



**UN ANÁLISIS DEL SISTEMA DE REFERENCIA VARIACIONAL EN UN CONTEXTO DE
CIRCUITOS ELÉCTRICOS CON ESTUDIANTES DE NIVEL SUPERIOR**

**AN ANALYSIS OF THE VARIATIONAL REFERENCE SYSTEM IN A CONTEXT OF ELECTRICAL
CIRCUITS WITH PRE-GRADUATED STUDENTS**

Francisco Agustín Zúñiga Coronel
Universidad de Los Altos de Chiapas. México
maestro_coronel@hotmail.com

Resumen

Este artículo presenta un estudio sobre la variación y el cambio en el contexto de los circuitos eléctricos como parte del campo de estudio de la electricidad. Se analiza el comportamiento de la carga eléctrica en un circuito eléctrico con un led y un capacitor. Las situaciones de aprendizaje se diseñan con base en la variación para el análisis del voltaje, la corriente, la resistencia y la intensidad luminosa. La investigación retoma como marco teórico a la Socioepistemología centrada en el Pensamiento y Lenguaje Variacional y en las consideraciones metodológicas, analiza los elementos de un sistema de referencia variacional. La puesta en escena se llevó a cabo en un laboratorio de cómputo de la Universidad Autónoma de Baja California, con la participación de cinco estudiantes.

Palabras clave: circuitos eléctricos, situaciones de aprendizaje, variación.

Abstract

This article presents a study about variation and change in the context of electrical circuits as part of the field of electricity study. The behavior of the electrical charge is analyzed in an electrical circuit with a led and a capacitor. Learning situations are designed based on variation for analysis of voltage, current, resistance, and light intensity. The research takes as a theoretical framework the Socioepistemology focused on Variational Thought and Language, and methodological considerations, elements of a variational reference system. The staging was carried out in a computer laboratory of the Universidad Autónoma of Baja California, with the participation of five students.

Key words: electric circuits, learning situations, variation.



1. INTRODUCCIÓN

La variación y el cambio son elementos del Pensamiento y Lenguaje Variacional (PyLV) que permiten el estudio de fenómenos de flujo continuo en la naturaleza. Para su estudio, desde esa línea de investigación se consideran a la causalidad y la temporalización como elementos de análisis. Por ejemplo, en el estudio de Caballero (2018) se analizan gráficas sobre el comportamiento de llenado de recipientes y se realiza con base a un sistema de referencia variacional basado en los elementos mencionados.

Por otro lado, dentro de laboratorios de prácticas escolares, el diseño, armado y análisis de circuitos eléctricos en corriente directa y alterna se realiza a través de la plataforma de simulación MatLab / Simulink, por medio de diagramas de bloques (Ramos, 2015). Dichos laboratorios están equipados de instrumentos de medición: osciloscopios, multímetros digitales, analizadores de señales, placas de adquisición de datos, entre otros. Así también hay dispositivos para realizar las prácticas: fuentes de alimentación, generadores de señales, cautines para soldar, sensores y actuadores, computadoras, calculadoras, etc. En el análisis de dichos circuitos se hace uso de varios conocimientos matemáticos, tales como: sistema binario (electrónica digital), ecuaciones diferenciales (amplificadores operacionales), análisis de gráficas (comportamiento de señales), métodos numéricos (programación) y variación (sistemas de control y automatización).

El estudio de la variación es fundamental para analizar fenómenos de cambio. Por lo que es de interés considerar:

... qué tipo de escenarios favorece su construcción, de qué manera las personas perciben esta noción en diversos fenómenos, como operan con ella, cómo la representan, cómo la comunican, la forma en cómo piensan la variación, la clase de situaciones y tareas en las que emerge o se utiliza (Caballero, 2018, p. 18).

En este trabajo se presentan situaciones de aprendizaje para estudiar la variación en los circuitos eléctricos. Se consideraron algunos elementos del PyLV y especialmente, se propone un sistema de referencia variacional para analizar la causalidad y la temporalización. Se pretende

analizar el comportamiento de la carga eléctrica en un led y el voltaje de carga en un capacitor. El diseño que se realiza se implementa en un laboratorio de cómputo de la Universidad Autónoma de Baja California, con la participación de cinco estudiantes.

2. PROBLEMÁTICA

Dolores (2005) plantea una problemática del cálculo diferencial que consiste en la dificultad que tienen los estudiantes en reconocer las ideas de variación y cambio al resolver problemas relacionados con la derivada. Las ideas variacionales quedan escondidas con la presentación del cálculo formal (definiciones y demostraciones) y por “la mera transferencia de contenidos y aprendizaje de algoritmos” (p. 7). Esto provoca que los estudiantes presenten dificultades al comprender el significado de cada proceso.

Entonces, en la presente investigación se establece el siguiente cuestionamiento: ¿qué elementos del sistema de referencia variacional se reconocen al analizar situaciones de aprendizaje en el marco de referencia de los circuitos eléctricos? El objetivo es conocer los elementos del sistema de referencia variacional que permiten estudiar la variación en los circuitos eléctricos.

