un estudio transversal y descriptivo durante el período escolar del 2015 para evaluar el razonamiento estadístico de estudiantes de licenciatura que no hayan cursado la materia de estadística durante este nivel educativo; posteriormente se asociaron los resultados de esta prueba con algunos factores sociales de los estudiantes. En el cuestionario se agregó una lista de ítems para determinar los factores que podrían estar asociados con los puntajes de la prueba., así como siete ítems sobre conocimientos estadísticos tomados de un instrumento previamente validado (SRA). Para el análisis de los datos se utilizó estadística descriptiva y la prueba de chi cuadrado para determinar asociaciones entre factores y los puntajes de la prueba. Se consideró significativo valore de $p < 0.05$. La población de estudio fueron estudiantes de una universidad particular de la ciudad de Mérida, Yucatán. El tamaño de la

ISSN: 2594-1046

muestra se determinó por conveniencia y quedó establecida en 100 estudiantes. La selección de los sujetos de la muestra fue intencional, por la facilidad de algunos maestros para permitir a los estudiantes participar en el estudio.

4. RESULTADOS

Del total de la muestra calculada, tres estudiantes no devolvieron el cuestionario, quedando en total 97 estudiantes que completaron la prueba, de los cuales 58.8% fueron mujeres. La media de edad fue de 21 ± 4 años y el promedio de egreso de bachillerato fue de 7.93 ± .59. La mayoría de los alumnos fueron del turno matutino (n=69, 71.1%), egresados del nivel medio superior del sistema público (n=64, 66.7%) y con antecedente previo de reprobación en matemáticas (n=61, 62.9%). Un panorama general de la prueba demuestra que los estudiantes que participaron en el estudio presentan fortalezas en los conceptos de probabilidad y muestra, pero exhiben deficiencias en la comprensión de las medidas de tendencia central, valores atípicos e interpretación gráfica. Se propuso una clasificación de los alumnos de acuerdo al número de respuestas correctas, destacó que ningún estudiante haya contestado correctamente los 7 ítems de la prueba y que la mayoría de estos (57.7%) hayan contestado la prueba de manera deficiente de acuerdo a la clasificación propuesta.

Para el análisis de asociación de las variables de género, reprobación previa de matemáticas y tipo de escuela de la que provienen de bachillerato para cada uno de los ítems de acuerdo a si fue contestado de manera correcta o incorrecta no se reportó asociación significativa de las variables.

5. CONCLUSIÓN

Se concluye que ninguno de los factores que se estudiaron (género, tipo de adscripción de escuela de egreso del nivel medio superior y reprobación previa de matemáticas) tuvo asociación significativa con las respuestas de los ítems del cuestionario sobre razonamiento estadístico. Se observó que los estudiantes tuvieron problemas para comprender conceptos de medidas tendencia central, valores atípicos e interpretación gráfica, pero existe mejor comprensión de los términos de probabilidad y muestra. Destacó que aproximadamente 6 de cada 10 estudiantes (57.7%) haya contestado menos de dos ítems correctamente. Se sugiere profundizar en el análisis de las causas que llevan a los estudiantes que

ISSN: 2594-1046

ingresan a instituciones de nivel superior sin comprender los conceptos estadísticos y a explorar otros factores como los psicológicos o culturales que pudieran estar asociados con el puntaje de la prueba.

6. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Estrada, A. (2011). Evaluación de actitudes y conocimientos estadísticos elementales de profesores de educación primaria en formación. En *Investigaciones actuales en educación estadística y formación de profesore*s. Granada: Universidad de Granada.

Estrada, A., Carmen, B., y Fortuny, J. (2004). Un estudio comparado de las actitudes hacia la estadística en profesores en formación y en ejercicio. *Enseñanza de La Ciencia*, 22(2), 263–274.

Garfield, J. (1998). The statistical reasoning assessment: development and validation of a research tool. In *The Proceedings of the 5 th International Conference on Teaching Statistics* (pp. 781–786).

Garfield, J., & Ben-Zvi, D. (2007). How Students Learn Statistics Revisited: A Current Review of Research on Teaching and Learning Statistics: How Students Learn Statistics Revisited. *International Statistical Review*, 75(3), 372–396. http://doi.org/10.1111/j.1751-5823.2007.00029.x

Juárez Duarte, J. A., y Cazares, S. I. (2014). Comprensión y razonamiento de profesores de Matemáticas de bachillerato sobre conceptos estadísticos básicos. *Perfiles Educativos*, 36(146), 14–29. http://doi.org/10.1016/S0185-2698(14)70125-4.

ISSN: 2594-1046

VOY RÁPIDO, ME DETENGO Y DESPUÉS AVANZO LENTO: ANALIZANDO GRÁFICAS DEL MOVIMIENTO

José Alberto Figueroa Varona
Universidad Autónoma de Guerrero,. josealberto.fv93@gmail.com

María Esther Magali Méndez Guevara
Universidad Autónoma de Guerrero, memmendez@uagro.mx

Resumen

El reporte será sobre una investigación inicial cobijada en: la teoría Socioepistemológica y la postura de modelación que postula el desarrollo de redes de usos de conocimientos como medio para promover una matemática funcional en el discurso matemático escolar. Compartiremos nuestros avances de investigación así como las expectativas sobre esta. Se ha diseñado una situación de aprendizaje que parte del estudio del movimiento promoviendo la modelación mediante ajustes gráficos y análisis de variaciones de distancia o velocidad en intervalos de tiempos, esto permite trastocar nociones de función, funciones a trozos, derivada y la integral de estas.

Palabras clave: Uso de gráficas, modelación, función

El cartel sintetiza una investigación en curso cuyo objetivo de investigación consiste en resinificar el uso de las gráficas durante la modelación de situaciones de movimiento, esto se hace explicito en redes de usos de herramientas matemáticas como la gráfica, los datos numérico, las expresiones algebraicas articuladas con las variaciones. En este caso se trata con comportamientos constantes, lineales y cuadráticos que llevan a la formulación de funciones a trozos.

En particular esta investigación parte de un experimento de enseñanza, desde la metodología de investigación de diseño, grosso modo consiste en una secuencia de episodios de enseñanza en los que los partícipes son un investigador-docente, uno o más alumnos y uno o más investigadores-observadores (Molina, Castro, Molina, Castro, 2011), es decir, esto es parte de un proyecto mayor, en este sentido se suceden construcciones de conocimientos en múltiples niveles y etapas, en lo particular, creo que ser parte de este proyecto me nutrirá de una experiencia en la investigación importante para mi futuro profesional.

El diseño consiste en cuatro actividades que promueven, desde la experimentación en el aula, el análisis de las condiciones de experimentación que se reflejarán, por ejemplo, en los rangos y/o dominios de las funciones, los tipos de variación o comportamientos. Dicho diseño se desarrollará con estudiantes de nivel superior, que están cursando su último ciclo escolar del programa de Licenciatura en Matemáticas, cuyo perfil académico es Matemática Educativa.

Esperamos argumentos que evidenciarán una red de usos de usos de gráficas-elementos numéricos-analíticos para modelar las situación de movimiento, entre el tipo de comportamiento que se trabajan son; constante, lineal, cuadrático. Todo esto se develará en el uso de las gráficas en donde se ponen en juego saberes sobre la derivada y la integral definida (Tocto y Méndez, 2015), mediante el análisis local y global de la gráfica en vinculación con la situación de movimiento (Méndez y Cordero, 2014). Cabe mencionar que estudiaremos las evidencias en torno a los usos de conocimientos más que la correcta aplicación de conceptos.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Méndez, M. y Cordero, F. (2014). La modelación. Un eje para la red de desarrollo de usos. En Lestón, P. (Ed.). *Acta latinoamericana de Matemática Educativa,* Vol. 27, (1603-1610). México, DF: Colegio de Matemáticas Educativa A.C. y Comité Latinoamericano de Matemática Educativa A.C. ISBN: 978-607-95306-7-9.

Molina, M., Castro, E., Molina, J. y Castro, E. (2011). Un acercamiento a la investigación de diseño a través de los experimentos de enseñanza*. Enseñanza de las ciencias, 29*(1), 75–88.

Tocto, M. y Méndez, M. (2015). Modelación y la emergencia de la integral. En F. Rodríguez (Ed.) *Acta latinoamericana de Matemática Educativa,* Vol. 28 (pp. 914-920). México, DF: Colegio de Matemáticas Educativa A.C. y Comité Latinoamericano de Matemática Educativa.

Investigación e Innovación en Matemática Educativa

ISSN: 2594-1046

Implementación de un Laboratorio de Matemáticas: Estrategia para Mejorar el Aprendizaje en Alumnos de Ingeniería la Universidad Politecnica de Pachuca

Karem Hernández Hernández
Universidad Politécnica de Pachuca. karem_hh_2011@hotmail.com

Resumen

El presente trabajo presenta una propuesta académica derivada de una investigación de matemática educativa realizada a alumnos y profesores de ingeniería de la UPP, en el que uno de los resultados más relevantes fue que por un lado los alumnos conciben las matemáticas como abstractas, no se puede usar la imaginación, difícil de aplicar en laboratorios y por otro lado los docentes identifican en los alumnos la falta de razonamiento y comunicación matemática; lo anterior originó la propuesta de implementación de un laboratorio de matemáticas cuyo objetivo coadyuve al desarrollo de competencias matemáticas, mediante el uso de software matemático Matlab y Minitab.

Palabras clave: laboratorio de matemáticas, tecnología, software matemático

De acuerdo al modelo de Educación Basado en Competencias, los manuales de las asignaturas de matemáticas tal como: Cálculo Diferencial, Cálculo Integral, Algebra Lineal, Cálculo Vectorial, Probabilidad y Estadística, Variable Compleja, Transformaciones y Series y Ecuaciones Diferenciales, diseñados curricularmente para todas las carreras de la Universidad Politécnica de Pachuca (UPP) contemplan que para lograr un aprendizaje significativo de las mismas se debe desarrollar entre otras capacidade la utilización de herramientas computacionales de cálculo numérico y simbólico. Estas van relacionadas con el desarrollo de la capacidad de análisis y síntesis para aprender, para resolver problemas, para aplicar los conocimientos en la práctica, así también para adaptarse a nuevas situaciones. Sin embargo, en la Universidad no se cuenta con un área específica donde se pueda dotar a los alumnos de esta tecnología a la que hacen referencia para el aprendizaje de las matemáticas.

En 2013 se realizó una investigación en matemática educativa referente a las representaciones sociales sobre evaluación en nivel superior, realizada en alumnos y profesores de ingeniería de la UPP (Hernández, 2013), donde se observó resultados paralelos con referencia al uso de tecnología, dentro de los más relevantes fueron que los alumnos identifican no saben usar calculadora o graficadora o se les dificulta su uso, que en su mayoría no cuentan con recursos para adquirir una laptop y/o una calculadora

ISSN: 2594-1046

graficadora, que nunca usaron un programa matemático para sus clases de matemáticas y principalmente conciben las matemáticas como abstractas, solo números, difíciles, complejas, no se puede usar la imaginación, ni el sentido común, se plantean en forma ideal, difícil de aplicar en laboratorios, por otro lado, los profesores de matemáticas identifican en los alumnos la falta de razonamiento y demostración, comunicación matemática y por lo tanto no existe buena resolución matemática.

Derivado de los resultados anteriores surgió la propuesta de un laboratorio de matemáticas, cuyo objetivo presentado fue el de implementar un laboratorio que coadyuve al desarrollo de competencias matemáticas, mediante el uso de tecnología en clase: software matemático y calculadoras – graficadoras, para satisfacer las necesidades académicas de los alumnos de la Universidad. Como lo señala Gamboa (2007), el surgimiento de diferentes software para la enseñanza de las matemáticas y su incorporación en el salón de clases, exige que sea el propio profesor de matemáticas quien introduzca conceptos de las matemáticas apoyándose en el uso de la computadora.

A finales del 2013 se hace la propuesta ante los directivos de la UPP. Fue aprobada como un proyecto integral e institucional puesto que se consideró un proyecto factible que este ayudaría a elevar la eficiencia terminal de la Universidad que es afectada por los altos índices de deserción y muchas veces debido al alto índice de reprobación en esas asignaturas. Finalmente para el 2014 se le asigna un presupuesto de $125,000.00 a través del Programa de Fortalecimiento de la Calidad en Instituciones Educativas (PROFOCIE), para la compra software matemático y cursos de actualización docente; lo que generó la necesidad urgente de buscar otras instancias para un presupuesto para la adquisición de equipo de computo. Así también, se inició la gestión interna en la UPP para la asignación de un espacio para el laboratorio de matemáticas. Para julio del 2016 por parte del presupuesto de egresos (FAM), se asignó el recurso para equipar el laboratorio, referente a equipo de cómputo y mobiliario. Actualmente la Rectoría de la institución, interesada en los resultados que pueda traer consigo esta propuesta, asignó un espacio único y exclusivamente para el laboratorio de matemáticas, está por concluirse la instalación eléctrica y la red, así como también la instalación de la licencias.

Es importante mencionar que el software adquirido para el laboratorio de matemáticas es Matlab y Minitab, el primero fue elegido para poder generar prácticas de laboratorio creando secuencias didácticas para temas de Calculo Diferencial e Integral, Calculo Vectorial, Transformaciones y Series, Algebra lineal, Variable Compleja, Ecuaciones Diferenciales, Métodos Numéricos y el Minitab apoyará

ISSN: 2594-1046

a abordar temas de Probabilidad y Estadística. Esta implementación también ha traído como consecuencia la creación de una Academia de Matemáticas, debido a que es un proyecto con mucho trabajo que realizar en la que dos de sus funciones principales serán las siguientes:

Plantear estrategias que ayuden a mejorar el nivel académico de los alumnos así también para contribuir a la profesionalización del docente de matemáticas.

Plantear actividades de apoyo curricular, tales como prácticas de laboratorio, diseño y elaboración de materiales de apoyo, diseño de talleres y/o cursos asociado a las asignaturas de interés y gran demanda a los alumnos de ingeniería, asesorías matemáticas

Es importante señalar que esta experiencia académica tiene el interés de mostrar el camino que puedan tomar otras universidades bajo el mismo sistema de la UPP. Es importante compartir este tipo de experiencias que ayudan a reforzar el aprendizaje de las matemáticas principalmente en las universidades, porque este nivel exige al igual que todos los niveles educativos la misma atención en esta área, sin embargo, muchas veces en nivel superior se deja de atender “el aprendizaje de las matemáticas” porque se dice que ya está implícitas en muchas asignaturas propias de las carreras de ingeniería.

El reto como cualquier propuesta es generar la aceptación del uso de tecnología en aula. Es el dar a conocer a los docentes como pueden implementar a una secuencia didáctica o a una clase la explicación de alguna definición matemática mediante el uso de software matemático. Esto se dejará ver en los próximos trabajos de la Academia de Matemáticas, así como también está el compromiso de dar buenos resultados mediante la propuesta que en este trabajo se ha expuesto inicialmente, que es utilizar herramientas computacionales de cálculo numérico y simbólico que van relacionadas con el desarrollo de la capacidad de análisis y síntesis para aprender, para resolver problemas y para aplicar los conocimientos en la práctica.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Gamboa, R. (2007). *Uso de la tecnología en la enseñanza de las matemáticas*. Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática 3, pp.11-44.

Hernández, K.(2013). Representaciones sociales sobre evaluación en matemáticas en nivel superior (Tesis de Maestría). CICATA IPN, México.