3. MARCO TEÓRICO

La Socioepistemología es una teoría propia de la Matemática Educativa; sus constructos son elaboraciones teóricas que poseen base empírica en donde las prácticas conforman la columna vertebral. La centración en las prácticas provoca la descentración de los objetos matemáticos. Esta descentración, según Cantoral (2016), no es su abandono, sino más bien es “dejar de analizar exclusivamente a los conceptos matemáticos para empezar a analizarlos conjuntamente con las prácticas que acompañan a su producción y que hacen posible su trascendencia de una generación a otra” (p. 50).

Desde este enfoque se propone un cambio significativo en el proceso de enseñanza aprendizaje de las matemáticas para el desarrollo del pensamiento matemático y la construcción de conocimiento a partir de prácticas sociales. Desde el punto de vista de Cantoral (2016) se establece que, “la práctica social no es lo que hacemos, sino lo que nos hace hacer lo que hacemos” (p. 113). Dichas prácticas dan sentido y significado a los objetos en diversos contextos situados.

El saber matemático se problematiza al construirlo, reconstruirlo, significarlo, resignificarlo, ubicarlo en el tiempo y el espacio, explorarlo desde la óptica de quien aprende, de quien inventa, de quien la usa (Caballero, 2018). Los saberes se resignifican a través de sus usos; de acuerdo con Montiel y Buendía (2012), la resignificación es parte de los principios de la Socioepistemología entendiéndose como “el proceso continuo de darle significado al saber matemático a través de sus usos, esto es, la significación que subyace a la actividad y no necesariamente al objeto matemático” (p. 64).

El PyLV se considera una línea de investigación que nace desde la Socioepistemología y se desarrolla a partir de investigaciones alrededor de las ideas de Newton. Esta línea “estudia fenómenos de enseñanza, aprendizaje y comunicación de saberes matemáticos propios de la variación y el cambio en el sistema educativo y en el medio social que le da cabida” (Cantoral, 2019, p. 21). En este marco se presenta la noción del *Prædicere* como la acción y efecto de predecir el estado ulterior de acuerdo con el estado de facto (estado inicial) con el reconocimiento de patrones de regularidad que permiten reconocer al todo solo con mirar la parte (Cantoral, 2001). La noción del *Prædicere* se ubicó como el motor de una larga y prolífica secuencia de desarrollos teóricos que miraban a los fenómenos físicos desde la perspectiva de la matemática. La noción de predicción se construye socialmente a partir de las vivencias cotidianas de los individuos, normada socialmente por el *Prædicere* (práctica social que nos hace predecir, estimar e inferir) pues en ciertas situaciones necesitamos conocer el valor que tomará una magnitud con el paso del tiempo.

El cambio y la variación se encuentran inmersos en todos los ámbitos de la vida. El cambio consiste en una modificación de estado, la variación se asume como la cuantificación de ese cambio y el estudio de lo que esto implica. Los elementos que caracterizan a la noción de variación en escenarios predictivos y permiten su construcción son: los órdenes de variación, la variación sucesiva y el carácter estable del cambio. Los órdenes de variación consisten en reconocer las

variaciones de las variaciones. En el primer orden de variación se reconoce cómo cambia el fenómeno (por ejemplo, si una variable cambia la otra aumenta), en el segundo orden de variación se reconoce el cambio del cambio y así sucesivamente. La articulación de más de un orden de variación se le considera como variación sucesiva. El carácter estable del cambio consiste en identificar algún patrón o regularidad (cualidad o numérico) en el comportamiento de la variación. Para organizar el cambio y que la variación emerja se requiere de un sistema de referencia variacional (ver figura 1). La causalidad es el mecanismo que establece la relación entre variables, como una variable afecta a otra. Esto permite abordar los siguientes cuestionamientos: ¿qué cambia?, ¿respecto de qué cambia? y ¿por qué cambia de esa manera? La temporización es el mecanismo que analiza la evolución de las variables, lo cual permite abordar el ¿cuánto cambia? y ¿cómo cambia? (Caballero, 2018)

Los elementos del sistema de referencia variacional se presentan en la figura 1:

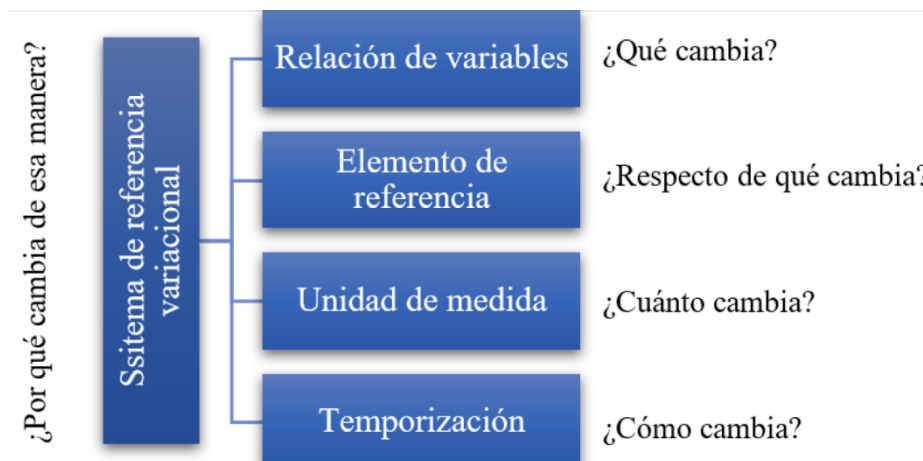


Figura 1. Elementos del sistema de referencia variacional (Caballero, 2018).

Para el análisis de los resultados, primero se reconoce la variable que cambia (voltaje) y con respecto de qué variable cambia (tiempo). En seguida se analiza cómo cambia, es decir, si una variable aumenta o disminuye qué pasa con la otra variable (primer orden de variación). Así también se analiza cómo cambia ese cambio, es decir si aumenta o disminuye lenta o rápidamente

(segundo orden de variación). Una vez que se reconoce cómo cambia se identifica cuánto cambia y, por último, se buscan argumentos que señalen el por qué cambia de esa manera.

4. CONSIDERACIONES METODOLÓGICAS

La metodología es de corte cualitativa-interpretativa; analiza los argumentos que emergen de la implementación de algunas situaciones de aprendizaje. Para el análisis de los datos se toma en cuenta los elementos del sistema de referencia variacional (ver figura 1) en el marco de referencia de los circuitos eléctricos. Dicho análisis se realiza a partir de la interacción con las situaciones de aprendizaje.

La investigación se llevó a cabo en un laboratorio de cómputo de la Universidad Autónoma de Baja California (Facultad de Ingeniería) con la participación de cinco estudiantes (ver figura 2). El taller se llevó a cabo en dos sesiones de una hora y media cada una. Se implementaron cuatro situaciones de aprendizaje en las cuales se toma en cuenta la relación entre las variables tiempo, resistencia, intensidad luminosa y voltaje. La población de estudio consta de cuatro estudiantes de ingeniería que cursan el cuarto semestre, uno de ellos con formación en docencia de la matemática; el quinto participante es una alumna del área de pedagogía. Los estudiantes tienen experiencia con las ecuaciones diferenciales, ya que las aplican en los cursos de Cálculo. En los cursos de electrónica se diseñan circuitos electrónicos básicos mediante el uso de compuertas lógicas, resistencias y capacitores, por lo que tienen conocimientos previos. La alumna del área de pedagogía no había tenido interacción con los circuitos eléctricos careciéndose de dichos conocimientos. En la siguiente sección detallamos las partes y el diseño de cada situación de aprendizaje.

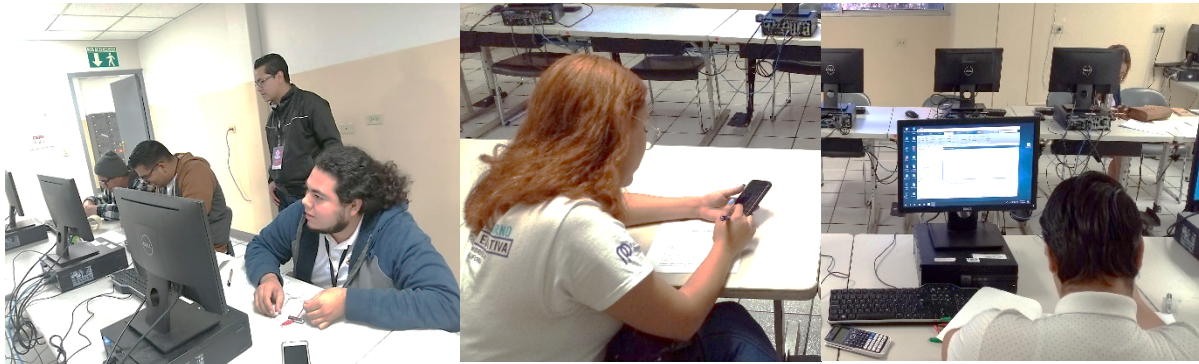


Figura 2. Participantes

5. DISEÑO DE SITUACIONES DE APRENDIZAJE

El diseño didáctico consta de cuatro situaciones de aprendizaje: la situación 1 se refiere a reconocer un diagrama de circuito eléctrico; la situación 2 analiza el comportamiento de la carga eléctrica en un circuito eléctrico con un led y una resistencia; la situación 3 consiste en interactuar con una simulación sobre el comportamiento de carga de un capacitor; la situación 4 se centra en la predicción del voltaje de carga del capacitor. Se consideró trabajar primero con el led ya que con ello se pretende reconocer la variación de primer orden. Y después con el capacitor para reconocer la variación de segundo orden.

5.1 Situación 1. Análisis de diagramas eléctricos

A. ¿Cuál de los siguientes diagramas consideras que es un circuito eléctrico?

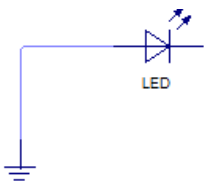


Diagrama 1. Inciso A

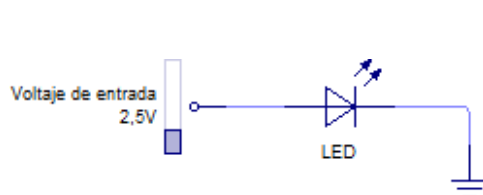


Diagrama 2. Inciso B

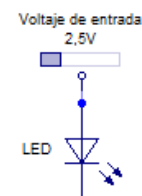


Diagrama 3. Inciso C

Figura 3. Diagramas

De acuerdo con tu elección, ¿por qué consideras que es un circuito eléctrico?