Investigación e Innovación en Matemática Educativa

ISSN: 2594-1046

TEOREMA DE BAYES: HACIA UNA DETERMINACIÓN DE ELEMENTOS DE SU CONSTRUCCIÓN Y SIGNIFICADO

Cristian Paredes Cancino
Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del IPN, cristian.paredes@cinvestav.mx

Ricardo Cantoral Uriza
Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del IPN, rcantor@cinvestav.mx

Resumen

En el presente cartel se mostrarán los avances de una investigación en desarrollo que pretende indagar sobre aquellos significados y contextos presentes en la construcción del Teorema de Bayes. Para el desarrollo de este trabajo se considera como fundamento teórico a la Socioepistemología, la cual plantea un cambio de relación al conocimiento vía una problematización del conocimiento matemático. De la problematización del Teorema de Bayes se espera identificar los elementos esenciales, de modo que la articulación de estos, aporte a la resignificación del tópico matemático y desarrollar nuevas interpretaciones.

Palabras clave: Teorema de Bayes, Probabilidad Condicional, Pensamiento Variacional, Problematización del conocimiento matemático

En el siguiente trabajo se presenta una investigación en proceso que tiene como finalidad determinar los significados y contextos presentes en la construcción del Teorema de Bayes. Para tal fin se destacan algunos elementos que componen dicho estudio.

La probabilidad condicional toma en cuenta la información en cuanto a la ocurrencia de un evento, para predecir la probabilidad de otro(s) evento(s). Por tanto, este concepto se puede ampliar para la revisión de las probabilidades basadas en nueva información mediante el Teorema de Bayes, el cual permite refinar las estimaciones acerca de la probabilidad de que un fenómeno pueda llegar a producirse a la luz de la nueva evidencia obtenida. El Teorema de Bayes será nuestro conocimiento matemático que estará jugando un rol principal en esta investigación.

Una de las líneas más desarrolladas de la investigación en didáctica de la estadística y probabilidad ha sido el estudio de errores y dificultades de los estudiantes. Por ejemplo en el trabajo de Díaz y de la Fuente (2005) sobre la probabilidad condicional se destacan las siguientes dificultades en la compresión de este conocimiento: los estudiantes no tienen en cuenta las probabilidades a priori en el cálculo de la probabilidad inversa, confunden el evento condicionante con el condicionado y entre las

ISSN: 2594-1046

probabilidades condicionales y las probabilidades conjuntas, también está presente la falacia del eje del tiempo la cual consiste en suponer que el suceso condicionante precede al condicionado.

En los cursos de estadística y probabilidad prevalece una ausencia de significado, en específico, del Teorema de Bayes, por lo que es necesario buscar alternativas de acercamiento a su definición; que no baste con lo que se presenta en su tratamiento escolar en el cual se privilegia procedimientos algorítmicos. Por otra parte, existe una ausencia de desarrollo de ideas variacionales en el estudio de lo estocástico a nivel de bachillerato (Fernández, Andrade y Sarmiento, 2009), por lo que es necesario determinar elementos que permitan la construcción y resignificación del teorema de bayes, proponiendo su estudio mediante situaciones que pongan en juego la predicción.

Es así que esta investigación se interesa y orienta en indagar sobre las siguientes preguntas de investigación: ¿Cuáles son los elementos que permiten la construcción y significación del Teorema de Bayes? y ¿Cómo se presenta el pensamiento y lenguaje variacional en la construcción del teorema de Bayes?

La postura que tomamos para el desarrollo de esta investigación es la Socioepistemología, dicha perspectiva plantea una descentración del objeto matemático y sitúa el fenómeno de estudio en un contexto más amplio que el puramente matemático, para evidenciar así que los conocimientos matemáticos tienen un origen asociado a un conjunto de prácticas humanas que favorecen la necesidad de su aprendizaje y que son aceptadas y establecidas socialmente (Cantoral, 2013). Es decir, la Socioepistemología reconoce que no sería posible hablar de los saberes matemáticos como actualmente se conocen, si no se problematizan en razón de las circunstancias en que se construyeron o desarrollaron.

En este sentido, se genera un cambio de relación al conocimiento, es decir, construir una nueva interpretación del objeto matemático. Por tanto que en este trabajo, se desarrolle una problematización del Teorema de Bayes, con el objetivo de reconocer las prácticas ligadas a este objeto matemático y los significados mediante su uso.

Como metodología del trabajo, planteamos los siguientes momentos que permitan generar una reconstrucción e interpretación del teorema de Bayes. La primer etapa corresponde a una revisión documental respecto a la probabilidad condicional y en particular el teorema de bayes. Como segunda

ISSN: 2594-1046

etapa la búsqueda y lectura de obras matemáticas de autores que abordaron dicho teorema. En el tercer momento se considera un análisis socioepistemológico de dichas obras (génesis y evolución de este conocimiento matemático). La cuarta etapa concierne a la reconstrucción e interpretación del teorema a partir de los elementos esenciales identificados. Como último momento evidenciar las practicas que ayudaron a construir dicho objeto.

Como resultado de este trabajo se espera identificar los elementos esenciales de su construcción, es decir, una caracterización de la construcción del Teorema de Bayes. De manera que la articulación de estos elementos evidenciados contribuya a la resignificación de este tópico matemático. Además se postula la generación de un nuevo tratamiento escolar en lo que atañe a lo estocástico, mediante la puesta en juego de ideas variacionales, es decir, donde se involucre el análisis del cambio y la necesidad de predecir. Estas ideas permitirían argumentar que el estudio de la variación desde una perspectiva estocástica tiene una importancia tan relevante como la que se plantea para el pensamiento variacional desde el álgebra y el cálculo.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Cantoral, R. (2013). Teoría socioepistemológica de la matemática educativa. Estudios de la construcción social del conocimiento. Barcelona: Gedisa.

Díaz, C. y de la Fuente, I. (2005). Razonamiento sobre probabilidad condicional e implicaciones para la enseñanza de la estadística. *Epsilon*, 59, 245-260.

Fernández, F., Andrade, L. y Sarmiento, B. (2009). La idea de variación en la educación estadística. En C. Rojas (Comp.). *Memorias VIII Encuentro Nacional de Educación Matemática y Estadística*, 1-10. Colombia: Universidad Pedagógica y Tecnológica de Colombia.

Investigación e Innovación en Matemática Educativa

ISSN: 2594-1046

FUNCIONES MATEMÁTICAS EN EL VOLEIBOL

Ángel Uriel Morales González
Centenaria y Benemérita Escuela Normal del Estado de Querétaro Andrés Balvanera,
moralesgonzalezuriel47@gmail.com

Yocelin Hernández Domínguez
Centenaria y Benemérita Escuela Normal del Estado de Querétaro Andrés Balvanera,
hernandezdominguezyocelin@gmail.com

Resumen

Las matemáticas se encuentran en todo nuestro contexto, por lo cual vamos a ver la problemática para la resolución de actividades en deporte con énfasis en voleibol, tomando en cuenta que los alumnos conocen las trayectorias de los movimientos del balón: Saque: es una función lineal; saque bajo: es una función cuadrática; saque alto: es una función mixta. Pero no saben cómo aplicarlas e inventar estrategias de resolución, se pretende hacer más didáctico estos gráficos y así de manera visual ellos puedan complementar su aprendizaje también junto con un conjunto de problemas matemáticos contextualizados con el deporte.

Las matemáticas se encuentran en todo nuestro contexto, en la escuela el alumno sólo conoce lo superficial de matemática y deporte, el proceso de enseñanza aprendizaje debe reflejar la vida que rodea al estudiante para que de esta manera los puedan motivar, interesar, instruir, educar y desarrollar, en esencia lograr los objetivos y el fin de la educación. Se creará un modelo matemático en el cual a través de un cartel se verificaron los ejercicios de matemáticas en el voleibol, gráficamente se visualizarán las acciones del balón y jugador.

En el modelo tradicional, las matemáticas generan muchas tensiones y pérdidas en los estudiantes por la falta de didácticas en su enseñanza y aprendizaje, a pesar de que el Conductismo era un modelo de premios y castigos ayudó mucho al desarrollo de la capacidad crítica y reflexiva desde la mirada de los comportamientos de los estudiantes, pero muy especialmente por los ejercicios que se formulan en clase. En lo social, la enseñanza de lo matemático es enfocada a lo cotidiano, pero para enfocar análisis y crítico desde la igualdad. Aunque una mejor capacidad de dividir. El constructivismo a lo largo de su existencia ha logrado no sólo que los estudiantes se les quite el miedo al conocimiento, su reflexión y su práctica deportiva sino que lo confronte con otras miradas para ver diversas formas de resolución (Piaget. 1979).

ISSN: 2594-1046

Pero antes que nada una mejor capacidad de los seres humanos de interactuar con el mundo, por lo cual vamos a ver la problemática para la resolución de actividades en deporte con énfasis en voleibol, tomando en cuenta que los alumnos conocen las trayectorias de los movimientos del balón:

1. Saque: es una función lineal

2. Saque bajo: es una función cuadrática

3. Saque alto: es una función mixta

Una función es una correspondencia entre los elementos de un conjunto de partida, llamado dominio, y los elementos de un conjunto de llegada, llamado codominio, de forma tal que a cada elemento del dominio le corresponde uno, y solo uno, en el codominio. Una función lineal es una función polinómica de primer grado, en una gráfica se representa como una línea recta y se escribe: $f(x) = mx + b$, una función cuadrática es una función polinómica de segundo grado que se escribe: $f(x) = ax^2+ bx + c$.

Pero no saben cómo aplicarlas e inventar estrategias de resolución, se pretende hacer más didáctico estos gráficos y así de manera visual ellos puedan complementar su aprendizaje (Piaget, 1920). También junto con un conjunto de problemas matemáticos contextualizados con el deporte la enseñanza de las matemáticas desde los modelos pedagógicos simplemente busca responder a la pregunta de la pedagogía ¿Qué es educar? ¿Por qué matemáticas y deporte? ¿Cómo se implementan las estrategias de un juego? ¿Cuál es la importancia de la educación? ¿Cómo se forma un sujeto desde lo matemático y el deporte para la sociedad? Pero en nuestros tiempos no es sólo la pedagogía sino unas demandas sociales y culturales que se ven enmarcadas en los estándares básicos de competencias en matemáticas.

Anteriormente en experiencias el juego de voley en las escuelas no le toman muy en cuenta sus fundamentos ellos creen que solos es darle el golpe y que pase la red, pero esto debe de llevar cierta fuerza y límite. Los alumnos no saben estimar resultados e inventar sus propias estrategias de juego se visualizó que las direcciones de los golpes marcan ciertas funciones matemáticas lo cual son líneas o parábolas imaginarias, las conocen pero no se imaginan donde las pueden manipular para un mejor arranque (Sullivan, 1995).

ISSN: 2594-1046

El objetivo planteado en la introducción se cumplió ya que se pudo observar a lo largo del desarrollo del trabajo los diferentes usos de las funciones y, al haber también estudiado las ecuaciones matemáticas, queda como un modelo que podemos aplicar frente a cierta problemática.

Tras el estudio de las funciones matemáticas, podemos concluir en que son muy importantes tanto para las matemáticas como para muchas otras ciencias como en el deporte principalmente enfatizado en el voleibol ya que se puede estimar un resultado a partir de los gráficos, posiciones y fundamentos teóricos de dicho deporte también es importante tomar en cuenta los conocimientos previos del alumno sobre el álgebra ya que se pueden crear estrategias de juego en sus diferentes roles y posiciones.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Piaget, J. (1979). *Psicología educativa. 1990, de pedagogía educativa* Sitio web: http://books.google.com/booksid=XAXLGnaFFL8C&pg=PA73&dq=teoria+del+adolescente+jean+piaget&hl=es-419&sa=X&ved=0ahUKEwiJz-zDmOLOAhVGKh4KHS_LBG0Q6AEIHjAB#v=onepage&q=teoria%20del%20adolescente%20jean%20piaget&f=false

Piaget J, *Psicología del niño*. Madrid 1920; Ed. Morata. 10 ed.

Sullivan, E (1995). ¿Sabías que utilizas matemáticas cuando realizas deporte? *Matemáticas en los deportes*, 15

Investigación e Innovación en Matemática Educativa

ISSN: 2594-1046

SERPIENTES Y ECUACIONES

Peregrino Hinojosa Karla Natalia
Centenaria y Benemérita Escuela Normal del Estado de Querétaro,
peregrinohinojosakarlanatalia@gmail.com

Resumen

En Matemáticas se aborda el tema de Ecuaciones Cuadráticas en 3º de Secundaria, es un tema de bastante trabajo en cuanto a ejercicios. El estudiante por lo regular llega con déficit en el procesamiento de operaciones básicas. Además se observa en el despeje de las ecuaciones el mal entendimiento a la Ley de Signos, entre otros, que les dificulta desarrollar y entender el tema. Con el material didáctico que he implementado que es Serpientes y Ecuaciones, además de desarrollar un aprendizaje permanente por medio de una experiencia divertida, también busco cierta motivación para que jueguen y se diviertan entre ellos.

Palabras Clave: álgebra, material didáctico, ecuaciones, cuadráticas, aprendizaje

Durante mis prácticas como futuro docente, encontrándome en tercer semestre de la Licenciatura en Educación Secundaria con especialidad en Matemáticas, las problemáticas que he observado en el tema de Ecuaciones Cuadráticas son que los estudiantes vienen con una carencia en el procesamiento de *operaciones básicas*, además de la falta de comprensión de la *Ley de los Signos.* Ello se ve reflejado en el despeje al realizar las operaciones correspondientes, lo cual los lleva a un resultado erróneo que se podrá observar al momento de graficar o simplemente en el procedimiento les obstaculizara su seguimiento, y primordialmente tiende a dificultar más la posibilidad de resolver una ecuación cuando observan que está una incógnita a lado de un coeficiente y casi automáticamente se bloquean y dicen "no maestra no sé resolverlo".

Es por eso que he implementado un material didáctico llamado "Serpientes y Ecuaciones" en cual además de desarrollar una gran motivación en todos los estudiantes. También se favorecen algunos estilos de aprendizaje, tales son el aprendizaje mediante la lectura y escritura ya que durante la actividad tienen que despejar las ecuaciones y mostrar su procedimiento y resultado por medio de un tablero. Otro que se implementa es el kinestésico ya que se trabaja con dados gigantes y además el tablero del juego es de tamaño humano, lo cual llama bastante la atención así es que puede resultar favorable para aquellas personas que tienen un estilo de aprendizaje visual.

Por medio de este material se puede identificar en el estudiante áreas de oportunidad como retroalimentar y verificar en qué sigue fallando para mejorarlo en el aula, ya que es un tema que tiene riqueza por lo teórico y práctico. La manera más adecuada sería corregir lagunas de conocimiento en este espacio. La actividad que propongo ha sido realizada fuera del salón, en áreas como el arco techo o patio de la escuela.

Con dicho material pretendo ir cumpliendo cada día con los *12 principios pedagógicos*, ya que se implementan muchos de ellos, y en cada observación verifico qué mejoras se puedan hacer para que sea un material verdaderamente perfecto. El principio pedagógico que principalmente se fortalece es el de *Poner énfasis en el desarrollo de competencias, el logro de los Estándares Curriculares y los aprendizajes esperados*. Me basé en este principio ya que durante mi corta experiencia como futura docente he observado que los estudiantes muestran gran interés por competir entre ellos mismos y al mismo tiempo están aprendiendo y por mi parte estoy aprendiendo de ellos y haciendo evaluaciones.