B. Dibuja (por medio de trazos) cómo conectarías el led a la batería (pila) de 1.5 v para que este encienda (figura 4).

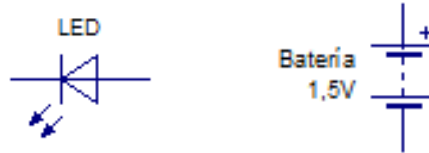


Figura 4. Diagrama de un led y una pila

Con base en el inciso B responde los siguientes cuestionamientos:

- ¿Por qué crees que enciende el led?
- ¿Qué es lo que se mueve para que el led encienda?
- ¿Qué crees que pasa si aumenta el voltaje de la batería (pila)?
- ¿Qué crees que pasa si disminuye el voltaje de la batería (pila)?
- ¿Qué crees que pasa si se desconecta la batería?

C. Dibuja (por medio de trazos) cómo conectarías el led y la resistencia a la batería de 1.5v (figura 5).

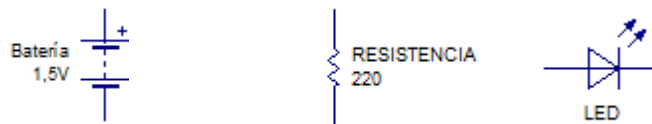


Figura 5. Diagrama de una pila, una resistencia y un led

Con base al inciso C, responde los siguientes cuestionamientos:

- Al realizar los trazos, ¿el led se enciende o permanece apagado?
- ¿Por qué?
- ¿Qué crees que sucede si aumenta el valor de la resistencia?
- ¿Qué crees que sucede si disminuye el valor de la resistencia?
- ¿Qué crees que sucede si quitas o desconectas la resistencia?

En la primera sesión se les proporcionó la situación 1 que corresponde a identificar un diagrama de circuito eléctrico. En el inciso *A* se pretende que los estudiantes elijan el diagrama que representa a un circuito eléctrico, reconozcan que el voltaje de entrada es suministrado por una fuente de alimentación y que la corriente (electrones) fluye del voltaje de entrada (polo positivo) a tierra (polo negativo), es decir, el circuito eléctrico es cerrado. El led por ser un diodo tiene polaridad (positiva - negativa). En los diagramas de circuitos los elementos se representan por símbolos tales como: tierra, el diodo (led) y el voltaje de entrada.

En el inciso *B* se espera que conecten el led con la pila por medio de trazos (líneas). Por lo que la pila y el led tienen polaridad (positiva - negativa) para ser conectados correctamente. Debido a que las conexiones no son físicas sino abstractas, se considera que los estudiantes retomen una imagen mental sobre dicha conexión. Se pretende que reconozcan el cambio (flujo de electrones o corriente). Este flujo provoca que el led se ilumine: si aumenta el voltaje, aumenta el flujo de corriente y aumenta la intensidad luminosa; si disminuye el voltaje, disminuye el flujo de corriente y disminuye la intensidad luminosa; si se desconecta la batería no hay flujo de corriente, por lo tanto, el led no enciende.

El inciso *C* tiene la finalidad de conectar por medio de trazos (líneas) el led y la resistencia con la pila. La resistencia no tiene polaridad, por lo que se puede conectar de cualquier manera. Se pretende que reconozcan el efecto que tiene el cambio de la resistencia. Si la resistencia aumenta la intensidad luminosa, disminuye; si la resistencia disminuye, la intensidad luminosa aumenta; si se desconecta la resistencia no hay flujo de corriente, por lo tanto, el led no enciende.

5.2 Situación 2. Comportamiento del led

A. Relaciona con una flecha el elemento de un circuito eléctrico (diagrama físico) con su símbolo (diagrama eléctrico). Observa la figura 6:









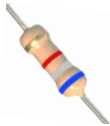
Elemento de un circuito eléctrico	Símbolo
	
	
	
	
	

Figura 6. Elementos y símbolos de un circuito eléctrico

B. Realiza las conexiones (con cables) correspondientes al siguiente diagrama de circuito eléctrico (figura 7):



Figura 7. Diagrama de un circuito eléctrico con un led y una pila

¿Qué pasa con el led?

¿Por qué crees que ocurre ese fenómeno?

¿Qué se mueve en el circuito eléctrico?

C. Agrega una resistencia al circuito eléctrico anterior y dibuja su diagrama eléctrico correspondiente:

D. Realiza las conexiones (con cables) correspondientes de acuerdo al diagrama anterior, al considerar una resistencia de 220 ohms.

Responde los siguientes cuestionamientos:

¿Qué pasa con el led?

¿Por qué crees que ocurre ese fenómeno?

E. Realiza las conexiones (con cables) correspondientes, pero ahora con una resistencia de 1,000 ohms.

Responde los siguientes cuestionamientos:

¿Qué pasa si aumenta el valor de la resistencia?

¿Qué pasa si disminuye el valor de la resistencia?

El inciso *A* tiene la intención de que los estudiantes reconozcan que cada elemento de un circuito eléctrico se representa por un símbolo. En el inciso *B*, que realicen conexiones por medio de cables del led con la pila de acuerdo a su polaridad (positiva-negativa); así también que identifiquen que existe una relación entre las variables *flujo de corriente* e *intensidad luminosa*. En el inciso *C* se pretende que dibujen el diagrama eléctrico que represente la conexión de un led y una resistencia con la pila. El inciso *D* tiene la finalidad de conectar por medio de cables el led y la resistencia con la pila de acuerdo al diagrama creado. Se busca que reconozcan que al agregar una resistencia al circuito eléctrico el flujo de corriente disminuye, es decir la resistencia se opone al paso de corriente. En el inciso *E* se espera que los estudiantes identifiquen que a mayor resistencia menor, intensidad luminosa y a menor resistencia, mayor intensidad luminosa.