Por otra parte se espera que el material promueva y cumpla con los aprendizajes esperados que debe obtener el estudiante y estos están plasmados en la *Propuesta Curricular para la Educación Obligatoria 2016.* En la que se menciona lo siguiente: los estudiantes deberán *formular y resolver ecuaciones cuadráticas de una incógnita al resolver problemas.*

La aplicación de esta actividad ha tenido muy buena aceptación las 2 ocasiones que ha sido realizada, ya que despierta en el estudiante gran interés, además de que para ellos es muy divertido jugar entre sí mismos y obtener una pequeña recompensa. Por lo tanto se ve una gran participación por aquellos estudiantes que en ocasiones se muestran apáticos en el desarrollo de algunas actividades, aquellos que son hiperactivos y en la mayoría de ocasiones también se ven involucrados los estudiantes introvertidos.

Es muy grato para mí saber que he diseñado un material didáctico y que ha tenido éxito durante las aplicaciones que he experimentado, con ello pretendo hacer una clase más divertida en la asignatura de Matemáticas para que los estudiantes dejen por un lado su temor al enfrentarse con los ejercicios que ahí se les presenten.

Como reflexión establezco que es bueno arriesgarse e innovar la enseñanza de las matemáticas y además convertir el día a día de los estudiantes en una oportunidad más para adquirir conocimientos, con materiales pedagógicos y lo esencial que es el conocimiento que el docente les va a transmitir.

Investigación e Innovación en Matemática Educativa

ISSN: 2594-1046

PROBLEMAS COMBINATORIOS EN TELESECUNDARIA

Agustín Solano López
Universida Autónoma de Guerrero, solano.agustn@yahoo.com

Elika S. Maldonado Mejía
Universidad Autónoma de Guerrero, elikamm@gmail.com

Resumen

En este trabajo se muestran problemas combinatorios, presentados como actividades didácticas en los libros de texto para el alumno de escuelas Telesecundarias y los modelos combinatorios implícitos en estos problemas, pues consideramos relevante que el profesor de matemáticas tenga conocimiento de ello para su puesta en práctica con buenos resultados.

Palabras clave: modelo combinatorio, Problemas combinatorios, Libros de texto y Telesecundaria

En este trabajo se presenta la revisión y el análisis de los problemas combinatorios en los libros de textos para el alumno en la modalidad de Telesecundaria. Esto implica reconocer las componentes de los problemas combinatorios que se implementas para los grados de primero y de segundo, por lo tanto es preciso desmenuzar la forma en que se plantea cada tema en ambos grados para especificar los tipos de problemas combinatorios, la aplicación de estos en su vida cotidiana y las posibles dificultades que se pudieran presentar, de acuerdo a su naturaleza y a los elementos que se consideran en estos problemas.

Como profesor rural en una comunidad de la Sierra Madre del Sur del Estado de Guerrero de una escuela Telesecundaria es preciso señalar que en mi formación de licenciatura en Educación Primaria no se revisó de manera concreta contenidos de problemas combinatorios. Sin embargo, con el nombramiento Maestro de Telesecundaria mediante un examen de oposición presentado en el año de 2009, se originó la necesidad de conocer con argumentos y razonamientos sólidos el manejo de los problemas combinatorios.

De acuerdo con Piaget e Inhelder (1951, citado por Navarro-Pelayo, et al., 1996) la capacidad combinatoria permite el usa adecuado de la idea de probabilidad. En este sentido, es que interesa mostrar ¿Cuáles son los modelos combinatorios implícitos en los problemas de conteo en los libros de texto para el alumno de Telesecundaria?

De acuerdo con Ramos-Hernández (2016), se considera que, dentro de la matemática, la base para la comprensión de los conceptos probabilísticos formales la representa el desarrollo de un razonamiento combinatorio correcto. Sin embargo, Rivera (2013) muestra que los elementos de la combinatoria aprendidos en la educación primaria son: conjuntos, relación, permutación y principio multiplicativo; y que en los textos de los últimos grados de primaria, se habla de situaciones donde *el orden no influye* sin reconocer específicamente que se trata de la técnica de conteo *combinación*. Además, que el término combinación se utiliza indistintamente para referirse al resultado de un problema combinatorio. Es así que, se considera importante identificar los modelos implícitos en los problemas de tipo combinatorio que se presentan en secundaria, caso particular en la modalidad Telesecundaria.

Navarro-Pelayo, V., et al. (1996) plantean tres *modelos combinatorios implícitos*, y son: *selección*, enfatiza la idea de muestreo, *colocación*, se relaciona con el concepto de aplicación y *partición* o división de un conjunto en subconjuntos. Respecto del modelo de *selección* se considera un conjunto de *m* objetos (regularmente distintos), de los cuales se extrae una muestra de *n* elementos. Los verbos claves que generalmente se refieren a la idea de muestreo son seleccionar, coger, extraer, sacar, tomar, etc.

En un problema cuando se refiere a la *colocación* es de una serie de *n* objetos en *m* celdas. Los verbos que podrían considerarse son: colocar, aparcar, introducir, asignar, guardar, etc.

Por último, si lo que se quiere es dividir un conjunto de *n* objetos en *m* subconjuntos, se efectúa la *partición* de un conjunto. Los verbos clave pueden ser: dividir, partir, descomponer, separar.

Los problemas combinatorios en las escuelas Telesecundarias se trabajan en la secuencia 8 del libro de primer grado, volumen 1, así como en la secuencia 9 del libro para el alumno de segundo grado, volumen 1 del año 2006; las cuales se desarrollan a través de problemas de conteo en sesiones de 50 minutos, para estas se destinan 4 sesiones para primer grado y 3 sesiones para segundo grado.

En el caso de primer grado, implica que los alumnos observen, analicen e identifiquen situaciones que es posible resolverlas mediante el recuento o enumeración, también puede implementar procedimientos personales y obtener una alternativa de solución. Esto implica generar conocimientos previos para seguir avanzando con los contenidos y aplicar un conteo mediante tablas, diagramas de árbol o algún código, posteriormente dar pauta para utilizar la regla del producto y por último realizar inferencias de los procedimientos sistemáticos de conteo.

ISSN: 2594-1046

Para el segundo grado, se requiere que los jóvenes adviertan procedimientos sistemáticos de conteo en situaciones problemáticas en las que no resulta práctico contar los casos uno por uno, también se presenta actividades donde razonarán sobre situaciones en las que importa el orden y en las que no importa. Por último, se encuentran actividades didácticas donde se necesita hallar soluciones para repartir varios objetos.

Grosso modo, de la revisión hecha de los libros de matemáticas I y II, se tiene que los modelos combinatorios implícitos son:

- Los problemas de conteo de la secuencia 8 de primer grado (Tabla 1).
- Los problemas conteo de la secuencia 9 de segundo grado (Tabla 2).

Sesiones	Modelo combinatorio
1. ¿Cuántos caminos hay?	Colocación
2. ¿De cuántas formas?	Selección
3. ¿Cuántos viajes hay…?	Selección
4. Otros contextos	Selección

Tabla 1. Problemas de conteo de la secuencia 8. Primer grado, volumen 1.

Sesiones	Modelo combinatorio
1. ¿Cómo nos estacionamos?	Colocación
2. La casa de la cultura	Colocación
3. Reparto de dulces	Partición o división

Tabla 2. Problemas de conteo de la secuencia 9. Segundo grado, volumen 1

Estos análisis realizados nos aportarán información sustantiva para la verificación de los planteamientos de los contenidos presentados para la correcta práctica de los problemas combinatorios en la escuela Telesecundaria, tanto para el profesor como para el estudiantes.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Navarro-Pelayo, Bataner C. y Godino J.D. (1996). Razonamiento combinatorio en alumnos de secundaria. *Educación Matemática, 8*(1), 26-39.

Ramos-Hernández, MN (2016). *La combinatoria en la educación primaria: una alternativa de enseñanza.* Tesis de Maestría no publicado. Universidad Autónoma de Guerrero, Guerrero, México.

Rivera, MI. (2013). *Elementos de la combinatoria en la Educación Primaria.* Tesis de Maestría no publicado. Universidad Autónoma de Guerrero, Guerrero, México.

Investigación e Innovación en Matemática Educativa

ISSN: 2594-1046

ENTRETENGÁMONOS SOLUCIONANDO Y DESCOMPONIENDO

María Adriana González de Santiago
Centenaria y Benemérita Escuela Normal del Estado de Querétaro Andrés Balvanera,
gonzalezdesantiagoadriana@gmail.com

María Elizabeth Sánchez Prado
Centenaria y Benemérita Escuela Normal del Estado de Querétaro Andrés Balvanera,
sanchezpradoelizabeth@gmail.com

Resumen

La solución de ecuaciones cuadráticas por medio de factorización es uno de los temas que representa dificultad en los estudiantes. Como experiencia estudiantil logramos ver esto en muchos compañeros de secundaria, por lo cual proponemos el plasmado de una experiencia acerca de una actividad lúdica donde se reflejé aumento de la curiosidad e interés en los estudiantes al lograr hacer una actividad entretenida y atractiva. Se fortalece el pensamiento lógico matemático que los lleve desde la introducción del tema poniendo en práctica diferentes habilidades con la idea de que el estudiante se divierta y al mismo tiempo aprenda un nuevo tema.

Palabras clave: Material didáctico, Algebra, fortalecer, lógica, curiosidad.

1. SOLUCIÓN DE ECUACIONES CUADRÁTICAS A TREVÉS DE LA FACTORIZACIÓN

La resolución de ecuaciones cuadráticas siempre ha sido uno de los temas que ha traído consigo una serie de confusiones para los estudiantes, de acuerdo con nuestra experiencia estudiantil sabemos que existen diversas métodos para la solución de ecuaciones de segundo grado pero una en particular era la que más confusión traía para la mayoría de nuestros compañeros y por lo tanto era más tardado de entender “la factorización”.

Actualmente como docentes en formación con especialidad en Matemáticas cursando el tercer semestre hemos podido comprobar mediante nuestras prácticas de observación que se sigue dando esta situación por ello hemos desarrollado una actividad apoyada en la nueva propuesta curricular para la educación obligatoria 2016 que pide como uno de los puntos clave el pensamiento lógico matemático, con el cual proponemos un material didáctico que aumente las posibilidades de comprensión del conocimiento de una forma más práctica.

Se llama factores o divisores de una expresión algebraica a la expresión algebraica que multiplicadas entre si dan como producto la primera expresión, por lo tanto factorizar una expresión algebraica es convertirla en el producto indicado de sus factores. Este tema es abordado por los jóvenes de secundaria y es muy importante el entendimiento del significado de factorizar para establecer la utilidad de esta, ya que podemos hacer más claro el trabajo y aplicar su aprendizaje a la vida cotidiana, permitiendo resolver dificultades con mayor precisión, fortalecer el conocimiento de contenidos, ofrecer un aprendizaje en habilidades, además de que favorece el desarrollo lógico en el estudiante.

La actividad que proponemos se basa en las principales ideas del aprendizaje de Piaget (2008) en donde la estimulación y el desarrollo de la curiosidad juegan un papel muy importante para lograr un aprendizaje en los estudiantes mediante el juego, teniendo en cuenta también el generar retos para que los educandos muestren motivación por el aprender nuevos conocimientos. La estrategia de la didáctica toma mucha relevancia en estos tiempos y más en los temas de matemáticas, Aguirre (2008) da relevancia a que México es uno de los países con más alta deserción del nivel secundaria. Esto es realmente preocupante pues tenemos que trabajar muy arduo ya que una materia considerada menos aprobatoria es precisamente matemáticas. Cabe mencionar que también es la materia que, a través del tiempo, ha sido estereotipada poniéndola como una asignatura difícil de comprender debido a la forma en la que se transmiten los contenidos. En cambio si nos damos a la tarea de crear formas más didácticas entretenidas y sobre todo que aumente la curiosidad del educando mediante recursos didácticos podremos combatir de alguna forma este problema y aumentaremos las posibilidades de encontrar gusto por las matemáticas.

La realización de esta actividad se sustenta en un principio pedagógico que refiere a generar ambientes de aprendizaje la actuación del docente en implementar la estrategia debidamente pensada en el joven y en su proceso de aprendizaje esto se muestra con la creación de la actividad que es pensada con el fin principal de facilitar el conocimiento de forma entendible para el estudiante. Al mismo tiempo damos pie para trabajar otros principios pedagógicos como el trabajo en colaboración para construir y usar materiales educativos para fortalecer el aprendizaje, al usar el material didáctico permitirá un trabajo colaborativo para lograr los objetivos y también nos permitirá poner en práctica una de las competencias para la vida "competencia para la convivencia" en donde relacionarse con los demás de forma armónica a través del juego nos lleva a cumplir con el objetivo puntualizado.

2. ACTIVIDAD DIDÁCTICA A DESARROLLAR

Proporcionar a un grupo de alumnos bloques de unicel teniendo escritas la medida de sus lados en los cuales tendremos un cuadrado de lado "X" o la literal que se elija, la instrucción será formar una figura con cuatro ángulos rectos.

ISSN: 2594-1046

Al formar la figura, proporcionar un pedazo de hoja en donde hagan las operaciones necesarias para obtener el área de dicha figura se debe tener presente que la multiplicación de los lados te den como resultado una ecuación de segundo grado, lo cual permitirá que los estudiantes se den cuenta que el producto de dos términos te dan una ecuación, en este caso será la llamada ecuación cuadrática o ecuación de segundo grado.

Lo recomendable es evitar dar una explicación de lo que sucede, sino plantear preguntas guiadas para que ellos lleguen a acercarse mucho al conocimiento conforme a lo que realizaron en la actividad, como objetivo que entiendan que una factorización es la descomposición de dos términos para darnos un producto, es decir aplicaremos la teoría en la práctica manipulando las figuras.

Se pondrán varias ecuaciones cuadráticas a la vista y proporcionaremos nuestro memorama a los alumnos para que busque parejas que multiplicados den algunas de la ecuaciones que se muestran, verificando que sea la pareja correcta de acuerdo a la multiplicación. El equipo que logre juntar más parejas será el ganador.

El reto que tendrá la persona que conduzca el juego es ser muy activo, fortalecer el juego animando a sus participantes y hacer del juego algo atrayente. puedes ir aumentando la dificultad poniendo retos de tiempos y según se considere se jugara por equipos o de forma individual.

Esta actividad permitirá que el estudiante comprenda el proceso para factorizar y saber resolver ecuaciones de una manera divertida y sobre todo entretenida.

Lo que pretendemos con el cartel es plasmar la vivencia de nuestra actividad, dar esos puntos clave del entretenimiento que logre provocar en los jóvenes curiosidad, interés, diversión y sobre todo satisfacción. De la misma forma hacerlos vivir nuevas experiencias escolares, ilustrar y dar a conocer un contenido matemático tal vez atemorizante para los alumnos y mostrar la experiencia de otros que reflejen las ganas por aprender.

3. REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS

Piaget, J. (2008). *Las formas elementales de la dialéctica*. Barcelona: gedisa.

Aguirre, M. (2008). *Educación en México, centro de estudios sociales y de opinión pública*. México: Impala. SEP (2011).