5.3 Situación 3. Simulación del voltaje de carga

A. Ejecuta el programa de GeoGebra y abre el archivo llamado: CIRCUITO_RC_CARGA (ver en <https://www.geogebra.org/m/udbvym32>).

B. Modifica (deslizador) el valor de la fuente de alimentación a un voltaje de 11.8 (ver figura 8)

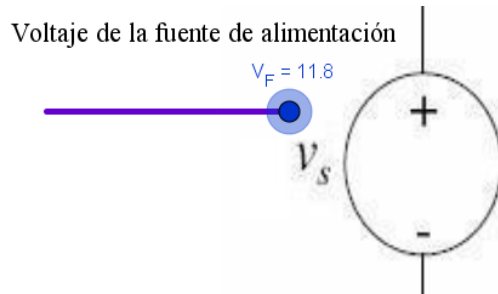
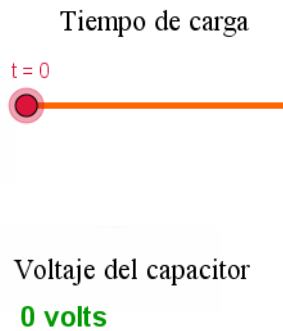


Figura 8. Interfaz de GeoGebra

C. Modifica (deslizador) el tiempo de carga y completa la siguiente tabla



Tiempo en segundos	Voltaje de carga del capacitor en volts
0	
5	
10	
15	
20	
25	
30	
35	
40	
45	

La situación 3 se diseñó con la finalidad de que los estudiantes interactúen con la simulación del voltaje de carga del capacitor al modificar deslizadores. Así también, que reconozcan la relación entre la variable tiempo y el voltaje de carga para completar una tabla.

5.4 Situación 4. Predicción del voltaje de carga

A. Retoma la tabla de la situación 3 (simulación).

Tiempo en segundos	Voltaje de carga del capacitor en volts
0	
5	
10	
15	
20	
25	
30	
35	
40	
45	

Responde los siguientes cuestionamientos:

1. ¿Cuáles son las variables involucradas en la tabla?
2. ¿Cuál es la variable independiente?
¿Por qué?
3. ¿Cuál es la variable dependiente?
¿Por qué?
4. Calcula el voltaje en el tiempo de 50 segundos y coloca el resultado: _____.
5. Calcula el voltaje en el tiempo de 65 segundos y coloca el resultado: _____.

La situación 4 tiene la intención de predecir el voltaje de carga del capacitor en dos tiempos futuros (50 y 65 segundos). También, que identifiquen la variable independiente (tiempo) y la dependiente (voltaje de carga). Para la predicción se pretende que los estudiantes calculen diferencias para identificar la variación del voltaje de carga. Posteriormente, calculen las diferencias de las diferencias y así sucesivamente.

6. ANÁLISIS DE DATOS

En este apartado se presentan algunos resultados de la investigación con base al sistema de referencia variacional.

6.1 Análisis de la situación 1

En el inciso *A* de la primera situación, uno de los participantes (ver figura 9) señala que el diagrama 2 es un circuito eléctrico, con el argumento de que tiene una entrada y una salida. Este argumento da la idea de que, en el circuito eléctrico, la entrada es la fuente de alimentación y la salida es la tierra, por lo que da una noción de polaridad del led.

A. ¿Cuál de los siguientes diagramas consideras que es un circuito eléc

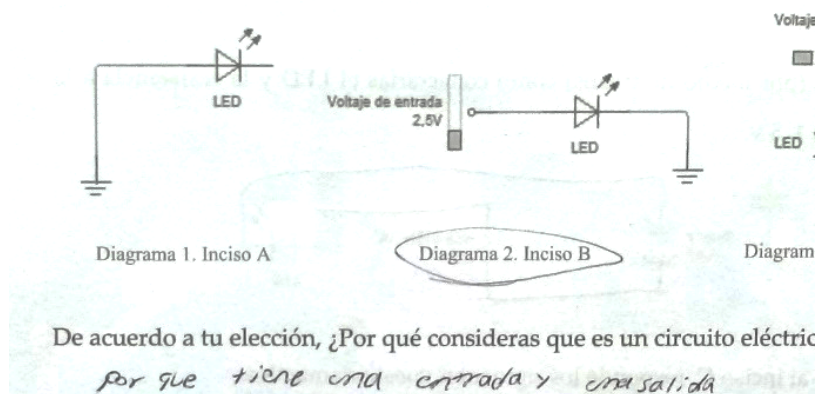


Figura 9. Elección del circuito eléctrico

En el inciso *B* conecta la terminal positiva de la batería con la entrada del led y la terminal negativa con la salida del led, por lo que se afirma que reconoce la polaridad. De acuerdo al análisis, el estudiante reconoce el movimiento de electrones (el qué cambia) a través del led. Si aumenta el voltaje del led (diodo) argumenta que aumenta su brillo, pero en algún momento se quema (ya no funciona). Si el voltaje disminuye argumenta que el brillo también disminuye. Si se desconecta la batería señala que el led tarda en apagarse (considerando que el led estaba encendido), pero se apaga, por lo que reconoce la relación entre el voltaje y la intensidad luminosa (ver figura10). Se

presenta un primer orden de variación (el cómo cambia) al reconocer que si el voltaje aumenta la intensidad luminosa aumenta y si el voltaje disminuye también la intensidad.