Investigación e Innovación en Matemática Educativa

ISSN: 2594-1046

TABLERO FACTORIZADOR

José Juan Mendoza Mendoza
Centenaria y Benemérita Escuela Normal del Estado de Querétaro, mendozamendozajosejuan1@gmail.com

Israel Morales Romero
Centenaria y Benemérita Escuela Normal del Estado de Querétaro, moralesromeroisrael1@gmail.com

Resumen

Un tablero que tiene la función de facilitar el contenido de descomposición factorial. El objetivo es aplicarse en secundaria para que los educandos aprendan de forma sencilla y por medio de procedimientos a resolver mediante factorización ecuaciones cuadráticas completas y/o incompletas. Este material de apoyo fue realizado en base al análisis de obras de autores como Jean Piaget y Aurelio Baldor, en base a los propósitos y estándares marcados en el plan de estudios de secundaria, matemáticas y a la reciente propuesta curricular para la educación obligatoria. Es una herramienta de fácil aplicación y que puede utilizarse en diversos contextos.

Palabras clave: Tablero, ecuaciones, descomposición factorial, álgebra

Uno de los contenidos más complicados para los estudiantes de educación básica en secundaria es la descomposición factorial. Algunas de las principales dificultades que pudimos apreciar en nuestra experiencia como estudiantes de tercer semestre de la licenciatura en educación secundaria con especialidad en matemáticas y en las prácticas de observación son: el uso de las leyes de los signos al momento de multiplicar términos positivos con negativos o viceversa. No se cuentan con bases firmes sobre estas leyes y en varias ocasiones al momento de operar existe confusión para aplicarlas, además la identificación de términos comunes dentro de la ecuación que nos servirán para factorar, ya que existe la confusión de elección al tomar como términos comunes incógnitas o coeficientes, por último la ubicación de los signos de agrupación, en este caso, el no saber ubicar los paréntesis correctamente en una ecuación.

Según Piaget los individuos de 12 años de edad en adelante se encuentran en la etapa del “estadio de las operaciones formales” (Reeduca, 2009).

La propuesta curricular 2016 *marca el pensamiento matemático como un campo formativo* y nos dice que este campo se ocupa del desarrollo de operaciones racionales involucradas específicamente con *el razonamiento lógico*, el cual se utiliza en diversas disciplinas y es útil para tomar decisiones en la vida diaria. Además nos habla de *materiales de apoyo* que respaldarán la planeación de clase de los docentes, ofrecerán ideas innovadoras y proporcionarán herramientas para valorar el avance en el nivel de dominio y el desarrollo de *las competencias de los estudiantes* (SEP,2016).

Se toman en cuenta algunos de los propósitos de la educación básica en cuanto al estudio de las matemáticas como:

Que los estudiantes *desarrollen formas de pensar que les permitan formular conjeturas y procedimientos* para resolver problemas, y elaborar explicaciones para ciertos hechos matemáticos.

Utilicen diferentes técnicas o recursos para lograr de forma eficiente utilizar procedimientos y resolver problemas (SEP, 2011).

Por lo tanto, el trabajo que presentamos está pensado para utilizarse en grupos de 3er grado de secundaria y para favorecer el tema de la descomposición factorial. Para ello utilizaremos un tablero que nos servirá como un filtro para factorar ecuaciones, basándonos en 3 de los *10 casos de descomposición factorial* que se proponen en el libro de álgebra: caso III.- trinomio cuadrado perfecto, caso VI.- trinomio de la forma $x^2 + bx + c$, caso VII.- trinomio de la forma $ax^2 + bx + c$ (Baldor, 1997).

De acuerdo con la teoría de Piaget, desde los 12 años en adelante el cerebro humano estaría potencialmente capacitado para las funciones cognitivas realmente abstractas, puesto que ya estarían afianzadas todas las nociones de conservación, existiría la capacidad para resolver problemas manejando varias variables, habría reversibilidad del pensamiento y se podría así acceder al razonamiento hipotético deductivo. Lo cual favorece el uso e implementación del "tablero factorizador" ya que existiría un análisis de las situaciones y los problemas planteados por parte de los estudiantes que en este periodo deberían encontrarse en el estadio de las operaciones abstractas y de no ser así, el tablero estimulara las funciones cognitivas abstractas del estudiante haciendo que este vaya más allá del pensamiento lógico y analice los procedimientos que va realizando con el tablero.

El "tablero factorizador" da lugar al desarrollo de procedimientos establecidos para la resolución de problemas, en este caso la descomposición factorial, ya que los estudiantes tendrán que seguir una serie de pasos y/o procedimientos que marca el tablero para llegar a un resultado. Además propicia el uso de la lógica y la toma de decisiones al momento de elegir que caso de factorización es el adecuado para resolver algún problema planteado, los estudiantes desarrollarán la capacidad de análisis formulándose preguntas sobre cómo se ha llegado a ciertos resultados desde el tablero y observando con detenimiento los pasos que se siguieron, aprenderán técnicas para factorar y trabajarán en equipo o de manera individual.

El tablero tiene como objetivo principal que los estudiantes aprendan a factorar ecuaciones cuadráticas y funciona de tal manera que al colocar una ecuación cuadrática en él, el estudiante podrá interactuar con la ecuación colocando signos y números en las respectivas casillas del tablero que previamente marcan el correcto uso de signos de agrupación, signos de operación y la posición tanto de las incógnitas como de los coeficientes, de este modo, después de seguir los pasos que marca el tablero, lograremos llegar a la descomposición factorial de dicha ecuación. Es importante que al momento de utilizarlo en el aula se den diversos ejemplos del funcionamiento y se experimente con diversas ecuaciones para que el educando pueda utilizarlo como una herramienta que le servirá para lograr la comprensión y el aprendizaje del tema de descomposición factorial. Además de facilitar el ejercitamiento de situaciones factoriales, con el “tablero factorizador” se logra que después de cierto tiempo de práctica, el educando ya no necesite más esta herramienta puesto a que los procedimientos realizados con el tablero son aprendidos por el educando y darán pauta al análisis y reflexión de futuros problemas que se le presenten, logrando de esta manera resolver de manera efectiva y autónoma casos factoriales.

Aunque el tablero está pensado para aplicarse en grupos de 3er grado y solo para que los estudiantes aprendan a realizar la descomposición factorial de ecuaciones cuadráticas, se debe mencionar que también se logrará ejercitar la resolución de ecuaciones cuadráticas y que puede ser adaptado o pueden integrarse también ecuaciones lineales o cúbicas, inclusive de mayores grados y debido a la simplicidad del mismo, puede convertirse en un recurso explotable para la enseñanza y el aprendizaje de situaciones de descomposición factorial.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Baldor, A. (1997). *Algebra*. México: Compañía Cultural Editora y Distribuidora de Textos Americanos, S.A.

Reeduca. (01 de Diciembre de 2009). *Reeduca.com*. Recuperado el 31 de Agosto de 2016, de http://reeduca.com/desarrollo-cognitivo-piaget.aspx

SEP. (2011). Propositos y estandares. En SEP, Programas de estudio 2011. Guía para el Maestro. Educación Básica. Secundaria. Matemáticas (1 ed., págs. 13-18). México, D.F.: SEP.

SEP. (2016). *Propuesta curricular para la educacion obligatoria 2016*. México: SEP.

Investigación e Innovación en Matemática Educativa
ISSN: 2594-1046

Y TÚ ¿CONOCES TU ENTIDAD CUADRÁTICA?

Luis Angel Guerrero Juárez
Centenaria y Benemérita Escuela Normal del Estado de Querétaro Andrés Balvanera, engelgj@hotmail.com

Maria Liliana Jiménez Ortiz
Centenaria y Benemérita Escuela Normal del Estado de Querétaro Andrés Balvanera, jimenezortizliliana@gmail.com

Resumen

Y tú, ¿conoces tu entidad cuadrática? Es una actividad que rescata el aprendizaje colaborativo. Se trabaja con áreas y perímetros de lugares que se ubiquen en el contexto del alumno (edificios, parques, canchas de futbol, etc.). Para generar su interés se conoce la historia de esos lugares y su ubicación. Los problemas se estructuran mediante una reseña que permita a los alumnos llegar a la representación de la ecuación mediante el uso de geometría, álgebra y comprensión lectora y así pueda solucionar el problema planteado. Es una propuesta que sirve para articular diversas materias o contenidos matemáticos.

Palabras clave: Álgebra, Material didáctico, Entidad.

Como alumnos de tercer semestre de la licenciatura en educación secundaria con especialidad en matemáticas durante nuestro acercamiento al aula pudimos percatarnos que el tema de ecuaciones cuadráticas es difícil para el estudiante, es poco relacionado con situaciones de la vida cotidiana o ¨tiene poco uso¨ desde el punto de vista de los estudiantes. No hay trabajo colaborativo y se dificulta entender el tema de forma individual. Del mismo modo se crea una confusión para sustituir la fórmula general y llevar a cabo las operaciones correspondientes para la resolución del problema.

Toda actividad desarrollada por el docente debe estar encaminada a cumplir con un aprendizaje esperado, la presente propuesta va guiada a dicha tarea. “Resolver problemas que implican el uso de ecuaciones de segundo grado” (SEP,2011) es un aprendizaje esperado en tercer grado de secundaria y este será por tanto nuestro punto de apoyo y así mismo el objetivo de la actividad que se propone. Por un lado, uno de los objetivos generales de la educación básica es lograr que el alumno pueda desempeñarse de una forma adecuada en su contexto. Por ello es importante que todo lo que se trabajando en el aula tenga una estrecha relación y vinculación con situaciones de su vida diaria, así como se menciona en la Propuesta Curricular 2016 que a través de “las matemáticas y con apoyo del lenguaje matemático se puedan modelar o describir situaciones de la realidad con el fin de conocerlas mejor e incidir en ellas” (SEP,2016).

Para el aprendizaje de las matemáticas, encontramos que la memorización forma parte del proceso de aprendizaje, pero se puede generar problemas tales como que ¨la memorización mecánica de las operaciones y formalizaciones, motivan el repulso del niño y el adolescente hacia tales disciplinas¨ (Iglesias, 1972) por ello se requiere que las dinámicas o actividades planteadas en el aula o no, lleven al estudiante a un interés genuino y espontáneo de adquirir el conocimiento sin fatiga ni molestia.

Con lo anterior mencionado proponemos un material didáctico al que llamamos "Y tú, ¿conoces tu entidad cuadrática?" con el cual los estudiantes podrán conocer una de las muchas aplicaciones que tiene este contenido matemático. La implementación es sencilla, se trabaja con equipo de 4 personas máximo, se comienza una breve introducción al tema "Ecuaciones Cuadráticas" desarrollando un material que les permita conocer la forma adecuada de sustituir la fórmula general o incluso dependiendo la situación del grupo podríamos presentar algunos carteles como ejemplo de solución o fórmulas. La actividad principal se desarrolla localizando lugares de su entidad (de preferencia que el área que ocupan forme un cuadrilátero, ejemplo una iglesia.), conocer su historia y reforzarla. Como siguiente paso se le brinda un problema a cada equipo, donde por medio del análisis y comprensión lectora se obtiene un cuadrilátero (representa el área que ocupa el lugar elegido) donde se conoce el área y sus lados están expresados de manera algebraica, utilizando la geometría y reglas de álgebra se llega a la ecuación general, con el reforzamiento antes hecho para sustituir la fórmula general se prosigue a realizar las operaciones correspondientes.

La actividad se presentó en un plantel de telesecundaria con grupos formados por los tres grados y los resultados fueron del todo favorables. Los estudiantes de primer grado apoyados de la materia de Asignatura Estatal pudieron localizar los lugares y narrar los sucesos importantes que se llevaron a cabo allí. En el momento de estructurar la ecuación, cuidosamente leían el problema y desarrollaban diversas ideas, la mayoría desarrolló un dibujo (cuadrilátero) que les ayudará a resolver el problema. Encontramos estudiantes que su desempeño fue mejor con esta dinámica que en su aula (según argumentos de una maestra). También pudimos percatarnos de una problemática en el momento de sustituir la fórmula general por ese motivo adaptamos la actividad y brindamos un espacio para explicar este procedimiento. El aprendizaje que nos deja esta primera experiencia en torno a nuestro material es un refuerzo del mismo. El mejoramiento es necesario, pero estamos seguros, funcionará.

ISSN: 2594-1046

Algunas de las conclusiones a las que llegamos es que; los alumnos tienen diversos intereses, algunos les gustan las dinámicas que involucren el movimiento aún de ellos mismos, otros optan por trabajar su mente en problemas que impliquen razonamiento, lo común entre ellos es que gustan de actividades atractivas. Una excelente ventaja de trabajar en equipos o pequeños grupos es que surgen ideas, reflexionan y van desarrollando un trabajo mejor donde se unen diversos puntos de vista y dan paso a buenos resultados.

La propuesta es muy buena para reforzar conocimientos, articular una, dos, incluso tres materias, motivar a los estudiantes, mejorar el trabajo colaborativo, reconstruir la visión que se tiene acerca de las matemáticas y sus contenidos y por qué no, permitirnos un tiempo de aprendizaje sin estrés.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Iglesias, S. (1972). *Jean Piaget: epistemologia matematica y psicología* . Monterrey, Nuevo Leon: Universidad Autónoma de Nuevo León .

SEP. (2011). *Programa de Estudio 2011 Guia del maestro. Educación básica. Secundaria Matemáticas*. México: SEP.

SEP (2016). *Propuesta Curricular para la Educación Obligatoria 2016*. México: SEP

ISSN: 2594-1046

¿Primero o más Rápido?

María Rita Gutiérrez Suárez
Universidad de Colima; mritags95@gmail.com

Resumen

Este trabajo busca compartir la experiencia de diseño y aplicación de una situación de aprendizaje fundamentada en Teoría Socioepistemológica de la Matemática Educativa y el Pensamiento y Lenguaje variacional. El objetivo de la situación es la construcción del concepto de rapidez mediante el desarrollo de prácticas para el estudio de la variación en una situación de llenado de recipientes con flujo constante.

Palabras clave: Pensamiento y lenguaje variacional, Situación de aprendizaje, sociepistemología y rapidez.

1. INTRODUCCIÓN

Este trabajo busca compartir la experiencia de diseño y aplicación de una situación de aprendizaje para la construcción del concepto de rapidez, misma que fue pensada desde la Teoría Socioepistemológica de la matemática educativa y el Pensamiento y Lenguaje variacional.

2. REVISIÓN BIBLIOGRÁFICA Y METODOLOGÍA

El sustento teórico de este trabajo es la Teoría Socioepistemológica de la Matemática Educativa, bajo la cual el conocimiento matemático tiene su origen en el conjunto de prácticas humanas que son aceptadas y establecidas socialmente llamadas prácticas sociales (Cantoral, 2013). Otro rubro del sustento es el Pensamiento y Lenguaje Variacional entendiéndolo como "una línea de investigación, una forma de pensamiento, que se caracteriza por proponer el estudio de situaciones y fenómenos en los que se ve involucrado el cambio, y donde la necesidad de predecir estados futuros motiva el estudio y análisis de la variación." (Caballero y Cantoral, 2013). Ambos elementos me sirvieron como base para el diseño de la actividad y como herramienta teórica para el análisis de los hallazgos hechos durante y después de la ejecución.