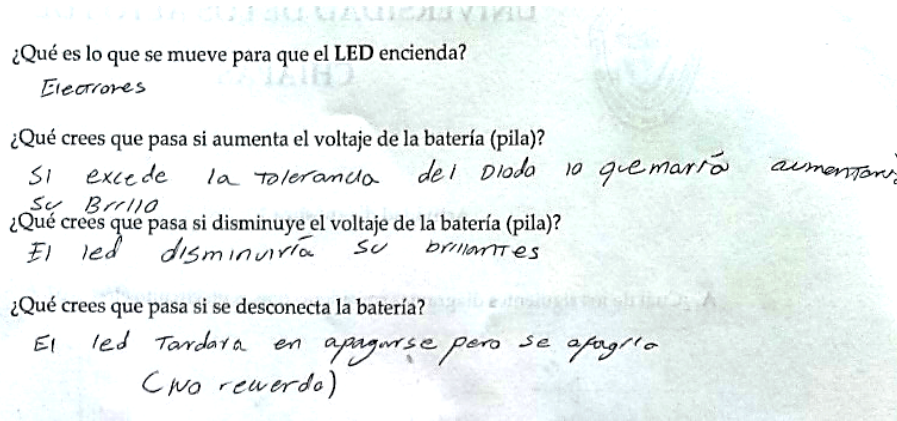


Figura 10. Conexión del led con la batería

En el inciso C, otro estudiante dibuja un diagrama convencional (como viene en los libros de texto) por lo que reconoce la polaridad del led que permite encenderlo. En dicho diagrama no hay indicadores sobre que la resistencia no tiene polaridad. No argumenta el porqué enciende, pero sí señala que si aumenta la resistencia, disminuye la intensidad y si la resistencia disminuye, aumenta la intensidad del led (relación entre variables). Argumenta que si se quita la resistencia incrementa la intensidad, esto se debe a que el led sigue conectado a la batería (ver figura 11). Se presenta un primer orden de variación (el cómo cambia) al reconocer que si la resistencia aumenta la intensidad luminosa disminuye y si la resistencia disminuye la intensidad aumenta.

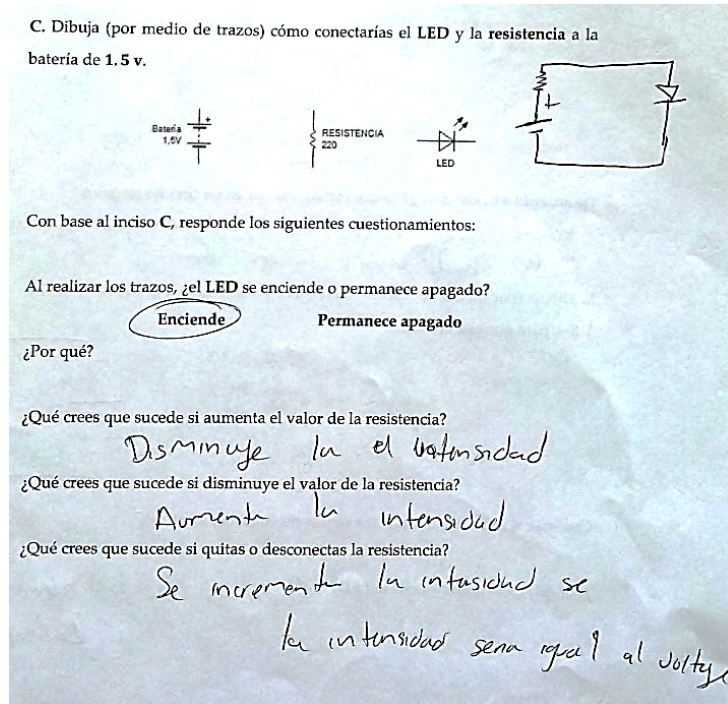


Figura 11. Conexión del led y la resistencia con la batería

6.2 Análisis de la situación 2

En el inciso A de la situación 2, otro de los estudiantes relaciona cada elemento del circuito con su símbolo. Se observa que retoman una imagen mental del símbolo que ya habían visto en clases, con la excepción de que los símbolos de la pila y de la fuente se pueden considerar inadecuados, de acuerdo a los libros de texto. Reconoce que cada símbolo representa a un objeto físico ya que reconoce a una pila, un led, un capacitor, una fuente de computadora y una resistencia (ver figura 12).