La situación de aprendizaje se diseñó para su implementación con estudiantes del nivel básico, particularmente de secundaria y tiene por objetivo la construcción, durante sus cuatro etapas, del concepto de velocidad, a través de la identificación del cambio mediante el uso de las cuatro estrategias variacionales (seriación, estimación, comparación y predicción al estudiar la relación volumen-tiempo en el llenado de recipientes cilíndricos a flujo constante (Caballero y Cantoral, 2013)

ISSN: 2594-1046

3. RESULTADOS/AVANCES.

La situación de aprendizaje considera las diversas interpretaciones sobre el cambio y la variación en el llenado de recipientes, particularmente se enfoca en el análisis numérico y gráfico, y en las formas de argumentación y comunicación de las soluciones a la situación. Cada actividad o etapa planteada incentiva el uso de algunas estrategias variacionales con el fin de desarrollar en los estudiantes el pensamiento matemático y el aprendizaje de la noción de velocidad mediante el estudio del cambio y la variación.

La primera actividad consiste en el estudio del cambio en intervalos específicos, de manera que se reconocen los incrementos del volumen en intervalos de tiempo de la misma longitud como constantes, pero al modificar el flujo de entrada del líquido esa cantidad es mayor o menor, lo que en la segunda actividad lleva a discutir la velocidad como fenómeno que describe la cantidad de cambio en intervalos de tiempo específicos. Así, el volumen de un líquido en un recipiente es más rápido o más lento dependiendo de la cantidad que aumenta en un intervalo de tiempo.

En la tercera actividad esta noción de velocidad es puesta en juego mediante la predicción del tiempo de llenado de dos recipientes dada la cantidad de volumen por segundo al que son llenados para determinar cuál de ellos se llena más rápido y cual se llena primero. Finalmente, la última actividad conjuga lo trabajado en las anteriores actividades mediante el análisis numérico de los incrementos del volumen de dos recipientes y el contraste gráfico del comportamiento del volumen.

Hasta el momento he realizado una prueba piloto para el desarrollo de esta actividad con dos estudiantes que contestaron las cuatro fases que componen la situación didáctica. Los resultados muestran que los participantes hacen uso de las estrategias de comparación al momento de estudiar la cantidad de cambio en intervalos de tiempo específico, y la seriación para dar cuenta que el crecimiento del volumen es constante. Finalmente, al determinar la velocidad de llenado, los participantes realizan predicciones y estimaciones del tiempo de llenado de cada recipiente.

4. CONCLUSIONES

Esta situación didáctica diseñada y analizada desde la Teoría Socioepistemológica de la Matemática Educativa y del Pensamiento y Lenguaje Variacional, nos permite significar en las y los estudiantes el concepto de rapidez y además desarrollar el uso de Estrategias variacionales, así como otras habilidades que hacen visible el conocimiento matemático en las actividades de la vida cotidiana. Permite la apropiación y significación de los contenidos.

Esta actividad considero permite significar la noción de pendiente mediante la noción de rapidez, particularmente en situaciones de variación contante, lo que servirá de sustento para la significación de la función lineal.

5. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Caballero, M y Cantoral, R (2013). Una caracterización de los elementos del Pensamiento y Lenguaje Variacional. *Acta Latinoamericana de matemática Educativa*, 26, 1195-1203.

Cantoral, R. (2013), *Desarrollo del Pensamiento y Lenguaje Variacional*. México: Subsecretaría de Educación Media Superior

Investigación e Innovación en Matemática Educativa

ISSN: 2594-1046

BULLYING EXPONENCIAL

Campuzano Valle Antonio Salvador
Centenaria y Benemérita Escuela Normal del Estado de Querétaro,
campuzanovalleantoniosalvador@gmail.com

Camacho Sánchez Jesús
Centenaria y Benemérita Escuela Normal del Estado de Querétaro,
camachosanchezjesus19@gmail.com

Resumen

Hay dificultad para aprenderse las leyes de los exponentes, debido a que no existe significatividad en ello. Es de suma importancia que el aprendiz tenga una buena interacción con el material. Si al estudiante le resulta más fácil el método que trae mi propuesta, puede modificarlo y acomodarlo en sus estructuras cognitivas y además habrá interés, ya que esto es básico para un aprendizaje significativo. Para que haya un aprendizaje significativo, el estudiante tiene que relacionar los nuevos conocimientos con los previos. Con esto, la propuesta que se ofrece, podrá servir para conectar los nuevos conocimientos que se obtendrán en algebra.

Palabras clave: Algebra, material didáctico; interés

Esto se hace basándose en la experiencia que hemos tenido como estudiantes en este nivel, así como también en la experiencia como docentes en formación en la escuela Centenaria y Benemérita Escuela Normal del Estado de Querétaro (CBENEQ). Se ha encontrado que existe una gran dificultad para aprenderse o memorizarse las leyes de los exponentes, debido a que no existe alguna significatividad o, no encuentran cómo relacionar este conocimiento para que haya un mejor deguste del mismo.

También se ha observado que existe gran confusión al momento de la resolución de los problemas, debido a que no distinguen en qué momento se suman o se restan los exponentes, ya que los estudiantes no encuentran una relación o sentido, en otras palabras, es como si fuera un rompecabezas que no logran armar. Claramente esto también sucede al momento de efectuar operaciones que implican radicales y/o potencias.

Esta propuesta tiene como propósito crear en los estudiantes, una manera divertida de aprender las leyes de los exponentes para que les sea fácil guardar el nuevo conocimiento, ya que en el Programa de Estudios 2011, en el bloque I de segundo grado en el aprendizaje esperado nos dice que el estudiante debe resolver problemas que impliquen el uso de las leyes de los exponentes.

Esta propuesta es sumamente interesante, debido a que el estudiante o cualquiera que interactué con este material, podrá memorizar, relacionar y encontrarle significatividad a este tema de “Leyes de los exponentes". En la Propuesta Curricular para la Educación Obligatoria 2016, en el campo formativo "pensamiento matemático" nos argumenta que una tesis escrita por Piaget llamada operativa, y menciona que el sujeto debe poner en acción (interacción) sus conocimientos, y así tomar la decisión de modificarlos o no.

Es de suma importancia que el aprendiz tenga una interacción con el material, según Jean Piaget nos dice que la enseñanza debe permitir que el estudiante pueda manipular el material de su contexto para que pueda experimentar con él hasta que tenga un nuevo esquema mental.

Piaget maneja dos conceptos, el de asimilación y el de acomodación. Esto quiere decir que el estudiante acepta el nuevo conocimiento comparándolo o relacionándolo con su conocimiento previo, para que haya un ajuste en su conocimiento y agrandarlo, o, modificar el conocimiento previo ya que éste está mal o no es lo que necesita saber.

Basándonos en lo que dice Piaget, nuestra propuesta cumple con todo lo ya mencionado, debido a que si el estudiante le resulta más fácil el método que trae mi propuesta, puede modificarlo y acomodarlo en sus estructuras cognitivas, así como también cumple la interacción con el material, y agregaríamos que le trae interés, ya que esto es básico para un aprendizaje significativo según Ausubel.

Ausubel contribuyó en el desarrollo de la teoría del aprendizaje significativo basándose en los estudios de Jean Piaget, y nos dice que para que haya un aprendizaje significativo, el estudiante tiene que relacionar los nuevos conocimientos con los previos.

Para que el estudiante logre un aprendizaje significativo se necesitan: significatividad lógica del material, es decir, organizado en una secuencia lógica de conceptos, significatividad psicológica del material, es decir, el estudiante debe conectar el nuevo conocimiento con los previos y así conectarlos en sus estructuras cognitivas, actitud favorable del alumno, ya que el aprendizaje no puede darse si no hay interés.

Con esto, la propuesta que ofrezco, podrá servir como herramienta para conectar los nuevos conocimientos que se obtendrán en algebra, ya que el estudiante podrá articular los conocimientos que trae mi recurso didáctico, en niveles de educación superiores.

Además, la manera en que se dividió las leyes de los exponentes en la dinámica o propuesta que se hizo, son fáciles de recordar, ya que están en columnas. Esto contribuye a que el estudiante tenga una

ISSN: 2594-1046

estructura de las leyes, que al momento de que se le presente un problema, él podrá resolverlos con mayor facilidad, ya que varios estudiantes se memorizan las leyes sin darles algún sentido u orden, y nuestra propuesta soluciona esto.

Dicho lo anterior, la propuesta se aplicó de manera teórica a personas de 26 y 16 años, lo cual me dio resultados favorecidos, ya que las personas modificaron sus saberes al interactuar con el recurso didáctico. Las personas recordaron con mayor facilidad las leyes de los exponentes, tiempo después pusimos a prueba sus conocimientos y contestaron de manera correcta.

La actividad consiste en darle al estudiante una tabla que se divide en dos columnas, en la primera columna, de manera descendente, van potencias, multiplicación y suma. En las segunda columnas, de igual manera en forma descendente, van radicales, división y resta. En los extremos laterales, llevará una imagen simbólica (músculos), para atraer la atención y exista un mejor aprendizaje.

Después de darles la tabla, se les dice que el fuerte se apoya del débil, es decir, si la operación consiste en una multiplicación, el estudiante deducirá, con la tabla, que se trata de una suma de exponentes, por dar un ejemplo. Es por eso el título de la ponencia.

Se divide en dos columnas con la finalidad de que le sea más fácil al estudiante guardar el conocimiento de las leyes de los exponentes.

Investigación e Innovación en Matemática Educativa

ISSN: 2594-1046

DISTINTOS PERO IGUALES, ¡EXPRÉSALOS!

Jessica Flores Cruz
Centenaria y Benemérita Escuela Normal del Estado de Querétaro Andrés Balvanera, florescruzjessy@gmail.com

Israel Covarrubias Rubio
Centenaria y Benemérita Escuela Normal del Estado de Querétaro Andrés Balvanera, covarrubiasrubioisrael@gmail.com

Resumen

Las expresiones algebraicas tema de dificultad en tercer grado de secundaria, por la falta de identificación, observación y análisis de estos términos, lo que no permite que el estudiante simplifique términos de factor común o bien desarrollar expresiones algebraicas a partir de figuras geométricas. Por lo tanto se plantea el uso del material didáctico que recibe el nombre de “Distintos pero iguales, ¡exprésalos!”. Está contextualizado en un juego de domino con un enfoque en el tema seleccionado. La finalidad es permitirle al estudiante que de una forma autónoma desarrolle un aprendizaje significativo y permanente que le permita comprender las expresiones algebraicas.

Palabras clave: Álgebra, material didáctico, domino y aprendizaje.

Álgebra una rama matemática de gran controversia para el estudiante de tercer grado de educación secundaria, debido al nuevo de lenguaje que se le presenta.

El tema matemático de expresiones algebraicas representa un cierto nivel de dificultad para él, principalmente por la falta de observación que no les permite tener una identificación de las expresiones, lo cual evita tener una comprensión clara de los términos ya que desconocen lo que es una literal, como consecuencia no es fácil ubicarla en un nuevo vocabulario matemático, donde al estudiante se le dificulta llevar a cabo la simplificación de términos de factor común o bien desarrollar expresiones algebraicas a partir de figuras geométricas.

El planteamiento de materiales didácticos tiene la finalidad de permitir al estudiante de una forma autónoma el desarrollo de un aprendizaje significativo y permanente que le permita comprender las expresiones algebraicas, a partir de una forma distinta a la que se practicaba anteriormente donde se utiliza la repetición de ejercicios en un cuaderno.

Considerando además el problema que persiste en la educación básica, donde los alumnos no profundizan con suficiencia en los temas y no desarrollan habilidades cognitivas superiores y por tanto, desestima sus necesidades de aprendizaje. No se ha logrado ofrecer una formación integral, porque no se

ISSN: 2594-1046

reconoce con suficiencia los distintos aspectos del individuo a los que la escuela debe atender ni la diversidad de estilos y necesidades de aprendizaje de los alumnos (SEP, 2011).

Para atender la problemática señalada se deben implementar e innovar los recursos y/o materiales didácticos educativos utilizados donde los factores más importantes que influyen en el valor de aprendizaje de los materiales didácticos radican en el grado que los materiales facilitan el aprendizaje significativo (Ausubel, Novak y Hanesian, 2000).

Estos recursos didácticos deberán atender principalmente un punto marcado dentro del primer principio pedagógico, centrar la atención en los estudiantes y en sus procesos de aprendizaje, donde se nos marca la importancia de reconocer la particularidad de situaciones y contextos comprender cómo aprende el que aprende y, desde esta diversidad, generar un ambiente que acerque a estudiantes y docentes al conocimiento significativo y con interés (SEP, 2011). Esto con el fin de poder atender las deficiencias educativas.

Considerando lo anterior y siendo estudiantes de tercer semestre de la licenciatura en educación secundaria con especialidad en matemáticas, donde analizamos y observamos desde la perspectiva como estudiantes de secundaria, la problemática que se genera en el tema de expresiones algebraicas, se propone el siguiente material didáctico “Distintos pero iguales ¡exprésalos!” que consiste en un domino con enfoque en las “expresiones algebraicas”. A continuación se hace presentación de algunas de las fichas que pertenecen al material a utilizar. Ver figura 1.

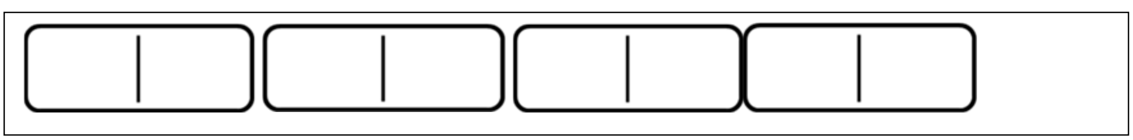


Figura 1. Fichas de domino

Lo anterior tiene la finalidad de generar un aprendizaje significativo, autónomo y con mayor facilidad lo cual le permita al estudiante de tercer grado de secundaria entender de una forma lúdica el contenido matemático, atendiendo sus necesidades y estilos de aprendizaje.

La propuesta del material didáctico tiene desarrollo dentro de una secuencia de clase: Introducción al tema a partir de una lectura, posteriormente presentar un video para que la explicación sea más clara, recordando que un alumno aprende de diversas maneras.

ISSN: 2594-1046

1. Ejemplos de las diversas representaciones de las expresiones algebraicas.
2. Realizar ejercicios donde el alumno represente fórmulas de figuras geométricas a través de expresiones algebraicas y simplifique términos comunes.
3. Implementación de material didáctico “Distintos pero iguales, ¡exprésalos!"
4. Evaluación del contenido.
5. Reforzar y atender lagunas del contenido explicado.

La propuesta didáctica planteada es un dominó diferentes pero iguales ¡exprésalos! es un proyecto que se piloteará y así mismo se implementará en dos diferentes escuelas secundaria para rescatar su funcionalidad. Y para identificar si se alcanza el propósito establecido que es comprender el tema de expresiones algebraicas apoyándose en una actividad lúdica.

La importancia de atender las deficiencias educativas principalmente al área de matemáticas con la innovación de estrategias de enseñanza es fundamental debido a que si al estudiante no lo motiva algo o encuentra agrado hacia un nuevo conocimiento no mostrara un interés de su parte.

Por lo tanto el docente es el encargado de demostrarle al estudiante una parte interesante de la asignatura de matemáticas. Como se sabe es una materia que casi a nadie de los estudiantes les agrada y establecer nuevas técnicas, estrategias de aprendizaje, dinámicas, juegos, y hacer uso de tecnologías e implementación de materiales didácticos principalmente en esta asignatura que permitan atender a los diversos estilos de aprendizaje de los estudiantes de secundaria favoreciendo el desarrollo de sus habilidades y un aprendizaje significativo porque despierta el interés del alumno y aprende de una forma lúdica, rompiendo con la esquematización de que las matemáticas son aburridas y no funcionales.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Ausube, D. , Novak, J., Hanesian, N. (2000). *Psicología educativa "un punto de vista cognoscitivo"*. Mexico: Trillas.

Sep. (2011). Principios pedagogicos que sustentan el plan de estudios 2011. En SEP, *Plan de estudios 2011* (págs. 26-27). México : SEP.

Investigación e Innovación en Matemática Educativa

ISSN: 2594-1046

LA REFUTACIONES, EL MODELO DE TOULMIN Y LAS ARGUMENTACIONES COLECTIVAS

Jonathan Alberto Cervantes Barraza
Universidad Autónoma de Guerrero, jacbmath@hotmail.com

Resumen

En esta oportunidad se presentará una propuesta teórico – metodológica, enmarcada en el campo de la argumentación matemática dentro del salón de clases. Esta propuesta busca evidenciar cómo la refutación de aserciones puede hacer que emerjan aspectos importantes dentro de las discusiones matemáticas. Para ello, se realizó la presentación de investigaciones referentes al campo y su respectiva teoría que la sustenta, para así establecer a manera de conclusión que la refutación evidencia las lógicas de las prácticas docentes, razonamientos de los estudiantes y formas de refutar los argumentos.

Palabras claves: Refutaciones, modelo de Toulmin, argumentaciones colectivas y discusión matemática.

En el presente poster se presentará una propuesta teórica-metodológica dentro del campo de la argumentación matemática en el salón de clases. En este sentido será usado el término argumentación; para así referirse a toda la actividad de hacer aserciones, refutándolas, soportándolas mediante la producción de razones y criticando esas razones. De igual forma se tomó la definición de un argumento en el sentido de una cadena de razonamiento, siendo la secuencia conectada de aserciones y razones, entre ellas establecen el contenido y la fuerza de la posición por la cual una persona argumenta (Toulmin, 1968/2002). El objetivo de esta propuesta es evidenciar cómo la refutación en las argumentaciones colectivas pueden evidenciar aspectos importantes durante las argumentaciones colectivas mediante la combinación de teoría junto con metodologías en el presente campo.

Otros conceptos en la argumentación colectiva han sido establecidos (e.g., Krummheuer, 1995; Wagner et al., 2014) involucrando términos generales; teniendo en cuenta la argumentación colectiva como varias personas que trabajan en conjunto para establecer una aserción. Siguiendo esta idea, Wagner et al. (2014) aseveran que la argumentación colectiva puede ser también enmarcada como una acción donde participan grupos de personas en los debates de una manera matemática.

De igual forma se expondrá uno de los sustentos teóricos sobre el cual está fundamentada la presente propuesta, en particular se expone el modelo argumentativo de Toulmin (1958/2003) y los elementos que lo conforman. El modelo argumentativo propuesto por Toulmin puede esquematizar los argumentos expuestos por los estudiantes en estructuras semánticas, además puede ser usado para analizar y comparar la organización de los argumentos entre las fases de crear, explorar las cadenas de razonamientos deductivos, inductivo, por analogías y abducción de un argumento final. Este modelo pose una estructura argumentativa la cual está constituida por 6 elementos: aserción, garantía, respaldo, evidencia, calificador modal y refutación. Estos elementos son el cuerpo completo de una estructura argumentativa. (Ver ilustración 3).

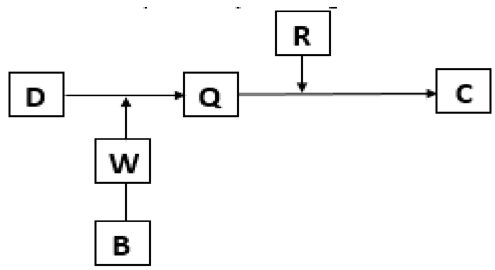


Figura 1.Estructura argumentativa de Toulmin (1958/200.)

Estos elementos están definidos por Toulmin en el primer capítulo; el dato (**D)** es la información sobre la cual se fundamenta la aserción, la garantía (**W**) tiene el papel de justificar la conexión entre la evidencia y la aserción. La aserción (**C**) es la tesis que sustentan el argumentador, esta presenta un calificador modal (**Q**) el cual especifica la fuerza de la aserción; tales como certeramente, presumiblemente, probablemente, siempre y otros, expresando el grado de confianza en la tesis. Además se hace presente la refutación (**R**) la cual es caracterizada por presentar las excepciones de la aserción, aquellas condiciones bajo las cuales no se puede sostener la tesis del argumento

Para introducir el concepto de refutación, se exponen de forma breve la definición por parte de Toulmin (1958) una refutación es local a un paso de un argumento y especifica excepciones a la conclusión. Eso significa que la refutación muestra los casos en que la aserción o conclusión no es soportada por su garantía. Además Walton (2009) mostró que una refutación tiene como objetivo mostrar que el argumento que se dirige en contra es cuestionable o insostenible, en otras palabras es una especie de réplica que muestra que el argumento es insostenible.

De igual forma la refutación en la investigación llevada a cabo por Balacheff (1991) está relacionada con los contra ejemplos y el conocimiento matemático dentro de la lógica formal. La refutación es uno de los medios por el cual se indagó cómo usaban los estudiantes las refutaciones y los contra ejemplos con el objetivo de generar conocimiento matemático en ambientes de diálogos matemáticos.

Por otro lado Reid, Knipping, & Crosby (2011) evidencian las lógicas de las prácticas docentes cuando los argumentos de los estudiantes son refutados, las formas en las cuales ellos son refutados pueden evidenciar algo acerca de la lógica de las practicas docentes, también con el propósitos de que los profesores motiven a los estudiantes a participar argumentando sus respuestas de la actividad propuesta. Además estos autores señalan las formas en las que un argumento puede ser refutado y da a conocer las partes del argumento que se invalidan o no presentan una suficiencia adecuada. Uno de los proyectos de investigación llevado a cabo por Reid (2002) expone una de las funciones que cumple la refutación de conjeturas en un salón de clases de primaria. La refutación es un medio por el cual se evidenció los razonamientos empleados por los estudiantes y cómo se presentan estos en un contexto escolar.

A manera de conclusión, en esta propuesta se pudo evidenciar mediante la presentación de investigaciones en el campo de la argumentación matemática en el salón de clases cómo la refutación de aserciones o argumentos pueden evidenciar: prácticas de los docentes, razonamientos empleados por los estudiantes, formas en la que un argumento puede ser refutados y usarlo para generar conocimiento matemático en ambientes de dialogo.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Balacheff., N. (1991).Treatment of refutations: aspects of the complexity of a constructivist approach to mathematics learning. *Radical Constructivism in Mathematics Education, 89-1 10.*

Krummheuer, G. (1995). The ethnology of argumentation. In: P. Cobb and H. Bauersfeld (Eds.). *The Emergence of Mathematical Meaning: Interaction in Classroom Cultures.* Hillsdale: Erlbaum, pp. 229–269

Reid,D., (2002). Conjectures and Refutations in Grade 5 Mathematics. Journal for Research in Mathematics Education, 33(1), 5–29

Reid, D., Knipping, C., & Crosby, M. (2011). Refutations and the logic of practice. *PNA*, *6*(1), 1-10

Toulmin, S. (1958/2003). *The uses of argument*. England: Cambridge University Press.

Walton, D. (2009) .*Objections, Rebuttals and Refutations*.OSSA Conference Archive.Paper 151. Recuperado de: http://scholar.uwindsor.ca/ossaarchive/OSSA8/papersandcommentaries/151

Wagner, P., Smith, R., Conner, A., Singletary, M., & Francisco, R. (2014). Using Toulmin's Model to Develop Prospective Secondary Mathematics Teachers' Conceptions of Collective Argumentation. *Mathematics Teacher Educator*. 3(1), pp. 8-26.

Investigación e Innovación en Matemática Educativa

ISSN: 2594-1046

El Papel de la Variación en el Estudio del Teorema de Existencia y Unicidad en las Ecuaciones Diferenciales Ordinarias

Rodolfo David Fallas Soto
Cinvestav, rfallass@cinvestav.mx

Ricardo Cantoral Uriza
Cinvestav, rcantor@cinvestav.mx

Resumen

Desde la Teoría Socioepistemológica, se analizan diversas prácticas de referencias para estudiar la construcción de la ecuación diferencial ordinaria y determinar su solución, además de la existencia y unicidad como características de la solución. Se muestra una continuación del trabajo de maestría sobre la problematización que se realizó sobre la construcción del teorema de existencia y unicidad. Se describen las prácticas que se pudieron identificar en común en estas prácticas de referencia y el papel de la variación en la construcción de estos conocimientos.

Palabras clave: Socioepistemología, ecuaciones-diferenciales, existencia, unicidad

1. INTRODUCCIÓN

En este trabajo se describe el uso de la variación en la construcción de la ecuación diferencial ordinaria y en la determinación de su solución. Este uso de la variación nos ayuda a abordar e identificar las estrategias variacionales presentes en la construcción de este conocimiento, además de describir el uso de la variación en el teorema de existencia y unicidad (Fallas-Soto, 2015) ofreciendo un significado menos abstracto y más desde su uso. Las estrategias variacionales son parte de un programa de estudio llamado Pensamiento y Lenguaje Variacional (Pylvar) que desarrolla el programa Socioepistemológico. Estas estrategias junto con la *problematización del saber* nos ayudan a cambiar la relación con dicho conocimiento de los objetos a las prácticas (Cantoral, 2013).

2. PROBLEMA DE INVESTIGACIÓN

El problema está ligado al significado en matemática, desde la Socioepistemología se desea significar desde el uso. Nuestro objetivo de investigación es significar a la ecuación diferencial ordinaria, las condiciones iniciales y su solución a partir del uso. El problema de investigación es estudiar el papel que juega el estudio del cambio en la construcción de la ecuación diferencial y su solución en la modelación de fenómenos.

3. METODOLOGÍA

En una primera etapa, como trabajo de maestría, se realiza una búsqueda bibliográfica y se hace lectura de los trabajos matemáticos de la época, trabajos que ayudaron a la construcción del teorema de existencia y unicidad, tanto de las fuentes primarias que corresponden a las obras originales, así como las fuentes secundarias, en este caso los artículos. Estos son:

- (Cauchy & Moigno, 1844), obra llamada "Lecons de Calcul Différentiel et de Calcul Integral"
- (Lipschitz, 1880), obra titulada "Lehrbuch der Analysis"
- (Lipschitz, 1868) artículo con el título "Disamina della possibilità d' integrare completamente un dato sistema di equazioni differenziali ordinarie"
- (Peano, 1973) artículo retomado del original correspondiente al año 1885-1886, llamado: "Sull' integrabilità delle equazioni differenziali di primo ordine".
- (Picard, 1886) obra llamada "Cours D' Analyse"

Como segunda etapa, se toman dos prácticas de referencia, una la del matemático en el contexto de las obras matemáticas ya mencionadas, y la otra sobre usos recientes de las ecuaciones diferenciales como circuitos y mezclas. Esto con el fin de observar las prácticas socialmente compartidas en común entre ambas prácticas de referencia y así ofrecer un modelo más fuerte de prácticas anidadas. Además, nos ayudará a comprender el uso de la variación en las ecuaciones diferenciales caracterizando las estrategias variacionales.

4. CONCLUSIONES

Este estudio, desde el punto de vista socioepistemológico, amplió el conocimiento que tenemos sobre el Teorema de Existencia y Unicidad de las Ecuaciones Diferenciales Ordinarias, pero sobre todo mostró una anidación de prácticas más cercanas a la realidad y una caracterización a las estrategias variacionales en uso que aparecen para la construcción de la ecuación diferencial, su solución y la existencia y unicidad de la solución. Estos hallazgos, debemos decirlo, son fruto de una adecuada problematización del saber matemático.

ISSN: 2594-1046

5. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Cantoral, R. (2013). Teoría Socioepistemológica de la Matemática Educativa. Estudios sobre la construcción social del conocimiento. Barcelona: Gedisa.

Cauchy, A., & Moigno. (1844). *Lecons de Calcul Différentiel et de Calcul Integral*. Paris: Libraire de École Polytechnique.

Fallas-Soto, R (2015). *Existencia y unicidad: estudio socioepistemológico de la solución de las ecuaciones diferenciales ordinarias de primer orden*. Tesis de Maestría no publicada. Cinvestav, México

Lipschitz, R. (1868). Disamina della possibilità d' integrare completamente un dato sistema di equazioni differenziali ordinarie. *Ann. Mat. Pura Appl*., 2(2), 288–302.

Lipschitz, R. (1880). *Lehrbuch der Analysis*. Bonn. Deutschland: Verlag Von Max Cohen & Sohn.

Peano, G. (1973). Sull' integrabilità delle equazioni differenziali di primo ordine. *Atti della Reale Accademia delle Scienze di Torino 21* (1885-1886): 677-685. Hamburger Which Was Reprinted in Peano 1957-1959., 1, 74–81.

Picard, E. (1886). *Cours D' Analyse*. Faculté des Sciences de Paris.

Investigación e Innovación en Matemática Educativa

ISSN: 2594-1046

DIVULGANDO EL QUEHACER DE LA MATEMÁTICA EDUCATIVA

Sergio Rubio-Pizzorno
Cinvestav-IPN, zergiorubio@gmail.com

Gabriela Buendía Abalos
Colegio mexicano de Matemática Educativa, buendiag@hotmail.com

Resumen

Proponemos un proyecto de divulgación de la Matemática Educativa a través de una labor académica multidisciplinar y al seno de la Red de Cimates cuyo objetivo es comunicar resultados de la investigación en el área utilizando una diversidad de medios de la web 2.0. Nuestra conceptualización sobre el modelo de divulgación a utilizar parte de divulgar no *para el otro*, sino *con el otro*: profesores de matemáticas de todos los niveles educativos, investigadores del área abarcando diferentes marcos teóricos y otras áreas de investigación, así como todo aquel interesado en la problemática de la matemática y su enseñanza.

Palabras clave: divulgación, Matemática Educativa, profesor de matemáticas

1. INTRODUCCIÓN

Como campo disciplinar, la Matemática Educativa inició en México en 1975 y en el mundo, unos años antes. Es una disciplina joven que ha tenido un crecimiento importante debido seguramente a propia naturaleza: analizar, sistemáticamente, la problemática alrededor de la enseñanza de las matemáticas. Por ello, hoy en México no sólo hay posgrados e investigadores en el área de gran relevancia, sino que es el referente de quehaceres similares en Latinoamérica.

En ese marco, su impacto social es innegable y hay un esfuerzo permanente en el área por mantener puentes entre la investigación y su impacto en el aula. Sin embargo, y compartiendo características con otras disciplinas científicas, la Matemática Educativa tiene características que provocan alejamientos tanto al seno de ella misma –por la robustez teórica que se ha ido incrementando- como fuera de ella. Su lenguaje especializado, las metodologías de investigación e implementación de resultados, el perfil de los investigadores contrapuesto al del propio profesor de matemáticas parecieran ser, entre otras, características que no han permitido que una disciplina tan social permee más allá de los núcleos académicos.

Como investigadores en el área nos hemos percatado de que aún en un ambiente de divulgación, la matemática sigue teniendo ese carácter de ciencia pura –lejana y oscura- y sus conceptos, por lo tanto, son intocables. Esta situación es justo lo que provoca fenómenos escolares negativos hacia su aprendizaje

ISSN: 2594-1046

por lo que desde la investigación en Matemática Educativa se han realizado importantes esfuerzos para revertir esta situación. Sin embargo, a pesar de esfuerzos importantes que se han realizado, consideramos que es necesario plantear alternativas desde este disciplina para divulgar efectivamente lo que se está haciendo e incluso, logrando.