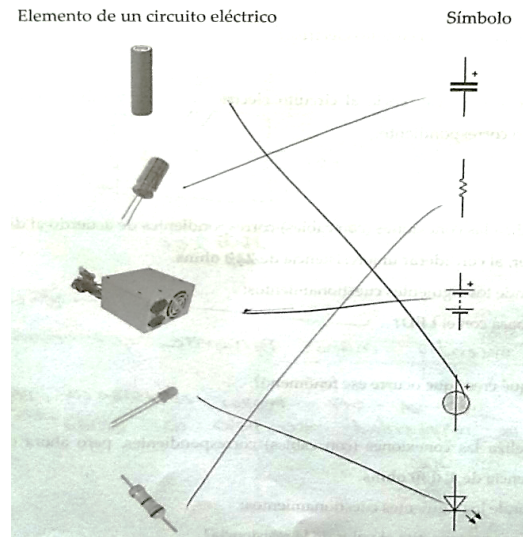


Figura 12. Relación de elementos con su símbolo

En el inciso B, realiza las conexiones de acuerdo al diagrama, pero se da cuenta que el led no enciende porque le falta voltaje (el qué cambia), es decir, se percató de que el voltaje necesario debe ser mayor a 1.5 volts, por lo que coloca otra pila en serie para aumentar el voltaje a 3 volts (suma de voltajes). Reconoce la relación entre el voltaje y la intensidad luminosa. Argumenta que lo que se mueve son las cargas y no electrones, ni la electricidad ni la corriente (ver figura 13).

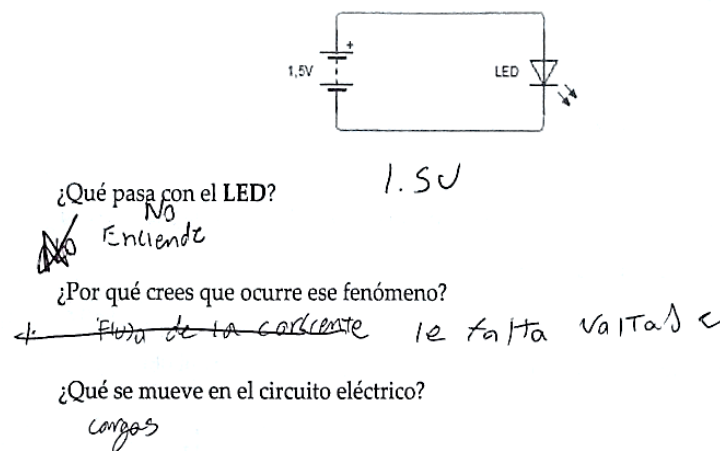


Figura 13. Comportamiento del led

En el inciso C, dibuja el diagrama con la resistencia. A la fuente de alimentación le coloca polaridad (signo positivo) mientras que la resistencia no. Por lo que se observa que la resistencia la considera sin polaridad, ya que el símbolo del led lo dibuja a manera que conduzca corriente (ver figura 14).

al circuito eléctrico anterior y dibuja

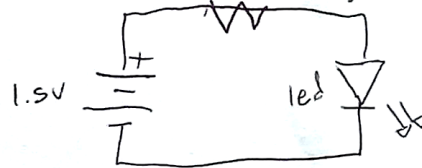


Figura 14. Diagrama eléctrico

En el siguiente inciso D, realiza las conexiones de acuerdo al diagrama y argumenta que el led enciende menos brillante ya que la resistencia disminuye la intensidad luminosa. Y en el inciso E, conecta una resistencia de mayor valor y reconoce que disminuye aún más la intensidad (primer orden de variación), por lo que establece que si se disminuye el valor de la resistencia el led brilla más (ver imagen 15)

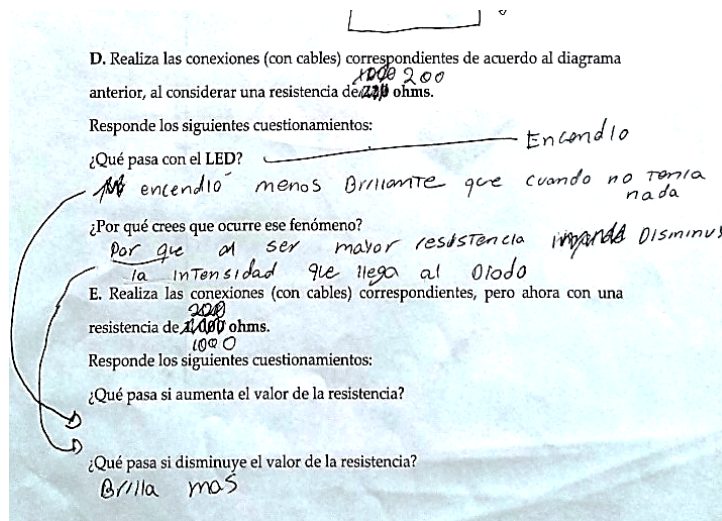


Figura 15. Comportamiento del led

6.3 Análisis de la situación 3

En la interacción con la simulación, algunos los participantes manipularon los dos deslizadores (de la fuente de alimentación y del tiempo) y llenaron la tabla, con la diferencia de que algunos tomaron en cuenta dos decimales y otros cuatro para la aproximación del voltaje de carga (ver figura 16 y 17). La acción de medición de la variable voltaje se da al mover el deslizador tiempo. No se puede identificar que el voltaje de la fuente es fijo, ya que no se hace algún cuestionamiento sobre ello, pero sí reconocen la relación entre el voltaje de carga del capacitor y el tiempo.