El equipo está conformado por Javier Lezama, Rebeca Flores, Luis Arturo Serna y Elizabeth Mariscal además de los proponentes del cartel. Y como antecedentes bajo el interés de divulgar el quehacer de la Matemática Educativa, está la plataforma DocenMat y los programas de radio asociados. El objetivo no se centra en divulgar matemáticas. Aunque de manera natural se hablará de matemáticas, se hará desde los resultados de la investigación de la Matemática Educativa.

2. ACERCA DEL PROYECTO

La actividad de divulgación a desarrollar se considera una labor académica multidisciplinar cuyo objetivo es comunicar utilizando una diversidad de medios, el conocimiento generado en la Matemática Educativa a distintos públicos voluntarios contextualizando el conocimiento para hacerlo más accesible. El público-objetivo se refiere en primera instancia a profesores de matemáticas de todos los niveles educativo y a formadores de formadores, esto es, profesores que forman profesores. En segunda instancia, se refiere a los propios investigadores en el área en el sentido de que la Matemática Educativa tiene un cierto celo relativo a los marcos teóricos de tal manera que entre aquellos que hacen investigación bajo diferentes marcos, no siempre existe un diálogo. En este sentido, también se consideran científicos de disciplinas hermanas o cercanas tales como Matemática, Física o Pedagogía.

Nuestra conceptualización sobre divulgación evoluciona desde modelos considerados de déficit a un modelo de participación pública, de diálogo continuo (Lewenstein, 2003). Entonces, de acuerdo a Huergo (2001), las estrategias a seguir no se basan en considerar todo aquello que el profesor de matemáticas ignora o toda la cultura científica ,matemática en particular, de la cual carece el mexicano. Así, en lugar de ser *para el otro,* pensar en este proyecto permite pensar que dichas estrategias son *con el otro* en un proceso de encuentro entre sujetos –mundos- con horizontes culturales distintos y propósitos diferentes.

Este proyecto busca crear un *Boletín* de Divulgación sobre el quehacer de la Matemática Educativa. Cada emisión semestral del *Boletín* electrónico inicia con la selección de un artículo de investigación en el área de la Matemática Educativa publicado en una revista de corriente principal; se denominará artículo central y se convierte en un tema sombrilla. Mediante un trabajo en redes de colaboración y equipos multidisciplinarios de la Red de Cimates, se pondrán en juego todos los recursos de la web 2.0 para conformar un conjunto de actividades de divulgación que se concatenen con tema sombrilla: blogs asociados, entrevistas en video y audio con el experto y con investigadores con líneas de investigación semejantes, material didáctico, artículos divulgativos, infografías.

3. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Huergo, J. (2001).*La popularización de la Ciencia y la Tecnología: Interpelaciones desde la comunicación*. Ponencia presentada en el Seminario Latinoamericano Estrategias para la Formación de Popularizadores en Ciencia y Tecnología. La popularización de la Ciencia y la Tecnología. Red-POP - Cono Sur.

Lewenstein, B. (2003). *Models of public communication of science and technology*, Ithaca, NY, Departments of Communication and of Science & Technology Studies, Cornell University.

Investigación e Innovación en Matemática Educativa
ISSN: 2594-1046

VÍNCULO MATEMÁTICA-MUNDO: ESTUDIO SOCIOEPISTEMOLÓGICO DE LA GEOMETRÍA DE EUCLIDES

Lianggi Espinoza Ramírez
Pontificia Universidad Católica de Valparaíso, leanggi@gmail.com
David Valenzuela Zúñiga
Pontificia Universidad Católica de Valparaíso, david.valenzuela.z@gmail.com

Resumen

Mostraremos avances de una investigación socioepistemológica de la geometría de Euclides. Este lo realizamos estudiando su Óptica, un tratado geométrico que estudia el fenómeno de la percepción visual. Desde una indagación histórica, social y cultural, vinculamos las proposiciones de la obra con su contexto de producción y con las prácticas científicas y técnicas de la astronomía, la arquitectura y la medición topográfica. Caracterizamos esta geometría que se vincula con el mundo para problematizar la geometría escolar. Este estudio forma parte de un proyecto de investigación que estudia el vínculo entre matemática y prácticas cotidianas financiado por PAI-Conicyt Chile folio 82140031.

Palabras clave: Geometría, Euclides, Óptica, Sociocultural, Visión.

1. EL PROBLEMA Y SUS ANTECEDENTES.

Las reformas educativas contemporáneas están señalando la necesidad de que los aprendices vinculen las matemáticas que aprenden con el mundo en el que viven. Se espera que estos puedan formular, emplear e interpretar las matemáticas en distintos contextos, usarla para describir, explicar y predecir fenómenos, y reconocer el papel que desempeñan en el mundo (SEP, 2011). Pero al mismo tiempo, la matemática ha sido vista como una disciplina rígida de razonamientos únicos y respuestas absolutas, cuyo valor radica en su coherencia interna e independencia a los fenómenos del mundo. Por tanto, lograr el vínculo matemática-mundo es un gran desafío para la didáctica contemporánea.

La geometría es uno de los ejes centrales de las matemáticas escolares. La geometría que se enseña en la escuela se desarrolló hace más de dos mil trescientos años y su referencia principal son los Elementos de Euclides. En estos, partiendo sobre axiomas iniciales se desarrollan proposiciones cuya justificaciones son altamente ricas en razonamiento deductivo y rigor lógico (Scriba y Schreiber, 2015). De aquí que para muchos los Elementos de Euclides sea una obra ejemplar y normativa en relación al cómo se debe pensar y hacer matemáticas. El problema es que en los Elementos no existen explicitaciones sobre la relación matemática-mundo. De aquí, si se toma a los Elementos como referente único para pensar la geometría de los griegos, se concluiría que esta fue para ellos una disciplina desarrollada de manera autónoma del mundo. Sin embargo, si tomamos como referencia para pensar la geometría de los griegos un ámbito más amplio que sólo los Elementos, esta visión cambia radicalmente. En efecto, los griegos desarrollaron la geometría de la mano con diversas disciplinas científicas y técnicas, en las cuales la geometría cumple un rol central para la explicación de fenómenos relativos a la interacción humano-mundo. Y entre las obras que vinculan la geometría con el mundo se encuentra la Óptica de Euclides (2000), una obra interesante por al menos tres motivos:

1) En su estructura es muy similar a los Elementos, comenzando con definiciones y después desarrollando proposiciones las cuales son argumentadas desde la geometría; 2) Pone en juegos conocimientos matemáticos presentes en los Elementos de Euclides y en la geometría escolar actual; y 3) Es diferente a los elementos ya que la geometría aparece siendo usada para modelar un fenómeno de la interacción del humano con el mundo. Así, nuestro *objetivo de investigación* es realizar una indagación socioepistemológica de la Óptica de Euclides analizando en ella la relación geometría-mundo.

2. TEORÍA Y MÉTODO.

Investigaciones socioepistemológicas han evidenciado que el conocimiento matemático tiene un origen y una función social asociados a un conjunto de actividades prácticas socialmente establecidas (Cantoral, 2013). Sin embargo, su difusión hacia el sistema educativo le obliga a una serie de modificaciones que afectan directamente su estructura y funcionamiento, formando discursos matemáticos escolares. Estos discursos, al soslayar aspectos sociales, contextuales y culturales de la construcción del conocimiento, reduce a la enseñanza a la mecanización de procesos y memorización de los conceptos (Soto, 2010). De aquí nuestro interés de realizar indagaciones histórico-epistemológicas para encontrar aquello que se ha perdido en el proceso de difusión de los saberes escolares.

Nuestro método de investigación se compuso en cuatro fases: 1) Realizamos un análisis internalista de la obra, en la que estudiamos detenidamente cada una de las proposiciones de la obra, después de lo cual levantamos una explicación en relación a la estructura del texto, los conocimientos evocados y los procedimientos utilizados; 2) Estudiamos posibles vínculos entre estos conocimientos con prácticas científicas y técnicas de la época; 3) Analizamos la obra en función al entorno sociocultural en el que esta fue producida; 4) Volvimos a analizar la obra para levantar elementos característicos de la geometría que vive en la Ópticas siguiendo el eje de análisis relación geometría-mundo, buscando que estas caracterizaciones sean propicias para posteriormente problematizar la geometría escolar.

3. RESULTADOS Y CONCLUSIONES.

En este Poster mostraremos un panorama de los diversos resultados de investigación que tenemos. Sobre el análisis de la Óptica de Euclides, encontramos que en relación a la estructura del texto, conocimientos evocados y procedimientos utilizados esta obra tiene una gran similitud con la geometría escolar actual. Sin embargo, al mismo tiempo tiene una gran diferencia, ya que aquí la geometría aparece como un medio para explicar un fenómeno producido de la interacción hombre-mundo, la percepción visual. Profundizando en esto último, y analizando toda la obra y en detalle las proposiciones 4, 7, 24 y 43 del mismo, hemos levantado tres caracterizaciones de la geometría de la Óptica de Euclides, dinámica, comparativa y explicativa. Estas, sostenemos, son útiles para repensar a la geometría escolar.

Y profundizando en la relación matemática-mundo, hemos encontrado significativas relaciones entre la obra con la práctica de la medición de terrenos, con la arquitectura griega y la práctica científica de la astronomía. También hemos realizado una descripción del desarrollo de la geometría desde la antigüedad hasta Euclides, en el que hemos encontrado vínculos importantes entre acontecimientos sociopolíticos y los momentos de disciplinarización del saber matemático. Además, hemos encontrado un nexo entre la manera de matematizar el fenómeno de la percepción visual con la explicación de las causas del fenómeno de la visión, lo que permite generar un vínculo entre matemática y cosmovisión entendida como visión filosófica-religiosa del mundo.

4. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS.

Cantoral, R. (2013). *Teoría Socioepistemológica de la Matemática Educativa*. México: Editorial Gidesa.

Euclides (2000). *La Óptica*. (*trad*. Ortiz, P). Madrid: Editorial Gredos SA.

Scriba, C. J., & Schreiber, P. (2015). Geometry in the 20 th century. In *5000 Years of Geometry* (pp. 489-564). Springer Basel.

SEP (2011). *Manual para maestros. Competencias para el México que queremos. Hacia pisa 2012*. México: SEP.

Soto, D. (2010). *El discurso matemático escolar y la exclusión. Una visión socioepistemológica*. Tesis de maestría no publicada. México: Cinvestav.

Investigación e Innovación en Matemática Educativa

ISSN: 2594-1046

Perspectivas Teóricas Actuales para el Estudio de la Integración Tecnológica en la Educación Matemática

Natalia Serrano
Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del IPN, blanca.serrano@cinvestav.mx

Melvin Cruz-Amaya
Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del IPN, melvin.cruz@cinvestav.mx

Gisela Montiel Espinosa
Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del IPN, gmontiele@cinvestav.mx

Resumen

Para estudiar la inclusión de herramientas tecnológicas en la educación matemática se utilizaron, inicialmente, teorías relativas al aprendizaje en general y, posteriormente, al aprendizaje de las matemáticas en particular. Surgen enfoques para estudiar la especificidad de los fenómenos didácticos cuando la tecnología se integra al aula. Nos proponemos mostrar el momento actual de este desarrollo teórico-metodológico ejemplificándolo con dos teorías: *de la Instrumentación*, que estudia la génesis instrumental que emerge cuando un artefacto deviene en instrumento; y *de la mediación semiótica*, cimentada en el potencial semiótico de un artefacto. Ilustraremos ambas poniendo atención en su *objeto de estudio* y sus herramientas teóricas.

Palabras clave: Génesis instrumental, artefacto, instrumento, mediación semiótica, representación

Desde que se considera a la educación matemática como un espacio susceptible de investigar, emergen teorías para estudiar los fenómenos didácticos, entre ellos y de manera urgente la incorporación de herramientas tecnológicas en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas. Actualmente se destacan dos teorías que tratan esta situación: la teoría de la instrumentación y la teoría de la mediación semiótica.

La *teoría de la instrumentación* se basa en el proceso en que un artefacto pasa a ser instrumento en manos de un usuario, este proceso es llamado génesis instrumental. Según Drijvers, et al. (2010) este proceso puede modificar el pensamiento del usuario, logrando una i*nstrumentación*, y el usuario puede modificar el artefacto según su pensamiento y estrategias de resolver una tarea, logrando una *instrumentalización.*

Esta teoría se fundamenta en la ergonomía cognitiva propuesta por Verillon y Rabardel (1995), quienes consideran que a través de la instrumentación se generan esquemas mentales, los cuales son estructuras invariantes en determinada clase de situación, y la teoría antropológica de lo didáctico propuesta por Chevallard (1999), de la que se retoman las componentes del modelo que describe la actividad humana, llamado *praxeología.* Más que diferenciar los aspectos técnicos y conceptuales es primordial considerar esta estrecha relación como una instrumentación potente, en la cual podemos identificar esquemas o técnicas según el propósito de investigación.

Al carácter social y la organización intencional y sistemática de la relación entre el artefacto y usuario, se le llama orquestación, y vista como una configuración didáctica donde el artefacto infiere en la solución de tareas y el conocimiento del estudiante guía la forma de uso y transformación de la herramienta. Este enfoque ha sido valioso en la comprensión de las interacciones del estudiante con los softwares de manipulación simbólica y la influencia de estos en la enseñanza y aprendizaje de la matemática, además se ha aplicado en el álgebra computacional y sistemas de geometría dinámica, uno de los retos que requiere esta teoría, es ajustar las semejanzas y las diferencias entre distintos marcos teóricos.

La segunda teoría, de *la mediación semiótica*, también analiza la relación existente entre el artefacto y el conocimiento matemático, reconociendo que entre el aprendizaje y la matemática existe un artefacto de mediación, en el cual podemos identificar el doble potencial semiótico: los significados que emergen de su uso al realizar una tarea y los significados matemáticos tratados. Radford (2003) nos indica que la contribución de los artefactos aporta en la realización de una tarea y en la construcción del conocimiento, donde se puede evidenciar la dualidad funcional del artefacto presentada como una tesis de fundamento e identificación en esta perspectiva.

Las herramientas y signos que pueda utilizar el estudiante en la creación de significados, ser consiente de ese proceso de creación, evidenciar las intenciones y desarrollar las actividades hasta alcanzar sus propósitos es a lo que Drijvers et al. (2010), llaman medios semióticos de objetivación, desde esta perspectiva se entiende al aprendizaje como un esfuerzo social, donde los signos evolucionan, se organizan y dirigen por el maestro.

Ambas teorías relacionan un artefacto con el usuario, se analiza la función de mediación de la herramienta entre la matemática y el aprendizaje; la mediación semiótica considera a la génesis instrumental en la identificación del potencial semiótico, pero esta no solo se basa en pasar de herramienta a instrumento si no que se centra en el proceso de aprendizaje relacionados con el uso del artefacto.

ISSN: 2594-1046

La instrumentación y la mediación semiótica, son dos teorías que no necesariamente se deben complementar, esto va a depender de la perspectiva del investigador y del objeto de estudio, considerando que cada una de ellas tiene un propósito particular, en una podemos adquirir esquemas o técnicas al realizar una tarea y en la otra valorar los alcances que genera el uso del artefacto y los significados matemáticos emergentes. No siempre una teoría, nos va a permitir comprender a cabalidad un fenómeno, por esa razón la combinación de teorías puede considerarse productivo para la investigación sobre la integración de la tecnología en el aprendizaje y la enseñanza de las matemáticas, considerando que estas van generándose o modificándose constantemente según los avances de la tecnología.

Con un ejemplo para cada teoría, nos proponemos ilustrar en el cartel los objetos de estudio de cada una y las herramientas teóricas que utilizan para estudiar la actividad matemática en escenarios didácticos que integran la tecnología.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Chevallard, Y. (1999). L'analyse des pratiques enseignantes en théorie anthropologique du didactique. *Recherches en Didactique des Mathématiques 19,* 221–266.

Drijvers, P., Kieran, C. y Mariotti, M. A. (2010). Integrating Technology into Mathematics Education: Theoretical Perspectives. En C. Hoyles y J. B. Lagrange (eds.), *Mathematics Education and Technology-Rethinking the Terrain*, 89-132. USA: Springer. DOI: 10.1007/978-1-4419-0146-0_7.

Radford, L. (2003). Gestures, speech, and the sprouting of signs: A semiotic-cultural approach to students' types of generalization. *Mathematical Thinking and Learning 5*(1), 37–70.

Vérillon, P. y Rabardel, P. (1995). Cognition and artifacts: A contribution to the study of thought in relation to instrumented activity. *European Journal of Psychology of Education 10*, 77–103.

Investigación e Innovación en Matemática Educativa

ISSN: 2594-1046

PERSPECTIVAS TEÓRICAS FUTURAS PARA EL ESTUDIO DE LA INTEGRACIÓN TECNOLÓGICA EN LA EDUCACIÓN MATEMÁTICA

Brenda Carranza Rogerio
Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del Instituto Politécnico Nacional,
brenda.carranza@cinvestav.mx

Roger Pérez García
Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del Instituto Politécnico Nacional,
roger.perez@cinvestav.mx

Gisela Montiel Espinosa
Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del Instituto Politécnico Nacional,
gmontiele@cinvestav.mx

Resumen

Nos proponemos mostrar una prospectiva sobre los enfoques teóricos para el estudio de la integración tecnológica en el aula, dada la madurez de la disciplina y el desarrollo tecnológico (en particular el de la tecnología educativa). Ambos factores han dado muestra de la necesidad por replantear las consideraciones epistemológicas y cognitivas puestas en juego, e integrar algunas de naturaleza didáctica, cultural, social, entre otras. Si bien no es factible hablar de una meta-teoría, se han propuesto marcos teóricos integradores que permiten un análisis más complejo de dicha integración. Con el cartel ejemplificaremos uno de ellos para mostrar el espectro de variables a considerar en una investigación.

Palabras clave: Tecnología educativa, marcos teóricos integradores, herramienta gráfica radial

Los avances tecnológicos han superado al desarrollo teórico en diversos momentos de la historia. En particular, en la investigación sobre educación matemática, la integración de la tecnología al proceso de enseñanza-aprendizaje es un campo que ha recibido una creciente atención en los últimos años, debido a la constante inclusión de recursos tecnológicos en dicho proceso.

Esta inclusión podría llegar a tener implicaciones tan profundas que se convertirían en un factor de cambio de los paradigmas clásicos de la educación. El cartel que se presenta tiene como objetivo mostrar la perspectiva con la que se han diseñado y estudiado programas de integración tecnológica, a partir de la cual se vislumbra la necesidad de construir marcos teóricos integradores, sobre todo dada la evolución de las herramientas tecnológicas. Ello nos introduce en un ámbito nuevo de investigación sobre “educación matemática y tecnología”. Así, y desde una perspectiva conectada ya directamente con el estricto ámbito del aprendizaje de las matemáticas, resultan esenciales los estudios sobre aspectos básicos para comprender cómo se aprende matemáticas –y, en consecuencia, cómo enseñar– con la tecnología integrada en el aula.

El ejemplo a desarrollar y analizar trata del proyecto ReMath (Artigue 2006; Artigue et al. 2006), y pondremos énfasis en la *herramienta gráfica radial de características* como referente analítico de la potencialidad de la tecnología. Tomando como punto de partida el análisis reportado en Drijvers et al. (2010), se consultarán las fuentes bibliográficas citadas para realizar un análisis documental que nos permita dar cuenta de la necesidad por incorporar distintos referentes teóricos de análisis y, por lo tanto, de valoración de la tecnología en los procesos de enseñanza y de aprendizaje de las matemáticas.

Si bien lograr una completa articulación entre los distintos marcos teóricos no ha sido posible aún, y quizá tampoco lo sea en el futuro, es de suma importancia comenzar a conectar las teorías en el sentido de que aquellas que no atribuyan valor alguno a ciertos aspectos, puedan complementarse con otras teorías en las cuales sí se consideren, pues una sola no es suficiente para explicar toda la complejidad del fenómeno en cuestión. Para ello, el primer paso será determinar cuáles aspectos son los más relevantes para el futuro desarrollo de la teoría en la investigación acerca de la tecnología y su integración a la educación matemática.

La pertinencia de este análisis radica en que nos ha permitido identificar que en la actualidad se manifiesta un marcado interés en la comunicación a través de la red. Es decir, ha surgido una necesidad de conectividad que seguramente será mayor en el futuro y tendrá implicaciones en los desarrollos tecnológicos en general y los tecnológicos educativos en particular; lo que afecta también a lo que se aprende y cómo se aprende. Los estudiantes y profesores tenderán a comunicarse con mayor frecuencia de manera oral o escrita a través de la Internet, por lo tanto, será necesario estudiar la manera en la cual estos recursos pueden ser aprovechados en su máximo potencial. Por ejemplo, promoviendo un Aprendizaje Colaborativo Apoyado en la Computadora (Computer Supported Collaborative Learning). Además, el surgimiento de las Meta-herramientas (artefactos que unifican a la vez que son multifuncionales), en las cuales los componentes se relacionan de manera integral, permite pensar en su uso fuera del aula. Por supuesto, analizando teóricamente los efectos que puede tener sobre el aprendizaje.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Artigue, M. (2006). *Methodological tools for comparison of learning theories in technology enhanced learning in mathematics*. Recuperado de http://telearn.noe-kaleidoscope.org/warehouse/ArtigueKaleidoscope-2006.pdf el 19 de septiembre de 2007.

Artigue, M., Bottino, R.M., Cerulli, M., Kynigos, C., Lagrange, J.B., Maracci, M., Maffei, L., Mariotti, M.-A., & Morgan, C. (2006). *Representing mathematics with digital media: integrative theoretical framework*. Recuperado de http://telearn.noe-kaleidoscope.org/warehouse/ReMath_ DEL1_ WP1vF-1.pdf el 19 de septiembre de 2007.

Drijvers, P., Kieran, C. y Mariotti, M. A. (2010). Integrating Technology into Mathematics Education: Theoretical Perspectives. En C. Hoyles y J. B. Lagrange (eds.), *Mathematics Education and Technology-Rethinking the Terrain*, 89-132. USA: Springer. DOI: 10.1007/978-1-4419-0146-0_7.

ISSN: 2594-1046

PERSPECTIVAS TEÓRICAS PASADAS PARA EL ESTUDIO DE LA INTEGRACIÓN TECNOLÓGICA EN LA EDUCACIÓN MATEMÁTICA

Luis Miguel Paz-Corrales
Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del IPN, luismiguel.paz@cinvestav.mx

Selvin Nodier Galo-Alvarenga
Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del IPN, selvin.galo@cinvestav.mx

Gisela Montiel Espinosa
Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del IPN, gmontiele@cinvestav.mx

Resumen

La investigación en Educación Matemática avanzaba lentamente, en contraste el uso de la tecnología fue evolucionando rápidamente. Fue hasta en 1960, que matemáticos y matemáticos educativos comenzaron a sentir que la tecnología podría tener efectos significativos en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas; la visualización, el modelado y programación fueron considerados como las grandes potencialidades de la tecnología. Con los primeros enfoques de investigación se hablaba de *Enseñanza Asistida por Computadora*, y algunas de las experiencias que se estudiaron fueron el uso de LOGO y el proyecto PLATO. Ambos servirán en este cartel para ilustrar qué enfoques teóricos se utilizaron en estas investigaciones y qué resultados nos proporcionaron.

Palabras clave: enfoques teóricos, integración tecnológica, desarrollo de software, microcomputador, enseñanza asistida por computadora.

La tecnología al ser incorporada en el aula de clases, particularmente en el área de matemáticas, llamó la atención y la actividad de investigación, de cientos de investigadores en Educación Matemática. Lo que conlleva a las siguientes interrogantes: ¿Qué enfoques teóricos se utilizan en estas investigaciones?, ¿Qué ofrecen estas perspectivas teóricas?

Para responder a dicha interrogante, haremos un recorrido desde la década de 1960, al respecto Steiner (1987) menciona que la evolución reciente de la Educación Matemática ha mostrado una nueva dinámica. Surgieron nuevas filosofías y teorías epistemológicas como la teoría de obstáculos epistemológicos de Brousseau, la síntesis dinámica de la teoría de Kuhn, la teoría genética de Piaget y la epistemología de micromundos y de la sociedad de la mente (basada en estudios cognitivos dentro de la investigación en inteligencia artificial).

Aunque la investigación en la teoría de Educación Matemática fue una actividad siempre emergente durante 1960-1990, contrariamente el uso de la tecnología fue rápidamente evolucionando, marcado por el desarrollo de la computadora central (1942), la calculadora de cuatro funciones (1967), los microcomputadores (1978) y la calculadora graficadora (1985). Lo anterior intrigaría tanto a matemáticos como a educadores matemáticos por las posibilidades ofrecidas; pero fue hasta principios de 1960 que ambos comenzaron a sentir que la computación podría tener efectos significativos en el contenido y énfasis de matemáticas según Djivers et al (2010).

Una de las primeras aplicaciones de la nueva tecnología para el aprendizaje matemático, fue la Enseñanza Asistida por Computadora con la interacción de tres factores: profesor, estudiante y computadora; esta última como elemento importante en el perfeccionamiento de la enseñanza. Quizás el más conocido Proyecto PLATO (Programmed Logic for Automatic Teaching Operation,) de la Universidad de Illinois.

Posteriormente Paper influenciado por las teorías piagetianas, crea Logo (interesado en actividades de aprendizaje de niños pequeños); asimismo se crea la Programación BASIC, que sirvieron como medio para desarrollar habilidades de resolución de problemas. Con la llegada de las microcomputadoras a finales de 1970 aumentó el interés en la programación y desarrollo de software, es el caso de Cabrí, diseñado específicamente para el aprendizaje de matemáticas.

En 1985, la ICMI (International Commisssion on Mathematical Instruction), celebró en Francia una reunión titulada *Influencia de la computación y la informática en matemáticas y su enseñanza en la universidad y en secundaria*. Sin embargo, teorizar sobre el papel de la tecnología en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, no fueron ni el objetivo ni el producto de la reunión. Investigadores como Burkhardt (1986), la llamaron *conferencia de conjeturas*. Cabe destacar que las potencialidades y capacidades de la tecnología informática educativa como la visualización, modelado y la programación, no fue apoyado por falta de evidencia.

Los primeros pasos de la teoría se observan en la distinción tutor-herramienta-tutelado (Taylor, 1980); *tutor:* la computadora presenta algún material sobre la clase, el estudiante responde, y esta evalúa; *herramienta*: la computadora se puede utilizar de muchas formas (calculadora, mapa); *tutelado*: el estudiante debe aprender a programar para comunicarse con el equipo en un lenguaje que este entienda.

Otro enfoque que salió a la luz, tiene que ver con la forma en que la tecnología es usada; *White Box-Black Box* de Buchberger (1990). De acuerdo al autor, si la tecnología era usada por el estudiante de forma consiente sobre el conocimiento matemático que está pidiendo a la tecnología, puede ser considerada una caja blanca, caso contrario sería una caja negra. Idea que no fue compartida en su totalidad por Heid (1988), porque hablar de caja negra blanca o negra era irse a los extremos, e introduce el término *Gray Box*.

Paper y Harel (1991) crean micromundos, donde la geometría de la tortuga fue el componente central de la teoría que llamó la atención de muchos investigadores en Educación Matemática en 1980. *The turtle world* fue un micromundo, un lugar, una provincia de Mathland, donde ciertos tipos de pensamientos matemáticos podrían surgir.

Para el año 1987, Pea reelaboró la noción psicológica de herramientas cognitivas, con la teoría *Amplificador-Reorganizador*, según esta autora las computadoras tienen el potencial para ambos: amplificar y reorganizar el pensamiento matemático. El trabajo teórico de Pea incluye también, el desarrollo de una taxonomía que comprende dos tipos de funciones mediante el cual la tecnología puede promover el desarrollo de habilidades de pensamiento matemático. Las funciones con propósito, que involucra a los estudiantes a pensar matemáticamente y la función de proceso, ayudan una vez que lo hagan.

Con lo anterior podemos verificar que la integración de la tecnología desencadenó en la aparición de diferentes teorías y enfoques que surgen con la intención de estudiar los fenómenos ligados siempre al aprendizaje de las matemáticas, pero ahora con el componente tecnológico. Como ya se ha mencionado antes, la tecnología avanza sumamente rápido, mucho más rápido que la investigación en este campo; la tecnología es el motivo para que surjan estos enfoques teóricos. Lo lógico es pensar que las teorías y la investigación alrededor de la integración de la tecnología en la escuela, coadyuvará a la aparición de nuevas herramientas que no solo validen los conceptos matemáticos sino contribuyan a dotarlos de significado.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Buchberger, B. (1990). Should students learn integration rules? *SIGSAM Bulletin*, 24(1), 10–17.

Burkhardt, H. (1986). *Computer aware curricula: Ideas and realization*. In A.G. Howson & J.-P.

ISSN: 2594-1046

Kahane (Eds.), *The Influence of Computer and Informatics on Mathematics and its Teaching* (ICMI Study Series #1) (pp. 147–155). New York: Cambridge University Press.

Drijvers, P., Kieran, C. y Mariotti, M. A. (2010). Integrating Technology into Mathematics Education: Theoretical Perspectives. En C. Hoyles y J. B. Lagrange (eds.), *Mathematics Education and Technology-Rethinking the Terrain*, 89-132. USA: Springer. DOI: 10.1007/978-1-4419-0146-0_7.

Heid, M.K. (1988). Resequencing skills and concepts in applied calculus using the computer as tool. *Journal for Research in Mathematics Education*,19, 3–25.

Papert, S., & Harel, I. (1991). *Situating constructionism*. (from the first chapter of Constructionism by S. Papert & I. Harel, published by Ablex) (April 18, 2007). http://www.papert.org/articles/SituatingConstructionism.html.

Pea, R. (1987). Cognitive technologies for mathematics education. In A.H. Schoenfeld (Ed.), Cognitive *Science and Mathematics Education* (pp. 89–122). Hillsdale: Lawrence Erlbaum.

Steiner, H.-G. (1987). Philosophical and epistemological aspects of mathematics and their interaction with theory and practice in mathematics education. *For the Learning of Mathematics,* 7(1), 7–13.

Taylor, R. (Ed.) (1980). *The Computer in the School: Tutor, Tool, Tutee.* New York: Teachers College Press.

INNOVACIÓN E INVESTIGACIÓN EN MATEMÁTICA EDUCATIVA

(2017) VOL. 2, NÚM 2

Red de Centros de Investigación en Matemática Educativa A.C.