Tiempo en segundos	Voltaje de carga del capacitor en volts
0	0
5	1.18V
10	2.25V
15	3.20
20	4.07
25	4.84
30	5.54
35	6.17
40	6.67
45	7.24

Figura 16. Tabla

Tiempo en segundos	Voltaje de carga del capacitor en volts
0	0
5	1.1844
10	2.25
15	3.208
20	4.0709
25	4.8467
30	5.544
35	6.1726
40	6.7374
45	7.2456

Figura 17. Tabla

6.4 Análisis de la situación 4.

En la situación de predicción, uno de los estudiantes reconoce que el comportamiento del capacitor se modela por medio de una ecuación diferencial (ver figura 18). Establece la solución de dicha ecuación diferencial y predice (aproximación) los dos voltajes futuros (en 50 y 65 segundos). Argumenta que cuando el tiempo tienda al infinito, el voltaje del capacitor será el de la fuente de alimentación (o que dice la teoría).

$$\tau = \frac{23.6341(2)}{47.26824}$$

$$v_c = 11.8(0 - 11.8)e^{-\frac{t}{47.26824}}$$

$$v_c = 11.8(0 - 11.8)e^{-\frac{t}{47.26824}}$$

$$v_c = 11.8 - 11.8e^{-\frac{t}{47.26824}}$$

$$v_c = 11.8 - 11.8e^{-\frac{t}{47.26824}}$$

v_c va cambiando conforme

resultado: 7.8 7.7 ✓
 resultado: 8.3 8.81 ✓

Figura 18. Predicción por medio de la ecuación diferencial

Los elementos del sistema de referencia variacional que se lograron reconocer en las situaciones de aprendizaje se presentan de la siguiente manera: el qué cambia, al identificar el flujo de corriente, el brillo del led (intensidad luminosa), el voltaje del led, la resistencia en el circuito eléctrico, el voltaje de carga en el capacitor y el tiempo. Respecto de qué cambia, se identifica sobre la relación entre variables: el brillo del led respecto al voltaje, el brillo respecto a la resistencia y el voltaje de carga del capacitor respecto al tiempo. El cómo cambia se reconoce al argumentar si el voltaje aumenta la intensidad luminosa aumenta, si la resistencia aumenta la intensidad disminuye, por lo que se reconoce un primer orden de variación. El cuánto cambia, no se pudo reconocer, ya que no se calcularon diferencias. Y el por qué cambia de esa manera, tampoco se aborda ya que las situaciones de aprendizaje no cuestionan sobre el porqué se da el flujo de cargas (electrones), el porqué la resistencia se opone al flujo, el porqué el led se ilumina o el porqué la fuente de alimentación genera voltaje. Tal vez estos fenómenos se deban al tipo de materiales (químicos, biológicos o físicos) con que son construidos. Algunos alumnos conocían el modelo (ecuación diferencial) que generaba la función voltaje en cualquier tiempo.

7. COMENTARIOS FINALES

El estudio de la variación en el contexto de los circuitos eléctricos permite reconocer la relación entre algunas variables: voltaje, resistencia, intensidad luminosa y tiempo. Las situaciones de aprendizaje permitieron reconocer qué cambia, respecto de qué cambia y cómo cambian las variables. Pero no cuánto cambia ni por qué cambia de esa manera. El sistema de referencia variacional fue una guía para el análisis de los resultados. El diseño de la situación de predicción no se abordó debido a que conocían la ecuación diferencial que la modela. Puede ser de interés rediseñar dicha situación para enriquecer los resultados.

Las situaciones de aprendizaje pueden ser implementadas y analizadas en el contexto escolar (laboratorio) al experimentar con los circuitos eléctricos y no con el empleo de fórmulas. Esto permite que los estudiantes generen argumentos con base a sus conocimientos previos o a sus concepciones. Cabe señalar que los cuatro estudiantes ya tenían conocimientos previos sobre los circuitos eléctricos, a diferencia de la alumna que no contaba con dichos conocimientos, no abordó ninguna situación de aprendizaje. Entonces, para contribuir al rediseño del discurso Matemático Escolar es de interés estudiar la variación en otros contextos, por ejemplo, en la producción de audio (música).

8. REFERENCIAS

- Caballero, M. (2018). *Causalidad y temporización entre jóvenes de bachillerato. La construcción de la noción de variación y el desarrollo del pensamiento y el lenguaje variacional* (Tesis de doctorado no publicada). Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del Instituto Politécnico Nacional, México.
- Cantoral, R. (2001). *Matemática Educativa: un estudio de la formación social de la analiticidad*. México: Grupo Editorial Iberoamérica.
- Cantoral, R. (2016). *Teoría Socioepistemológica de la Matemática Educativa: estudios sobre construcción social del conocimiento*. Barcelona: Gedisa.
- Cantoral, R. (2019). *Caminos del saber: pensamiento y lenguaje variacional*. Barcelona: Gedisa.

- Dolores, C. (2005). *Elementos para una aproximación variacional a la derivada*. México: Ediciones Díaz de Santos.
- Montiel, G., y Buendía, G. (2012). *Un esquema metodológico para la investigación socioepistemológica: ejemplos e ilustraciones*. En A. Rosas y A. Romo (Eds.). *Metodología en Matemática Educativa: visiones y reflexiones* (pp. 61 - 88). México: Lectorum.
- Ramos, G. (2015). *Modelado de circuitos eléctricos en CC y AC a través de la plataforma de simulación MatLab / Simulink* (Tesis de licenciatura no publicada). Universidad Católica de Santiago de Guayaquil, Ecuador.